

Liceo Matematico – Classe seconda

Lezione n.3 tempo 1h (dalle 13 alle 14)

a oggi 3 ore per a.s. 2017/2018

Martedì 7 novembre 2017

Introduzione

Visione dei primi due capitoli del DVD Dimensions – seconda parte

Sono stati proiettati il terzo e quarto capitolo del DVD, in italiano.

- La quarta dimensione

MATERIALE:.

Dvd Dimensions

E' possibile vedere il DVD in inglese con sottotitoli in italiano ai seguenti link

<https://www.youtube.com/watch?v=6cpTEPT5i0A>

<https://www.youtube.com/watch?v=AhM9JH5GNiI>

<https://www.youtube.com/watch?v=nz0ku71x22A>

<https://www.youtube.com/watch?v=Eef3twD0N94>

Donatella Ricalzone

Liceo Matematico – Classe seconda

Lezione n.2 tempo 1h (dalle 13 alle 14)

a oggi 4 ore per a.s. 2017/2018

Giovedì 9 novembre 2017

Unità didattica: ROMA AMOR

Uno degli obiettivi dell'unità didattica è quello di osservare alcune simmetrie passeggiando a Roma.

Da questo incuriosire la classe verso una ricerca sulle trasformazioni geometriche.

Nella prima parte della lezione E' stata esposta la biografia di Escher ed alcune tra le sue opere più importanti. In particolare le tassellazioni.

Si è fatto vedere un esempio di come si costruisce una tassellazione (cavallo alato).

A questo punto sono stati introdotti, in vista della visita culturale presso la basilica di S. Giovanni in Laterano, i pavimenti "Cosmateschi". Come esempio di simmetria, traslazione rotazione e per quanto riguarda il motivo oggi conosciuto come il "setaccio di Sierpinski" i frattali.

Materiale

- Escher biografia (esempio al link:

<https://dueminutidiarte.com/2015/03/11/escher-vita-e-opere-riassunto/>

- Tassellazioni

- i pavimenti Cosmati

Donatella Ricalzone

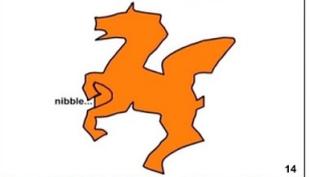
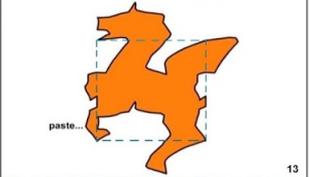
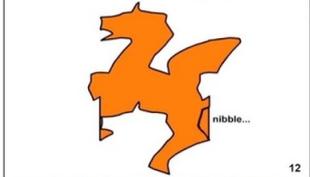
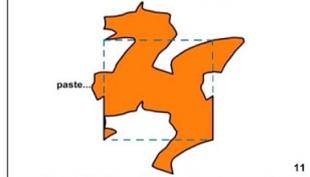
Tassellazione del piano

Immagini di M.C. Escher, tratte dal sito web:
<http://www.mcescher.com/Gallery/gallery-symmetry.htm>
 Ricomposizione grafica di Fausto Baiocco (12-03-2013)
 per <http://descrittiva1.blogspot.com>



<p>Tassellazione del piano Escher, Flying Horse, 1959</p> <p>Dal video di Paul Giganti jr. su You Tube: http://www.youtube.com/watch?v=NYGlnZ_HWfg Ricomposizione grafica di Fausto Baiocco (12-03-2013) per http://descrittiva1.blogspot.com</p> <p>pag. 1/2</p>	<p>Anatomy of an Escher Flying Horse by Paul Giganti Jr</p>	<p>RES Tessellate.....</p> <p>1</p>	<p>.....SQUARES Tessellate.....</p> <p>2</p>
<p>.....Tessellating SQUARES.....and make the following operations.....and make the following operations.....and make the following operations.....and make the following operations.....</p>			
<p>3</p>	<p>nibble...</p> <p>4</p>	<p>paste...</p> <p>5</p>	<p>nibble...</p> <p>6</p>
<p>.....and make the following operations.....and make the following operations.....and make the following operations.....and make the following operations.....</p>			
<p>paste...</p> <p>7</p>	<p>nibble...</p> <p>8</p>	<p>paste...</p> <p>9</p>	<p>nibble...</p> <p>10</p>

...and make the following operations...and make the following operations...and make the following operations...and make the following operations...

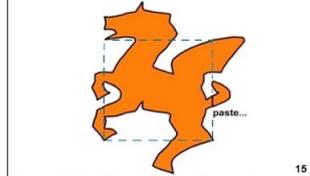


...and make the following operations...

...now add fine details to the horse...

Now TESSELLATE the Flying Horses

Now TESSELLATE the Flying Horses



Now TESSELLATE the Flying Horses



Tassellazione del piano
Escher, Flying Horse, 1959

Dal video di Paul Giganti jr. su You Tube:
http://www.youtube.com/watch?v=NYGlnZ_HWfg

Ricomposizione grafica di Fausto Baiocco (12-03-2013)
per <http://descrittiva1.blogspot.com>

pag. 2/2

I pavimenti dei Cosmati

I pavimenti cosmateschi, coloratissimi tappeti marmorei la cui ricchezza e varietà contrasta con l'austera semplicità delle architetture romaniche nelle quali sono inseriti, nonostante l'inevitabile degrado prodotto dal trascorrere di quasi mille anni, riescono ancora a sopraffare i nostri sensi con la loro vibrante bellezza. (Figura 1) [9].



Figura 1.

Interno della chiesa di S. Elia a Castel S. Elia (provincia di Viterbo) con il pavimento cosmatesco e l'architettura romanica tipica del dodicesimo secolo (foto Kim Williams).

Il termine cosmatesco si riferisce ad un particolare stile di decorazione policroma caratterizzata dall'impiego di tessere o piccoli tasselli di marmo, granito o ceramica utilizzati per creare motivi geometrici. Questo tipo di decorazione prende il suo nome dai membri di alcune famiglie di artigiani che operarono nel corso dei secoli XII° e XIII° in Italia.

I pavimenti cosmateschi svolgono, nei luoghi in cui sono collocati, la funzione di elemento organizzatore dello spazio e indicatore di direzioni. Le chiese romaniche sono basate su piante a basilica, composte da una navata longitudinale che, affiancata da navate laterali, connette l'entrata, posizionata ad una estremità della chiesa, attraverso lo spazio del coro, con l'altare, collocato in un abside semi-circolare, posto all'altra estremità.



Figura 2

La guilloche, uno dei motivi principali dei Cosmati, composto da una serie di rondelle collegate da fasce di marmo bianche e da motivi geometrici intrecciati. Questo esempio è nella chiesa di S. Elia a Castel S. Elia (foto Judith Moran)

I pavimenti cosmateschi sono sempre composti da un elemento lineare che corre lungo la navata, attraversa il coro per giungere all'altare.

Questo elemento lineare può essere composto da uno o da una combinazione dei due leitmotifs dei Cosmati: la guilloche (Figura 2) – una serie di dischi o tondi che si connettono attraverso fasce che si intrecciano – e il quinconce, una composizione di quattro tondi attorno a un quinto connesso agli altri ancora attraverso bande intrecciate (Figura 3).



Figura 3

Il quinconce, altro motivo principale dei Cosmati, composto da quattro rondelle disposte intorno ad una quinta rondella centrale, il tutto collegato da fasce intrecciate. S Maria Maggiore a Civita Castellana, provincia di Viterbo (foto Kim Williams)

La maggior parte dello spazio del pavimento è suddivisa in una griglia di rettangoli, ognuno dei quali è riempito da un motivo geometrico sovrapponibile secondo due direzioni come una carta da parati. Questo tipo di motivi è denominato a carta da parati anche dai matematici (nel mondo anglosassone è molto diffusa la definizione wallpaper group per indicare il gruppo dei 17 motivi periodici).

La dislocazione del pavimento funziona a due diversi livelli, il motivo lineare definisce lo spazio della navata sia come elemento architettonico – un corridoio – che come passaggio simbolico, emblematico del pellegrinaggio terrestre del cristiano prima della sua ascensione nel regno dei cieli. Gli elementi lineari di guilloche e quinconce sottolineano una ininterrotta progressione. Le fasce sinuose che collegano i tondi sono percepite come continue e intrecciate piuttosto che come giustapposizione di parti disgiunte. A differenza dei motivi della navata centrale, i motivi geometrici che riempiono i rettangoli che occupano, in parte o del tutto, la restante superficie

pavimentata hanno un carattere a-direzionale, statico, fornendo così un ricco e coloratissimo tappeto marmoreo per gli spazi. (Figura 4)



Figura 4

Un esempio di motivo periodico con quadrati disposti ad quadratum (foto Kim Williams)

La simmetria bilaterale della pianta a basilica è probabilmente il maggior elemento di ordine dello spazio architettonico. La basilica medievale e paleocristiana fu un'interpretazione, basata sui precetti religiosi cristiani, della preesistente tipologia architettonica della basilica romana. Questa era rettangolare, con due absidi posti ognuno alle estremità dell'asse maggiore e due entrate in corrispondenza delle estremità degli assi minori. Gli elementi architettonici erano disposti in modo tale che parti uguali si trovassero opposte: abside ad abside, colonna a colonna, ingresso a ingresso. In altre parole, il centro della basilica romana era un centro di rotazione. Nel riadattare la tipologia basilicale alle loro necessità liturgiche, gli architetti cristiani eliminarono le entrate dall'asse minore, tolsero un'abside da una delle estremità dall'asse maggiore sostituendolo con un'entrata e collocarono l'altare nel rimanente abside. In questo modo, la simmetria della pianta risultò profondamente alterata. Restava un solo asse di riflessione. Il centro della struttura, inoltre, non agiva più da centro di simmetria rotatoria. Questo asse di riflessione assunse un fondamentale ruolo di natura simbolica: come accennato, divenne un percorso allusivo del pellegrinaggio del cristiano verso il regno dei cieli. Nei pavimenti cosmateschi, il motivo curvilineo che definisce l'asse della navata centrale sottolinea la simmetria speculare di tutta la pianta. La simmetria bilaterale è ulteriormente enfatizzata dal fatto che, in molti casi, i motivi dei rettangoli disposti ai lati della navata sono disposti simmetricamente, cioè lo stesso motivo appare nei rettangoli posti simmetricamente rispetto all'asse centrale. È interessante notare che, oltre ad essere distinti dai rispettivi ruoli architettonici, il passaggio centrale e i rettangoli che lo

affiancano sono differenziati anche dalla simmetria dei loro motivi. L'elemento centrale, pur rivestendo all'interno della chiesa il ruolo di asse di simmetria speculare, a causa della natura intrecciata di guilloche e quinconce che lo costituiscono, non manifesta simmetria bilaterale ma solo rotatoria (cioè una rotazione di 90° , attorno al punto centrale del quinconce lo fa coincidere con se stesso; diremo cioè che il quinconce manifesta una simmetria rotatoria di ordine 4). Nel caso di una striscia che connette tre tondi a formare un guilloche, un mezzo giro attorno al centro del tondo di mezzo fa coincidere il motivo con se stesso. Diremo allorché il guilloche manifesta una simmetria rotatoria di ordine 2. Diremo che un motivo manifesta simmetria speculare rispetto a una retta se questa si comporta come uno specchio che, riflettendo una metà del motivo, genera l'altra. Per comprendere la differenza tra simmetrie speculari e rotatorie, consideriamo il disegno del pavimento della *Cappella del Cardinale del Portogallo* a San Miniato al Monte a Firenze. È un esempio interessante di motivo che ad un'osservazione superficiale assomiglia a un quinconce ma che, a differenza di questo, presenta 4 assi di simmetria speculare e quindi la stessa simmetria di un quadrato.



Figura 5

Quinconce "falso" con quattro assi di simmetria speculare. Cappella del cardinale del Portogallo, San Miniato al Monte, Firenze (foto Judith Moran)

I motivi periodici che riempiono i rettangoli su ogni lato della navata laterale, d'altronde, a differenza dei disegni del corridoio centrale, esibiscono tutti una simmetria speculare. Ad esempio, il motivo periodico della figura 4 presenta quattro tipi diversi di assi di simmetria speculare: orizzontale, verticale e diagonale, orientati come quelli del disegno della figura 5. Mentre non tutti i motivi periodici creati dai Cosmati includono così tante simmetrie speculari, tutti presentano almeno un insieme di assi speculari paralleli.

Un altro aspetto interessante dei pavimenti cosmateschi è la varietà di forme impiegate nella loro realizzazione. È come se i Cosmati avessero voluto dimostrare la loro maestria nel pavimentare il piano, utilizzando le simmetrie speculari in tutti i modi possibili. I cosmati ricavavano il marmo per i loro pavimenti dagli edifici romani. I tondi utilizzati nei *guilloche* e *quinconce*, ad esempio, sono fette di antiche colonne marmoree. Le forme che compaiono nei pavimenti sono cerchi, triangoli, quadrati, rettangoli, rombi, esagoni ottagoni e la vesica piscis (ovale appuntito formato dall'intersezione di due circonferenze). Spesso una di queste forme è derivata da un'altra: un rombo creato da due triangoli equilateri, un triangolo generato dalla divisione di un quadrato lungo una delle sue diagonali o un rettangolo formato dall'unione di due quadrati. Le configurazioni dei Cosmati spesso propongono combinazioni standard di queste forme, come quella che vede un quadrato ruotato di 45° e inscritto in un altro (combinazione detta *ad quadratum*) oppure quella che vede un triangolo ruotato di 180° e inscritto in un altro (*ad triangulum*) o, per finire, quella che vede un cerchio che ne contiene uno concentrico. Per quanto siamo stati in grado di verificare, alcune altre combinazioni di forme come quella che vede un quadrato inscritto in un cerchio non compaiono mai nei pavimenti originali (benché queste configurazioni appaiano in settori di pavimenti restaurati). Abbiamo scelto il termine *vocabolario di forme* per caratterizzare queste particolari morfologie dei tasselli e i modi in cui furono combinate dai Cosmati. Utilizziamo questo termine per sottolineare il fatto che questi artigiani possedevano regole secondo le quali creare e combinare le forme, così come gli scrittori impiegano le regole grammaticali per determinare le parole opportune a formare dei periodi. L'elaborazione del vocabolario di forme dei Cosmati è il nostro attuale oggetto di studio.



Figura 6

Un frammento di fascia incompleta nella cripta di S. Maria Maggiore a Civita Castellana indica la tecnica di lavoro usata nei pavimenti (foto Kim Williams)

Spesso le invenzioni geometriche dei Cosmati nascevano da intuizioni di natura pratico-costruttiva: i metodi di posa dei pezzi del mosaico potevano ispirare la creazione di motivi di riempimento dello spazio. Nel settore incompiuto (Figura 6) di un mosaico che si trova a Civita Castellana possiamo osservare come nel pezzo base, in marmo bianco, venissero scavati gli alloggiamenti che accolgono esattamente, senza sporgenze, i tasselli in marmo colorato che formano un motivo periodico. Per completare il lavoro, le tracce nel marmo venivano riempite con un fondo cementizio sul quale venivano pressati i tasselli colorati. Gli artisti Cosmati creavano una prima matrice in cui venivano collocati i pezzi più grandi del motivo; in questo caso, vediamo una scacchiera di quadrati colorati alternati a spazi ancora intatti. Il passaggio seguente consisteva nel riempire gli spazi vuoti ricavandovi gli alloggiamenti destinati ad accogliere dei moduli nella scala di grandezza immediatamente inferiore alla precedente; in questo caso, si tratta di quadrati la cui diagonale è esattamente uguale al lato del quadrato maggiore, in una configurazione *ad quadratum*. Alla fine di questo secondo passaggio, gli spazi ancora integri potevano essere riempiti con pezzi che vi si incastrassero perfettamente (come il triangolo utilizzato in questo esempio) oppure, se lo spazio rimanente lo permetteva, potevano esservi collocati pezzi nella scala immediatamente inferiore che saturano il vuoto solo parzialmente. Questo vuoto poteva essere poi lasciato libero o riempito con pezzi che vi si incastrassero perfettamente. L'analisi del metodo di costruzione si rivela determinante nel comprendere perché stranamente, per pavimenti coloratissimi, la tinta giochi un ruolo marginale nella percezione dell'ordine. Il colore spesso sembra applicato in modo casuale, non vi è simmetria colorata. La lettura del motivo avviene in termini di contrasto di chiarezze, piuttosto che di tinte. Ciò è vero al punto che, come dimostra il metodo applicato dalla storica dell'arte Dorothy Glass [10] per classificare i disegni, al fine di datare i pavimenti, è possibile astrarre i motivi come semplici disposizioni di tasselli bianchi e neri.

L'imperativo di riempire lo spazio spiega probabilmente l'apparire di un terzo tipo di *simmetria* nei pavimenti dei Cosmati: *la simmetria di similitudine* o, come spesso viene oggi chiamata, *la simmetria frattale*. Gli spazi, di volta in volta rimasti vuoti nel processo di pavimentazione, vengono riempiti sistematicamente con forme simili di scala più piccola e il risultato può essere un motivo localmente auto-simile (cioè una sua porzione possiede simmetria frattale). I triangoli sono le figure più frequentemente utilizzate come moduli riempi-spazio, specialmente nelle aree comprese tra i margini circolari di *guilloche* e *quinconce* e i bordi rettilinei che li circondano. Questi spazi curvi, quasi triangolari, sono spesso riempiti con un grande triangolo; i rimanenti interstizi sono a loro volta riempiti da triangoli più piccoli, finché non vi sia altro spazio disponibile. La configurazione motivo, risultante da questo processo, è quello che noi oggi definiamo *setaccio di Sierpinski* (Figura 7).



Figura 7

La disposizione di triangoli, di dimensioni varie, che compongono un motivo oggi conosciuto come il "setaccio di Sierpinski". Santa Maria Maggiore a Civita Castellana (foto Kim Williams)

I pavimenti dei Cosmati intessono, con il senso dell'ordine, un dialogo a diversi livelli e su differenti scale: operando la grande suddivisione dell'interno della chiesa in passaggio centrale e aree rettangolari laterali, giocando a scala intermedia sulla varietà delle simmetrie (speculare, rotatoria e traslatoria, che troviamo nei rettangoli e nell'elemento centrale) e infine, a livello locale, inducendo in alcune aree l'occhio a esplorare la superficie più in profondità attraverso la vertiginosa simmetria di auto-somiglianza. Al colore è assegnata la funzione di sedurre lo sguardo e non quella di rafforzare le simmetrie, percepite essenzialmente grazie ai primari contrasti di chiarezza.