

Alcuni Paradossi

Laboratorio Liceo Matematico III M

20 Gennaio 2020

Il paradosso è una "verità che poggia sulla testa per attirare l'attenzione".

$\pi\alpha\rho\alpha - \delta\omicron\xi\alpha$ contrario all'opinione comune.

Affermazione o credenza contraria a quanto ci si aspetta o all'opinione comunemente accettata.

Solitamente un paradosso contiene uno dei seguenti elementi:

- un'affermazione che sembra contraddittoria ma che, in realtà, è vera;
- un'affermazione che sembra vera ma, in effetti, contiene una contraddizione;
- un'argomentazione apparentemente valida o corretta che porta a conclusioni inaspettate.

A volte sembrano giochi linguistici ma spesso hanno generato crisi all'interno di una disciplina creando uno sconvolgimento e portando idee nuove e un nuovo modo di vedere il mondo.

di tutti i caratteri dei paradossi, il più interessante è la loro capacità, talvolta, di essere molto meno inutili di quanto sembra

Willard Van Orman Quine (1908-2000), filosofo e logico statunitense

Caratteristiche fondamentali di molti paradossi:

- contraddizione;
- **autoreferenzialità** e circolarità;
- ambiguità: molteplicità di significati del linguaggio comune;
- ragionamento fallace

Nella storia della cultura occidentale ci sono stati vari momenti in cui il ragionamento paradossale ha avuto un'importanza notevole: nell'antica Grecia (dal V al II secolo a. C.), nell'epoca della scolastica medievale e nel Rinascimento e, infine, fra la metà del 1800 e l'inizio del 1900 durante il processo di formalizzazione della matematica e della logica.

Un elenco di paradossi

Tentiamo di elencare un po' di paradossi che potrebbero essere oggetto del nostro studio:

1. Paradossi che coinvolgono gli insiemi infiniti (*infinito attuale*) e le corrispondenze biunivoche fra tali insiemi. Esempio: **Paradosso di Galilei** I numeri naturali sono "tanti quanti" i loro quadrati oppure sono di meno?
2. Ragionamenti basati sull'*infinito potenziale*, celebri in questo senso gli "argomenti" di Zenone di Elea (500 a. C.) per dimostrare "l'impossibilità" del moto. Esempio: **Achille e la tartaruga**
3. Paradosso del sorite (**sorites**: mucchio), ha molte formulazioni: paradosso di anfibio (rana-girino), paradosso dell'uomo ricco, vediamo quest'ultima:
 - se un uomo ha una sola moneta non è ricco;
 - se un uomo non è ricco, ricevendo un'altra moneta non diventerà ricco;
 - perciò, indipendentemente dal numero di monete ricevute, un uomo non diventerà mai ricco.

Come risolverlo?

4. Paradosso del **barbiere**:

Un certo villaggio ha tra i suoi abitanti un solo barbiere. Egli è un uomo ben sbarbato che rade tutti - e unicamente - gli uomini del villaggio che non si radono da soli. La domanda è: "chi rade il barbiere?"

il paradosso fu presentato per la prima volta nel 1918 dal filosofo e logico inglese Bertrand Russell e, in qualche modo, illustra la cosiddetta **antinomia di Russell** che aveva, nel 1902, messo in crisi il principio di comprensione e con esso la teoria degli insiemi.

In cosa consiste il **principio di comprensione**? Tale principio afferma che è possibile formare un insieme come aggregato di tutti e soli gli oggetti che soddisfino una certa proprietà, esempio: l'insieme di tutti i multipli di 5, l'insieme di tutti i triangoli isosceli etc. Russell mostrò che questo principio, apparentemente così "ragionevole", contiene una contraddizione. Per farlo suddivise gli insiemi in due tipologie:

A gli insiemi che contengono sé stessi come elementi (per esempio l'insieme di tutti i concetti astratti è un concetto astratto e quindi contiene sé stesso come elemento);

B gli insiemi che non contengono sé stessi come elementi (per esempio l'insieme di tutte le persone non è una persona e dunque non contiene sé stesso come elemento).

e considera quindi l'insieme S di tutti gli insiemi di tipo B (che non contengono sé stessi come elementi) e si chiede: *L'insieme S contiene sé stesso come elemento?*

5. Dilemma del **coccodrillo**: Un coccodrillo aveva afferrato un bambino che stava giocando sulle rive del Nilo. La madre implorò il coccodrillo di restituirglielo, "Certo" disse il coccodrillo " se sai dirmi in anticipo esattamente ciò che farò, ti restituirò il piccolo; però, se non indovinerai, lo mangerò per pranzo". Cosa deve dire la mamma? Ha modo di riavere il suo bambino?

C'è un problema simile proposto da R. Smullyan: Un insegnante entra in classe e presenta agli studenti una moneta da 1 centesimo e una banconota da 10 euro e dice: "fate un'affermazione, se l'affermazione è vera vi darò la moneta o la banconota (ma non entrambe), se l'affermazione è falsa non vi darò nulla".

cosa devono dire gli studenti? Hanno modo di ottenere la banconota?

6. Paradosso del **mentitore**, generalmente attribuito al filosofo greco Eubulide della scuola di Megara (VI secolo a. C.):

Il cretese Epimenide disse: "*tutti i cretesi sono mentitori*"

cosa si può dedurre da questa frase? C'è una contraddizione?

Ci sono anche varianti del paradosso come le seguenti:

- Una persona afferma "io sto mentendo"
- la frase scritta alla trentesima e alla trentunesima riga della seconda pagina degli appunti del laboratorio della III M del 20 Gennaio 2020 è falsa
- questa frase contiene tre errori
- su un lato di un biglietto è scritto: "*la proposizione scritta sull'altro lato di questo biglietto è vera*" e sull'altro lato è scritto: "*la proposizione scritta sull'altro lato di questo biglietto è falsa*"

A proposito di bugiardi...risolviamo il seguente indovinello:

Stai cercando la strada per il Paradiso e giungi a un bivio. Sei certo che una delle due strade porta al Paradiso mentre l'altra porta all'Inferno. Ma non c'è nessun cartello indicatore perciò non sai da che parte andare. Il bivio è sorvegliato da due guardiani. Uno di essi risponde sempre in modo veritiero alle domande che gli sono rivolte e l'altro mente sempre. Purtroppo tu non hai la minima idea di quale sia il guardiano sincero e quale il bugiardo. Invece i due guardiani si conoscono bene e sanno chi è il SINCERO e chi è il BUGIARDO. Ti è concesso di rivolgere una sola domanda a uno solo dei guardiani. Come puoi individuare la strada per il Paradiso?