DIPARTIMENTO DI MATEMATICA





Istituto Tecnico Tecnologico e Liceo Scientífico Biagio Pascal di Roma

La matematica da medaglia Fields Una proposta per il Liceo Matematico

Schede didattiche su trasporto ottimale e sul problema isoperimetrico: Geogebra, Flowgorithm

Seminario per docenti marzo 2019 Annalisa Malusa, Marina Mayer e Donatella Ricalzone annalisa.malusa@uniroma1.it marinamayer@mclink.it donatella_ricalzone@yahoo.it

Trasporto ottimo -Scheda di lavoro 1.1:

Geogebra

0. Riprendi il quaderno di lavoro usato alla Sapienza.

1. Apri GeoGebra

2. Rappresentiamo graficamente sul piano cartesiano l'insieme delle decisioni ammissibili identificando punti del piano \Leftrightarrow (x; y) che risolva

 $\begin{cases} 0 \le x \le 35\\ 0 \le y \le 30\\ 15 \le x + y \le 40 \end{cases}$ Nella barra di inserimento digitare le tre disequazioni precedenti

3. Per rappresentare il sistema inserisci nella barra $a \wedge b \wedge c$ utilizzando il tasto dei simboli (α) presente nella barra se attiva.

4. Disegnare al variare di k>0 il fascio di rette parallele 40 x + 20 y + 2150 = k.

5. Inserire lo slider di nome k (aprire la formula di k e dare il valore 3350 affinché il fascio sia visibile).

6. Determinare il costo Kmin muovendo il puntino k sullo slider.

Osservazioni:

- 1. Qual è Kmin?
- 2. A quale punto del piano corrisponde Kmin? Cosa indica questo punto?
- 3. Rappresentare:

$$\begin{cases} 10 \le x \le 50\\ 0 \le y \le 30\\ 35 \le x + y \le 50 \end{cases}$$

4. Disegnare al variare di k > 0 il fascio di rette parallele. 4x + 3y + 60 = k (è meglio imporre K tra 0 e 5000).





Trasporto ottimo -Scheda di lavoro 1.2:

Flowgorithm

Apri Flowgorithm

1. Flowgorithm è un programma gratuito che si può scaricare al seguente indirizzo *http://flowgorithm.org/download/index.htm*

2. Problema: abbiamo due stabilimenti P1 e P2 che producono rispettivamente n1 ed n2 pezzi a settimana.

La produzione settimanale va distribuita in tre magazzini M1, M2 ed M3; il carico settimanale per ciascun magazzino è rispettivamente m1, m2, m3.

Il costo del trasporto di ciascun pezzo rispetto allo stabilimento di partenza e al magazzino di arrivo è

p1m1, p1m2, p1m3, p2m1, p2m2, p2m3.

3. Determinare un algoritmo che calcoli il costo minore, ed il numero di pezzi trasportati da Pi ad Mi.

- 4. Provare la correttezza dell'algoritmo.
- 5. Dal menù strumenti apri "Codifica" Scegli un linguaggio, esempio "Java".







😂 Finestra delle variabili			
	Iniz	io	^
51	5 2	m1	m2
40	50	35	30
m3 25	p1m1 20	p1m2 40	p1m3 30
p2m1	p2m2	p2m3	c1
10	50	60	2430
c2	x1	x2	x3
3650	0	15	25
x4	x5	х6	i i
35	15	0	36
j			
31			
			~

Problema isoperimetrico Scheda di lavoro 2.1:

Geogebra

- 1. Apri GeoGebra
- 2. Tra tutti i rettangoli con perimetro fissato, trovare quello con area massima.
- 3. Creare uno slider di nome p (nelle proprietà inserire la lunghezza da 0 a 100).
- 4. Costruire uno slider di nome b che assuma valori da 0 a p/2.
- 5. Nella barra di inserimento definire h=(p-2b)/2.

6. Costruire un segmento di lunghezza fissa dalla barra dei menù dove all'estremo viene data come lunghezza b.

7. Nella barra di inserimento definire C(b;h)

8. Nella barra di inserimento definire D(0;h)

9. Dalla barra dei menù scegli poligono poi segna i vertici A,B,C,D.

8. Per generare il grafico nella barra di inserimento definire P(h;poli1), con il tasto destro proprietà, avanzate, in posizione selezionare grafici2.

9. E' possibile assegnare dei colori dinamici: nella finestra algebra cliccare con il tasto destro su poli1 in proprietà avanzate - colori dinamici assegnare i valori (per esempio) R=0.9h B=0.7p G=0.4b. Modificare l'opacità.

Esercizi:

1. Etichetta gli assi del secondo grafico con base (asse x) e area (asse y). Scrivi la procedura

2. Descrivi il grafico 2

💭 provarettangoli.ggb

File Modifica Visualizza Opzioni Strumenti Finestra Guida



Problema isoperimetrico

Scheda di lavoro 2.2:

Flowgorithm

- 6. Apri Flowgorithm
- 7. Problema:

Costruire un algoritmo che trovi, tra tutti i rettangoli con perimetro fissato, quello con area massima.

- 8. Dichiarare tutte le variabili come reali: p, semiterimetro, lato1, lato2, area, area2
- 9. Leggere il perimetro
- 10. Assegnare il semiperimetro
- 11. Inizializzare il primo lato a 0.00
- 12. Inizializzare il secondo lato con il valore del semiperimetro
- 13. Inizializzare l'area a 0,00
- 14. Inizializzare una variabile di appoggio per incrementale l'area
- 15. Costruire un ciclo MENTRE per calcolare l'area incrementando il primo lato di
- 0.01 e decrementando il secondo lato di 0.01 finché l'area aumenta
- 16. Usciti dal ciclo, prima dell'output, decrementare il lato 1 di un passo e incrementare il lato due di un passo.
- 17. Provare la correttezza dell'algoritmo.
- 18. Dal menù strumenti apri "Codifica"
- 19. Scegli un linguaggio, esempio "Python".



🔀 Coo	difica	- 8 %
2	Python 🗸 🚱 🔁 🚍 💽 🕨 📕 🔲 💭	
0	<pre>print("Scrivi il perimetro del rettangolo")</pre>	
1	<pre>p = float(input())</pre>	
2	<pre>semiperimetro = p / 2</pre>	
3	latol = 0.0	
4	lato2 = semiperimetro	
5	area = 0.0	
6	area2 = 0.0	
7	<pre>while area2 >= area:</pre>	
8	area = area2	
9	latol = latol + 0.01	
10	lato2 = lato2 - 0.01	
11	area2 = latol * lato2	
12	latol = latol - 0.01	
13	lato2 = lato2 + 0.01	
14	<pre>print("il primo lato =" + str(latol))</pre>	
15	<pre>print("il secondo lato=" + str(lato2))</pre>	
16	<pre>print("area =" + str(area))</pre>	
		\sim

Problema: triangoli con due lati fissati Scheda di lavoro 3.1:

Geogebra

1. Apri GeoGebra

2. Tra tutti i triangoli con lunghezza di due lati fissata, trovare quello che ha area massima

- 3. Crea uno slider 11
- 4. Crea uno slider 12

5. Costruisci una circonferenza C1 (dati centro e raggio) con centro in un punto del piano A e di raggio 11

- 6. Prendi il punto B sulla circonferenza C1
- 7. Costruisci il segmento AB

8. Costruisci una circonferenza C2 (dati centro e raggio) con centro in un punto del piano A e di raggio 12

- 6. Prendi il punto C sulla circonferenza C2
- 7. Costruisci il segmento AC
- 8. Costruisci il segmento BC
- 9. Selezionare l'angolo BAC (si visualizza l'ampiezza)
- 10. Selezionare il poligono ABC
- 11. Calcolare l'area di ABC

Esercizi:

- 1. Muovi C ed osserva il valore dell'area
- 2. Per quale posizione di C l'area del triangolo è massima?



Problema: triangoli con due lati fissati Scheda di lavoro 3.2:

Flowgorithm

- 20. Apri Flowgorithm
- 21. Problema:
 Tra tutti i triangoli con lunghezza di due lati fissata, trovare quello che ha area massima
- 22. Dichiarare tutte le variabili come reali tranne tipo e tipo2 come stringhe.
- 23. Scambia, eventualmente 11 ed 12 affinché sia 11 sia minore di 12
- 24. Ricordando la disuguaglianza triangolare incrementare 13 di passo 0.01; calcolare il semiperimetro e l'area (con la formula di Erone).
- 25. Conservare in "a" l'area maggiore ottenuta e il corrispondente 13 in 13b
- 26. Determinare se si tratti di triangolo isoscele, scaleno o equilatero
- 27. Determinare le altezze relative sia ad 11 che ad 12
- 28. Confrontare h1 con l2 e h2 con l1 e classificare il triangolo (rettangolo oppure no)
- 29. Provare la correttezza dell'algoritmo.
- 30. Dal menù strumenti apri "Codifica"
- 31. Scegli un linguaggio, esempio "Python".

Esercizi:

1. Può trattarsi d un triangolo equilatero?









😣 Finestra delle	variabili					
	€. ا					
			Inizio			^
3	II	12	7.01	13	13b 5	
6	а	a1	3	k	p 7	
3	h2	h1	scaleno	tipo	tipo2	
						~

Problema: triangolo con perimetro fissato Scheda di lavoro 4.1:

Geogebra

1. Apri GeoGebra

2.Tra tutti i triangoli con perimetro fissato, trovare quello che ha area massima

3. Crea uno slider p (da 0 a 50) prova a cambiare colore-tasto destro proprietà-

- 4. Crea uno slider 11
- 5. Crea uno slider 12
- 6. 13 = p (11 + 12)

7. Costruisci una circonferenza (dati centro e raggio) con centro in un punto A e raggio 11.

8. Costruisci una circonferenza (dati centro e raggio) con centro nello stesso punto A e raggio 12, prendi un punto su di essa (B), costruisci il segmento AB

9. Costruisci una circonferenza (dati centro e raggio) con centro in B e raggio 13.

10. Prendi il punto di intersezione (C) tra la circonferenza con raggio 11 e quella con raggio 13, costruisci il segmento AC.

11. Costruisci il segmento BC.

- 12. Non mostrare le circonferenze di costruzione.
- 13. Scrivi il testo: muovi p, 11 ed 12.
- 14. Scrivi il testo 13= poi inserisci l'oggetto 13
- 15. Assegna a p1 il valore p/2.

```
16. Assegna ad a = sqrt(p1(p1-l1)(p1-l2)(p1-l3))
```

- 17. Scrivi il testo a= poi inserisci l'oggetto a.
- 18. Inserisci D=(13,a)
- 19. Attiva la traccia di D.

20. D può essere spostato nel grafico due (tasto destro, proprietà avanzate)

Esercizi:

- 1. Cosa possiamo osservare?
- 2. L'area massima corrisponde al triangolo?



Problema: triangolo con perimetro fissato Scheda di lavoro 4.2:

Flowgorithm

- 32. Apri Flowgorithm
- 33. Problema:Tra tutti i triangoli con perimetro fissato, trovare quello che ha area massima
- 34. Dichiarare tutte le variabili come reali p, p2, a, a1, 11, 12, 13, 11b, 12b, 13b.
- 35. Leggi il perimetro, calcola il semiperimetro
- 36. Inizializza 11,12,13,a,a1 uguale a zero
- 37. Costruisci due cicli per 11 e 12 di passo 0.1, ricorda la disuguaglianza triangolare
- 38. Trova 13 dal perimetro sottraendo 11 ed 12
- Poni la condizione 13 minore del semiperimetro e 13 maggiore della differenza 12-11 (se il ciclo di 12 è interno a quello di 11
- 40. Conservare in "a" l'area maggiore ottenuta e il corrispondente 11 in 11b, 12 in 12b, 13 in 13b
- 41. Provare la correttezza dell'algoritmo. Facendolo girare a velocità lenta ed osservando la tavola delle variabili.
- 42. Dal menù strumenti apri "Codifica"
- 43. Scegli un linguaggio, esempio "Python".

Esercizi:

2. Che tipo di triangolo hai ottenuto? E' sempre così? Perché?





Image: Constraint of the second of the se	23
p p2 a1 a 45 9 0 3.89711431702997 1 12 13 11b 46 46 0 3 12b 13b 3 11b 3 3 3 11b 13 13b 11b 11b 3 3 3 11b	
p p2 a1 a 45 9 0 389711431702997 11 12 13 1b 46 46 0 3 12b 13b 3 3 3 3 3 3	
11 12 13 11b 4.6 0 3 3 12b 13b 3 3 3 3 3 3	
I2b I3b 3 3	

Scheda di lavoro 5.1: Geogebra

Problema: poligono con perimetro fissato

Confrontare l'area della circonferenza di perimetro noto con l'area di un poligono regolare ad essa isoperimetrico, l'area della sua circonferenza circoscritta al variare del numero dei lati

1. Apri GeoGebra

2. Costruisci uno slider di nome **p** da 0 a 50 (servirà a variare il perimetro) con incremento 0.1

3. Costruisci uno slider di nome l da 0 a 100 (numero dei lati) con incremento 1

4. Assegna lato = p/1

5. Prendi un punto A nel piano, costruisci la circonferenza di centro A e raggio "lato" e prendi su di essa un punto B

6. Costruisci il segmento AB e togli mostra oggetto dalla circonferenza.

7. Costruisci un poligono regolare di lato AB e con vertici (lati) **l**, Geogebra lo chiamerà poly1 rinominalo in Areapoligono , colorala

8. Fai disegnare la circonferenza circoscritta (Circonferenza per 3 punti), colorala in contrasto, controlla che nome assegna Geogebra a questa conica tipo d_4, (o altro minuscolo), lo dovrai usare dopo

9. usa il comando Centro(<conica>) per determinare il centro della circonferenza appena disegnata e assegnalo ad Ccentro

10. usa il comando Raggio(<conica>) per calcolare il raggio della circonferenza circoscritta, chiamalo raggiocirc

11. usa il comando Area(<conica>) e chiama il risultato AreaCirconferenza

controlla se cambiando perimetro e numero lati il disegno è coerente

12.Calcolare il raggio della circonferenza isoperimetrica rag = $p/2\pi$

13. Costruisci la circonferenza con centro nel centro Ccentro e raggio rag. E ricorda quale nome Geogebra assegna a questa conica

14. Sempre con il comando Area(<conica>) fai calcolare l'area della circonferenza isoperimetrica. Chiamala areaCircIso

E ora scrivi tutte le istruzioni e risultati usando il comando testo "ABC"

Scrivi "Stabilire il perimetro. Modificare il numero di lati".

Scrivi "il lato è lungo " e assegna come oggetto lato.

Scrivi "l'area del poligono è "inserisci come oggetto Areapoligono.

Scrivi "l'area della circonferenza Circoscritta è "inserisci come oggetto AreaCirconferenza

Scrivi "l'area della circonferenza Isoperimetrica è "inserisci come oggetto AreaCircIso.

Scrivi ogni altra informazione ritieni utile per la comprensione e il controllo

Osserva e rispondi:

1. Come variano le aree all'aumentare dei lati, tenendo fisso il perimetro.

2. Perché la figura si muove? Danne una spiegazione

3. Usando lo zoom di Geogebra puoi controllare come stanno fra loro il poligono, la sua circonferenza circoscritta e la circonferenza isoperimetrica

4. Calcola il valore degli angoli alla base dei triangoli che ottiene congiungendo ogni vertice del poligono con il centro Ccentro, fai una prova con 3,4,6 vertici. Danne una formula generale:

5. Scrivi la regola per calcolare l'area di un poligono regolare (alle medie)

- 6. Dai la definizione di apotema e disegnalo con Geogebra
- 7. Usando le conoscenze di seno e coseno date a fisica o studiate in trigonometria trova la relazione fra l'apotema , il lato del poligono e il raggio della circonferenza circoscritta



Problema: poligono con perimetro fissato Scheda di lavoro 5.2:

Flowgorithm

LS-osa B. Pascal

Problema:

Dato il perimetro di una circonferenza trovare quale differenza c'è tra l'area del cerchio dato con quella di un poligono regolare isoperimetrico al variare del numero dei lati e con quella di un cerchio circoscritto al poligono

Esercizi:

1. Indica quali dati bisogna dare in ingresso per risolvere il problema e a quale insieme appartengono, reale o intero?

2. Indica quali dati vuoi avere in uscita e di che tipo saranno

- 3. Apri Flowgorithm e copia il ddf allegato, inserendo anche i commenti. Ricordati di salvare: "Poligonoisoper"
- 4. Controlla la correttezza dell'algoritmo osservando la tavola delle variabili e confronta i risultati con quelli ottenuti da Geogebra (apri tre finestre)



Finestra delle variabili	—
Ir	nizio
perimetro	pg
50	Non inizializzata
rag	rc
7.95774715459477	7.95905630227471
Areacerchio	Areacirco
198.943678864869	199.00914163314
Areapoli	lato
198.878224711095	0.5
alfa	аро
1.539380400259	7.9551289884438
delta 0.0654541537740272	delta1 0.0654627682709759
maxlati	nlati

Problema: poligono con perimetro fissato

Uso delle funzioni

Scheda di lavoro 5.3:

Flowgorithm

Lo stesso problema della scheda precedente ma riorganizzando il programma in tre parti: la parte principale (main), una parte che farà i calcoli (Calcoli) ed infine quella visualizzerà i risultati (Risultati).

Nel programma principale deve rimanere solo il ciclo che all'interno chiamerà la funzione Calcoli (che chiamerà a sua volta la funzione Risultati) e incrementerà il numero dei lati

1. Apri Flowgorithm e richiama il programma precedente , dovrebbe chiamarsi Poligoisoper, salvalo con Polifunz.

2. Dal Menù "Programma" scegliere "nuova funzione"

3. Nominare la funzione "Calcoli", aggiungere nell'elenco dei parametri: maxlati, nlati, perimetro, Areacerchio, specificando per ciascuno il tipo. Inserisci come variabile di ritorno maxlati

4. All'interno della funzione Calcoli:

Dichiara e seguenti variabili rag, rc, Areacirco, Areapoli, lato, alfa, apo, delta, delta1. C**opiare e incollare** tutti i comandi di calcolo delle variabili indicate.

5. Dal Menù "Programma" scegliere "nuova funzione"

Nominare la funzione: Risultati, aggiungere nell'elenco parametri: nlati, alfa, apo, areapoli, areacerchio, rc, areacirco, delta, delta1, specificando per ciascuno il tipo

6. All'interno della funzione Risultati copiare e incollare tutti i comandi di scrittura dei risultati relativi ai parametri indicati.

7. Nel programma principale all'interno del ciclo è rimasto solola chiamata a Calcoli (Il blocco chiamata trasferisce il controllo ad una funzione passando i dati maxlati,nlati,perimetro,areacerchio)e l'incremento dei nlati di uno

8. Provare la correttezza dell'algoritmo. Osservare la tavola delle variabili.

9. Dal menù strumenti apri "Codifica" Scegli un linguaggio, esempio "Python".

Esercizi:

1. Secondo te è preferibile usare le funzioni? Motiva la tua risposta



Calcoli



Risultati



Problema: poligono con perimetro fissato Scheda di lavoro 5.4:

Flowgorithm

Ls-osa B.Pascal

Problema: Di quanti lati deve essere il poligono regolare affinché la sua area differisca di una quantità prefissata (piccolissssssssima ma maggiore di 0) dall'area del cerchio dato.

Quindi il programma precedente dovrebbe finire solo se la differenza è minore dell'epsilon dato, per sicurezza si definisce prima un numero massimo (100...500..) di lati per evitare che possa continuare senza fermarsi.

- 1. Apri Flowgorithm e richiama il programma precedente, salvalo con il nome Polilimite
- 2. Modifica il programma principale:
 - i. Leggere in ingresso il valore eps, reale
 - ii. Modifica il ciclo "Mentre",
 - iii. Modifica la chiamata a Calcoli in modo che restituisca il valore di delta
 - iv. Inserisci un "Se…" che mi mostri in uscita il risultato ottenuto (il numero dei lati se si è raggiunto epsilon, o se non si è raggiunto)
- 3. Modifica la funzione Calcoli
 - i. Deve restituire in uscita delta
- 4. Dal menù strumenti apri "Codifica" e scegli un linguaggio, esempio "Python".
- 5. Fare delle prove cambiando epsilon.

