

LICEO SCIENTIFICO "PLINIO SENIORE"

LICEO MATEMATICO

1. Isometrie del piano

Ci poniamo ora il problema di analizzare alcune questioni relative alle **trasformazioni isometriche** del piano, ovvero corrispondenze biunivoche tra punti del piano che conservano le distanze.

Esploreremo dunque alcune proprietà relative a **rotazioni**, **traslazioni**, **riflessioni** e **glissoriflessioni**.

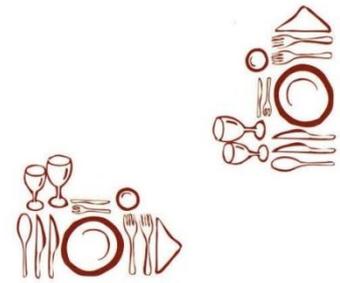
2. Rotazioni

Una **rotazione** del piano è definita da un punto **O** detto centro della rotazione e da un angolo α . Tale trasformazione biunivoca associa ad ogni punto **P** del piano un punto **P'** in modo tale che $\widehat{POP'}$ abbia ampiezza e verso dell'angolo α e $OP \cong OP'$.

Per le rotazioni analizziamo solamente la misura dell'angolo modulo 360° .

Una rotazione nel piano è dunque una trasformazione biunivoca che o lascia fissi tutti i punti o lascia fisso il solo punto **O**.

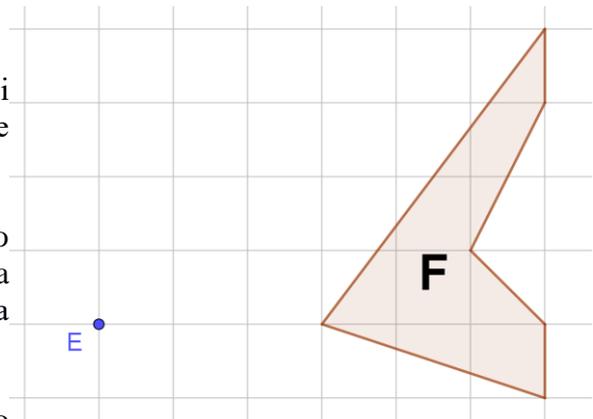
Una tavola apparecchiata con due persone sedute su due lati consecutivi rappresenta una rotazione di 90° rispetto al centro della tavola.



Proposta di lavoro 1

Data la figura **F** ed il punto **E**, con l'aiuto dei soli quadretti, determinare l'immagine di **F** nella rotazione di centro **E** ed angolo 90° .

Cosa possiamo dire dei lati che originariamente erano verticali? È possibile con l'ausilio della sola carta a quadretti determinare l'immagine della figura attraverso una rotazione di 45° ?



È possibile comporre due o più rotazioni con lo stesso centro. Ci chiediamo pertanto che tipo di trasformazione sia la risultante.

Proposta di lavoro 2

La composizione di due rotazioni di centro **O** è ancora una rotazione? Se sì, di che angolo?

3. Traslazioni

Questo disegno a fianco è un buon esempio grafico per illustrare la traslazione.



Si definisce **traslazione** nel piano una trasformazione biunivoca tale che o i punti del piano sono tutti fissi o si spostano tutti in una stessa direzione, nello stesso verso e di un tratto di pari lunghezza.

Tra le traslazioni è dunque inclusa anche l'identità che lascia fermi tutti i punti.

Un termine che viene impiegato, specialmente in fisica, come sinonimo di traslazione è quello di **vettore** (dal latino *vehere* che significa portare). Infatti un vettore è individuato, come la traslazione, da una coppia di punti (P;P').

Ricordiamo che un vettore non nullo è individuato mediante:

- **intensità (modulo)**, cioè la lunghezza del vettore che è la medesima per ogni coppia (P;P') che lo individua;
- **la direzione**, cioè l'inclinazione della retta cui appartiene il vettore(P;P');
- **il verso**, cioè l'ordinamento della coppia(P;P'), tenendo presente che (P;P') e (P';P) rappresentano due traslazioni opposte.

Due vettori risultano uguali quando hanno stesso modulo, direzione e verso. Si osservi che questa relazione di uguaglianza rappresenta una relazione d'equivalenza, dunque un vettore è una classe d'equivalenza di segmenti orientati.

Proposta di lavoro 3

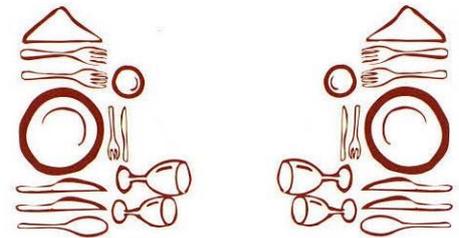
Dimostrare la formula per il calcolo dell'area del triangolo, usando rotazioni e traslazioni.

Proposta di lavoro 4

La composizione di due traslazioni è ancora una traslazione? Se sì di che vettore?

4. Riflessioni

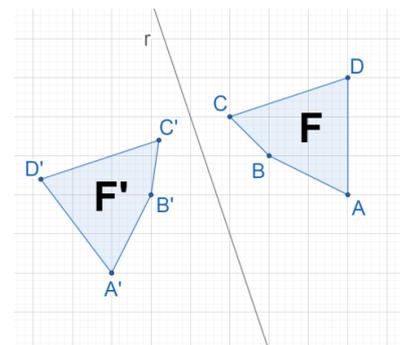
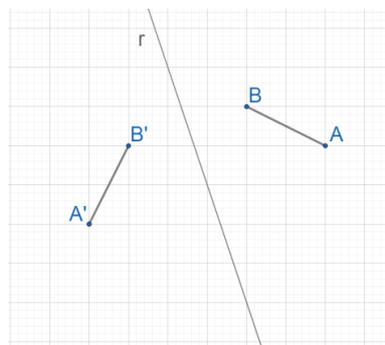
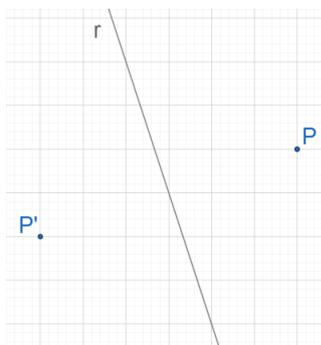
Supponiamo di aver un tavolo apparecchiato per due persone sedute una di fronte all'altra e supponiamo ancora che una delle due sia mancina. Allora in uno dei due posti saranno invertite le posizioni delle posate e del tovagliolo. Se consideriamo una retta immaginaria che divide verticalmente a metà il tavolo, allora i posti sono entrambi equidistanti da essa e si corrispondono in una **riflessione** (anche detta **simmetria assiale**) avente come asse quella retta di cui abbiamo appena parlato.



Una **riflessione** del piano è definita da una retta r detta *asse della riflessione* (o *asse di simmetria*) ed associa a ciascun punto P del piano il punto P' che appartiene alla perpendicolare alla retta r e che ha distanza da r pari

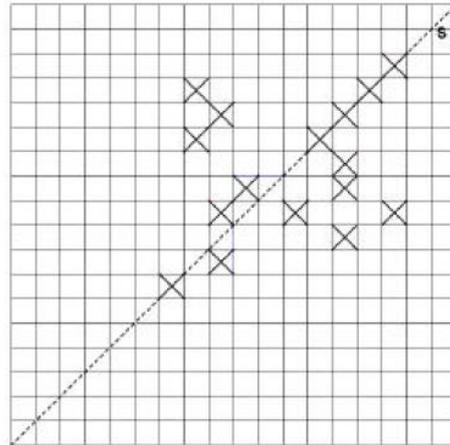
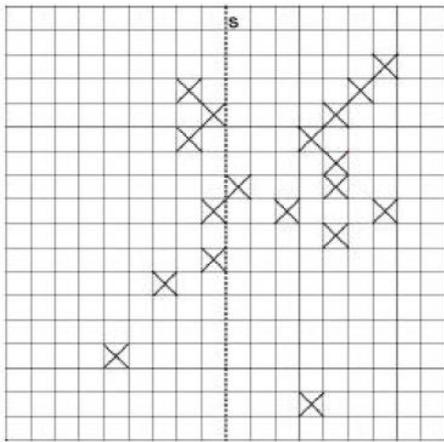
alla distanza di P da r .

Esempi di riflessione, rispetto ad una retta, di un punto, di un segmento, di un quadrilatero



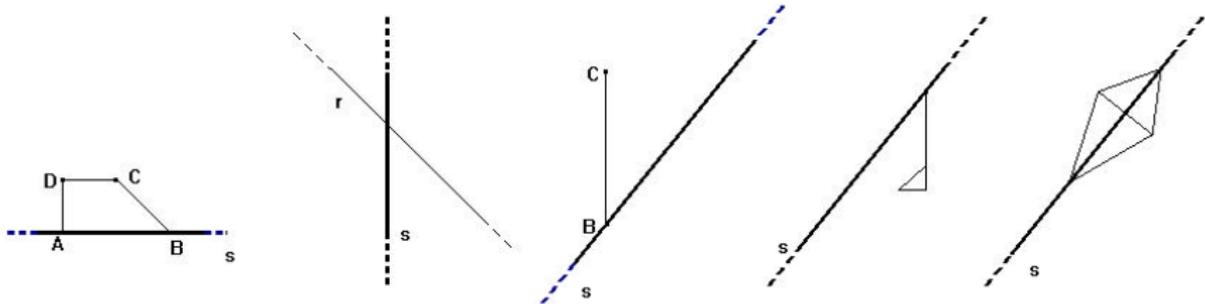
Proposta di lavoro 5

Completa le seguenti figure sapendo che esse ammettono la retta s come asse di riflessione:



Proposta di lavoro 6

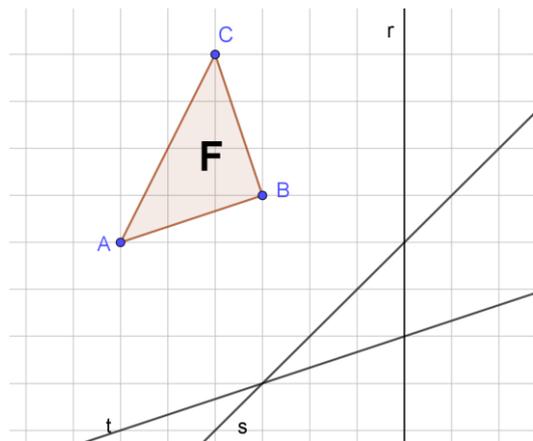
Realizza rispetto alla retta s le figure riflesse di quelle tracciate



Proposta di lavoro 7

Data la figura F e le rette r , s e t , con l'aiuto della sola carta a quadretti determinare:

- l'immagine di F nella riflessione di asse r ;
- l'immagine di F nella riflessione di asse s ;
- l'immagine di F nella riflessione di asse t .

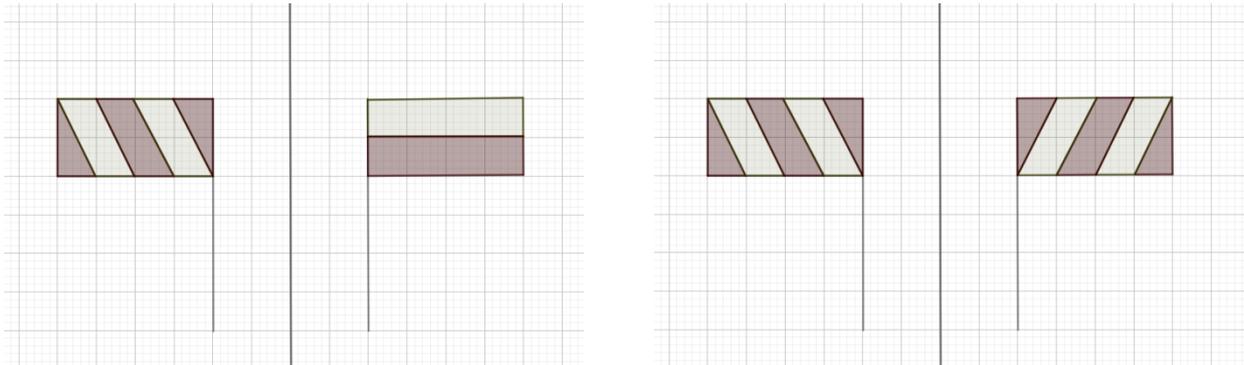


Proposta di lavoro 8

In quali condizioni un segmento e la sua immagine tramite riflessione risultano paralleli? E perpendicolari?

Proposta di lavoro 9: caccia all'errore

Consideriamo una bandiera in cui una faccia è a righe orizzontali e l'altra a righe oblique. Quale delle figure è corretta se vogliamo che illustri la riflessione rispetto alle rette indicate?

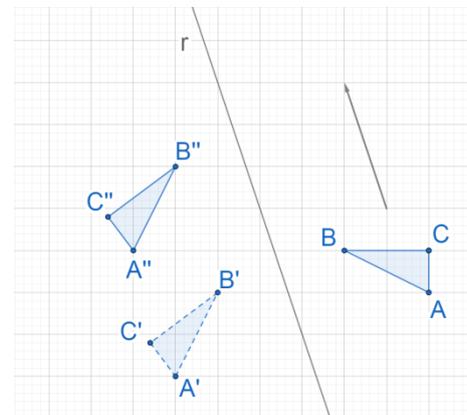


Attenzione perché la riflessione non è il ribaltamento, quest'ultima è una isometria dello spazio e non del piano, cioè una rotazione di 180° rispetto ad una retta.

5. Glissoriflessioni

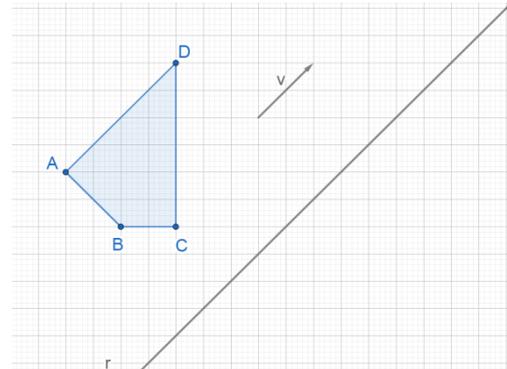
Una **glissoriflessione** del piano è una trasformazione del piano definita da una retta r , detta asse della glissoriflessione, e un vettore v ad essa parallelo. Tale trasformazione associa a ciascun punto P del piano il punto P' costruito considerando l'immagine di P attraverso la riflessione di asse r e poi applicando a tale immagine il vettore v .

E' indifferente l'ordine di composizione, possiamo applicare prima la riflessione e poi la traslazione o viceversa.



Proposta di lavoro 10

Data la figura **F**, la retta r ed il vettore v , determinare l'immagine di **F** attraverso la glissoriflessione di asse r e di vettore v .



Bibliografia e Sitografia

- G. Accascina, *Trasformazioni geometriche nel piano* - Dispense del corso di Didattica della Matematica - SSIS A.A. 2001-2002
- G. Caiati, A. Castellano, *Ruota, trasla e...rifletti*, Mimesis edizioni
- L. Cannizzaro, M. Menghini,, *Figure geometriche e definizioni* - Battagin PADERNO DEL GRAPPA
- G. Prodi, A. Bastianoni, *Scoprire la matematica- Geometria del piano*, Ghisetti e Corvi Editori