



DIPARTIMENTO  
DI MATEMATICA

**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA



*Istituto Tecnico Tecnologico  
e Liceo Scientifico Biagio Pascal di Roma*

**Coniche:  
origami, GeoGebra, macchine a filo**

**Annalisa Malusa, Marina Mayer e Donatella Ricalzone**

*annalisa.malusa@uniroma1.it*

*marinamayer@mclink.it donatella\_ricalzone@yahoo.it*

# Scheda di lavoro 1:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## Origami

Prendi un foglio bianco.

Prendi un punto  $F$  e una retta  $d$ , non passante per  $F$ , ottenuta piegando la carta.

Esegui i seguenti passi, aprendo il foglio dopo ogni piegatura:

1. Segna un punto  $A_1$  sulla retta  $d$ .
2. Traccia la piega passante per  $F$  e  $A_1$ .
3. Fai combaciare il punto  $F$  con  $A_1$  e indica con  $s$  la retta trovata con la piegatura.
4. Piega il foglio (ottenendo la retta  $r$ ) in modo che la retta  $d$  venga ripiegata su se stessa proprio nel punto  $A_1$ , e indica con  $P_1$  il punto in cui tale retta  $r$  interseca la retta  $s$ .

Ripeti i passi da 1 a 4 per 5 volte trovando rispettivamente i punti  $A_2$  e  $P_2$ ,  $A_3$  e  $P_3$ ,  $A_4$  e  $P_4$ ,  $A_5$  e  $P_5$ ,  $A_6$  e  $P_6$ .

Unisci i punti  $P_i$  trovati.

Rispondi alle seguenti domande:

1. Come risultano le rette  $r$  rispetto alla retta  $d$ ? Motiva la risposta

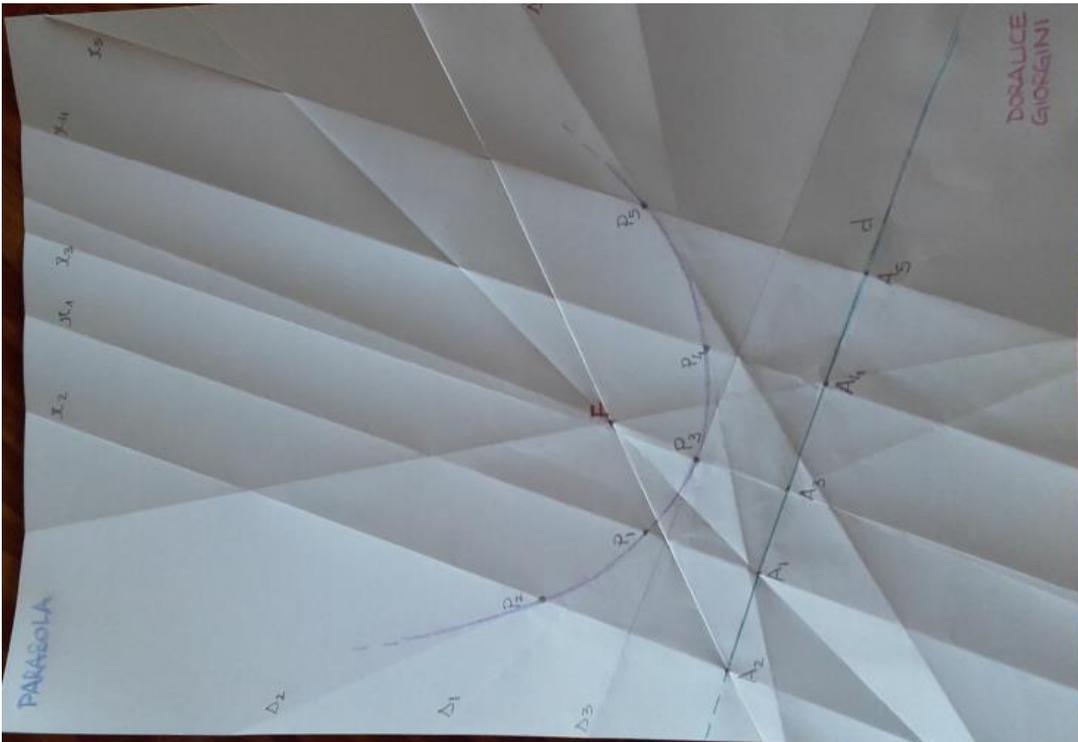

2. I punti  $P_i$  di quale proprietà godono?


3. Posso definire i punti  $P_i$  come appartenenti ad un luogo geometrico? Se sì quale? Se no perché ?.


4. Prova a scrivere la proprietà dei punti  $P_i$  in forma geometrica/algebrica


5. Prova ad indicare la procedura che hai eseguito, supponendo di NON poter piegare il foglio.


La figura seguente è solo dimostrativa per gli insegnanti.



## Origami

Gli assiomi di Huzita-Hatori (1992): (da enunciare con post-it incollabili sul quaderno...)

- (A1) Dati due punti distinti  $P_1$  e  $P_2$ , c'è un'unica piega che passa per entrambi;
- (A2) Dati due punti distinti  $P_1$  e  $P_2$ , c'è un'unica piega che porta  $P_1$  su  $P_2$ ;
- (A3) Date due rette  $r_1$  e  $r_2$ , esiste sempre una piega che porta  $r_1$  su  $r_2$ ;
- (A4) Dati un punto  $P$  e una retta  $r$ , c'è un'unica piega perpendicolare a  $r$  e passante per  $P$ ;
- (A5) Dati due punti  $P_1$  e  $P_2$  e una retta  $r$ , se c'è una piega passante per  $P_2$  che porta  $P_1$  su  $r$  è possibile costruirla;
- (A6) Dati due punti  $P_1$  e  $P_2$  e due rette  $r_1$  e  $r_2$ , se c'è una piega che porta  $P_1$  su  $r_1$  e  $P_2$  su  $r_2$  è possibile costruirla;
- (A7) Dati un punto  $P$  e due rette distinte  $r_1$  e  $r_2$ , esiste sempre una piega, perpendicolare a  $r_2$ , che porta  $P$  su  $r_1$ .

Gli **assiomi di Huzita-Hatori** sono gli assiomi su cui si basa la matematica degli origami. I primi sei assiomi sono stati formulati dal matematico italo-giapponese Humiaki Huzita nel 1992, e descrivono le operazioni che sono consentite quando si piega un pezzo di carta, come nell'arte dell'origami. Il settimo assioma è stato aggiunto dal matematico giapponese Koshiro Hatori.

# Scheda di lavoro 2:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## GeoGebra

1. Apri GeoGebra, senza visualizzare gli assi, fissa un punto F e una retta d, attenzione rinomina gli oggetti di Geogebra con il tasto destro.
2. Prendi un punto generico A sulla retta d
3. Traccia l'asse del segmento AF, rinominalo s
4. Traccia la perpendicolare alla retta d nel punto A, rinominalo r
5. Indica con P1 il punto di intersezione tra la retta s e la perpendicolare r
6. Clicca destro sul punto P1 e seleziona "Traccia attiva"
7. Clicca sul punto A e muovi il punto A sulla retta d.

Rispondi alle seguenti domande:

1. Quali sono le relazioni tra i punti F, A e P1 ?

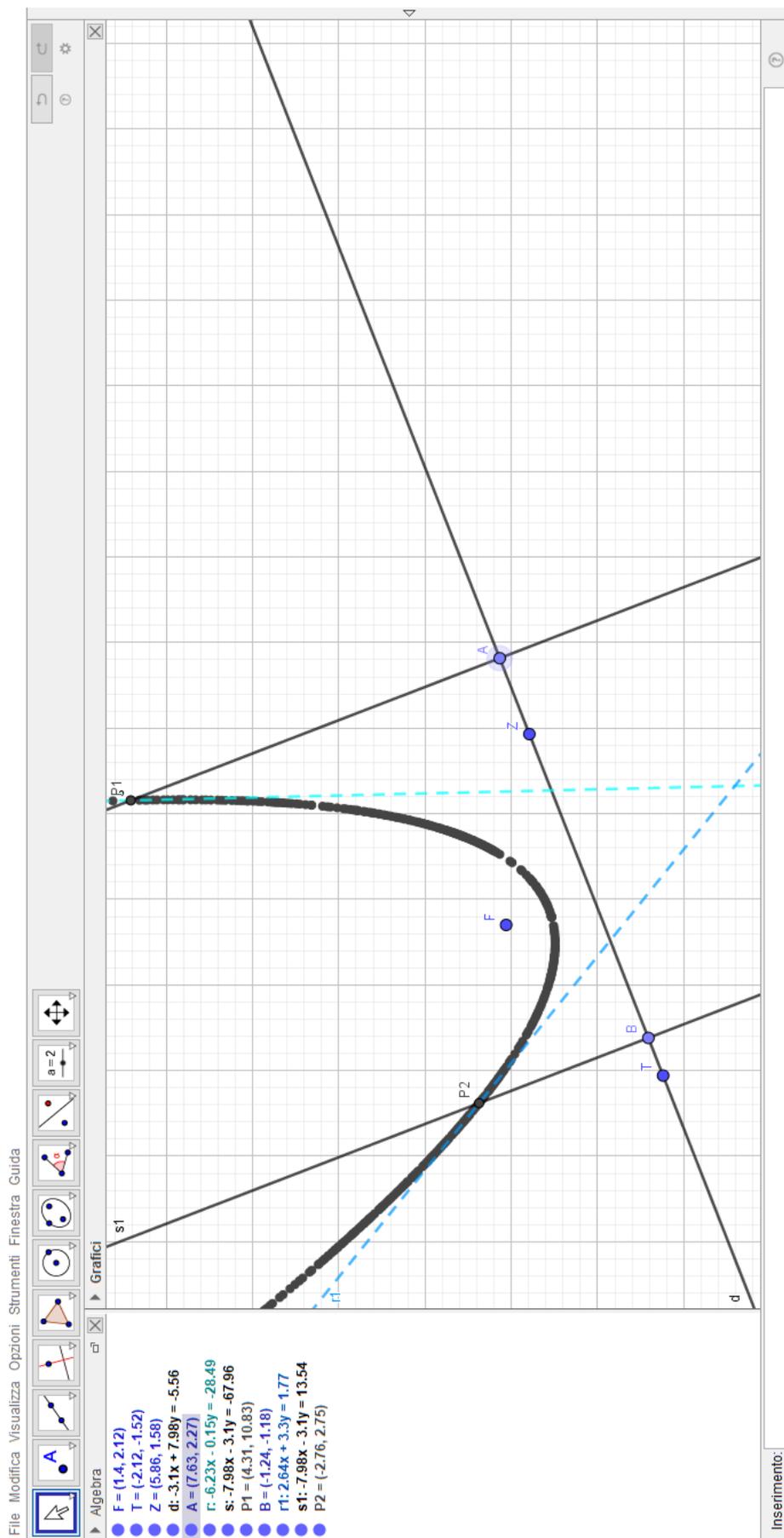

2. Rappresenta ora un altro punto P2. Le relazioni tra i punti si mantengono ancora? Perché?


3. Prova a rappresentare altri 3 punti P3 , P4 , P5 . Cosa osservi?


4. Quale curva visualizzi?


5. Trovi delle analogie con la curva ottenuta.


La figura seguente è solo dimostrativa per gli insegnanti.



# Scheda di lavoro 3:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## Parabolografo:

### Materiale:

1. Una dorso rilegafogli di plastica da 16 -18 mm(denominato d)
2. Un dorso rilegafogli di plastica più stretto da 6 mm (denominato b).
3. Un supporto (o leggìo) per pc portatile (IKEA brada), oppure tavola in legno con bordo (opzionale).
4. Un cartoncino pressato del tipo retro dei blocchi da disegno.
5. Fogli bianchi semplici o da disegno.
6. Spago lungo quanto il dorso più stretto.
7. Matita
8. Materiale per praticare un foro sul dorso stretto
9. Pinze
10. Puntina da disegno
11. Squadra

### Costruzione:

Si pratici un foro sul dorso stretto (b) dove far passare lo spago e schiacciare con la pinza la parte finale del dorso (d) in modo che possano scorrere dentro d.

Inserire il cartoncino e il foglio all'interno di de la squadra all'interno di b. Poggiare il dorso d nella scanalatura.

Prendere un punto F e bucare con una puntina il foglio e il cartone. Forare l'estremità del dorso piccolo (punto A). Prendere un filo (spago) di lunghezza AH.

Far scorrere b lungo d e contemporaneamente, con la punta della matita, mantenere il filo teso e accostato al dorso b.

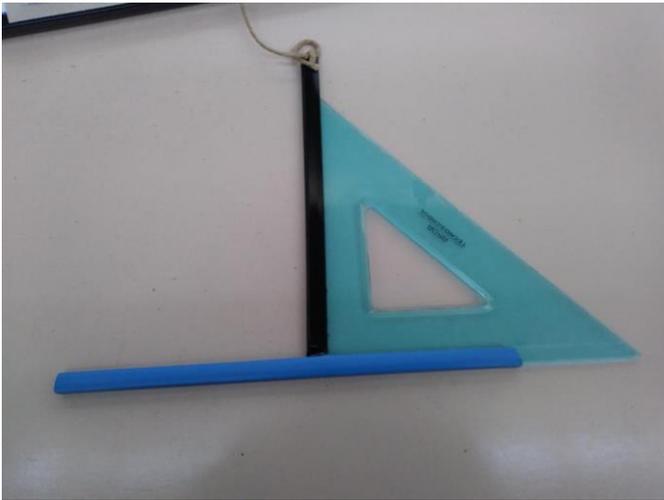
Rispondi alle seguenti domande:

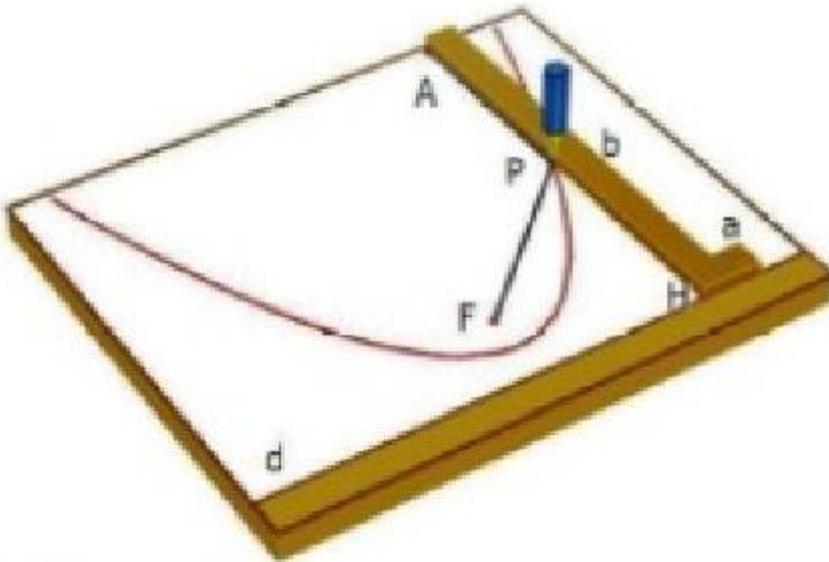
6. Cosa si disegna? Perché?


7. Cosa sono F e d?


PF= lunghezza spago- AP =AH- AP= PH

La figura seguente è solo dimostrativa per gli insegnanti. (va sostituita con quella reale).





# Scheda di lavoro 4:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## Origami

Prendi un foglio bianco.

1. Ritaglia un cerchio ed evidenzia il centro C.
2. Prendi un punto F arbitrario all'interno del cerchio.
3. Scegli un qualunque punto G sulla circonferenza.
4. Sovrapponi il punto G della circonferenza ad F, e premi la carta ottenendo una piega, retta s.
5. Segna con P1 il punto di intersezione tra il raggio CG e la piega ottenuta al passo 4.

Itera il procedimento ripetendo i punti 3-4-5. Unisci i punti Pi.

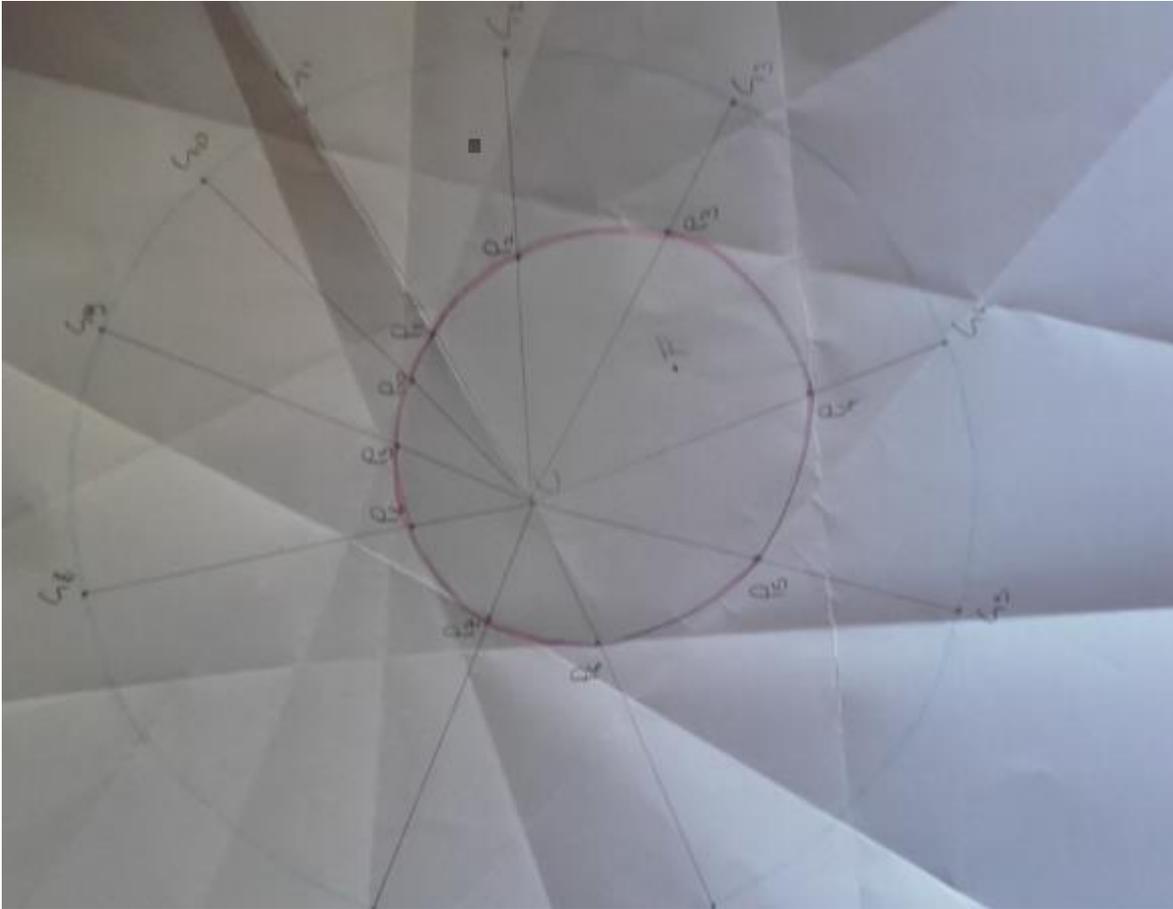
Rispondi alle seguenti domande:

8. Che tipo di retta rappresenta la piega ottenuta sovrapponendo il punto G al punto F?


9. Scrivi le relazioni che ci sono fra i punti Pi, C, F, Gi. Puoi scrivere una relazione fra Pi,F,C (eliminando le Gi) in modo che per ogni terna venga sempre lo stesso valore ( invariante) ?


3. Prova ad indicare la procedura che hai eseguito , supponendo di NON poter piegare il foglio


La figura seguente è solo dimostrativa per gli insegnanti.



# Scheda di lavoro 5:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## GeoGebra

1. Apri Geogebra e traccia un cerchio di centro C(rinominalo), senza assi.
2. Segna un punto F interno al cerchio –rinominalo.
3. Scegli un qualunque punto G sulla circonferenza.
4. Traccia l'asse del segmento GF.
5. Traccia il segmento CG.
6. Nomina P il punto di intersezione tra il segmento CG e l'asse del segmento GF.
7. Clicca destro sul punto P e seleziona “Traccia attiva”.
8. Muovi G sulla circonferenza.

Rispondi alle seguenti domande:

6. Cosa disegna la traccia?

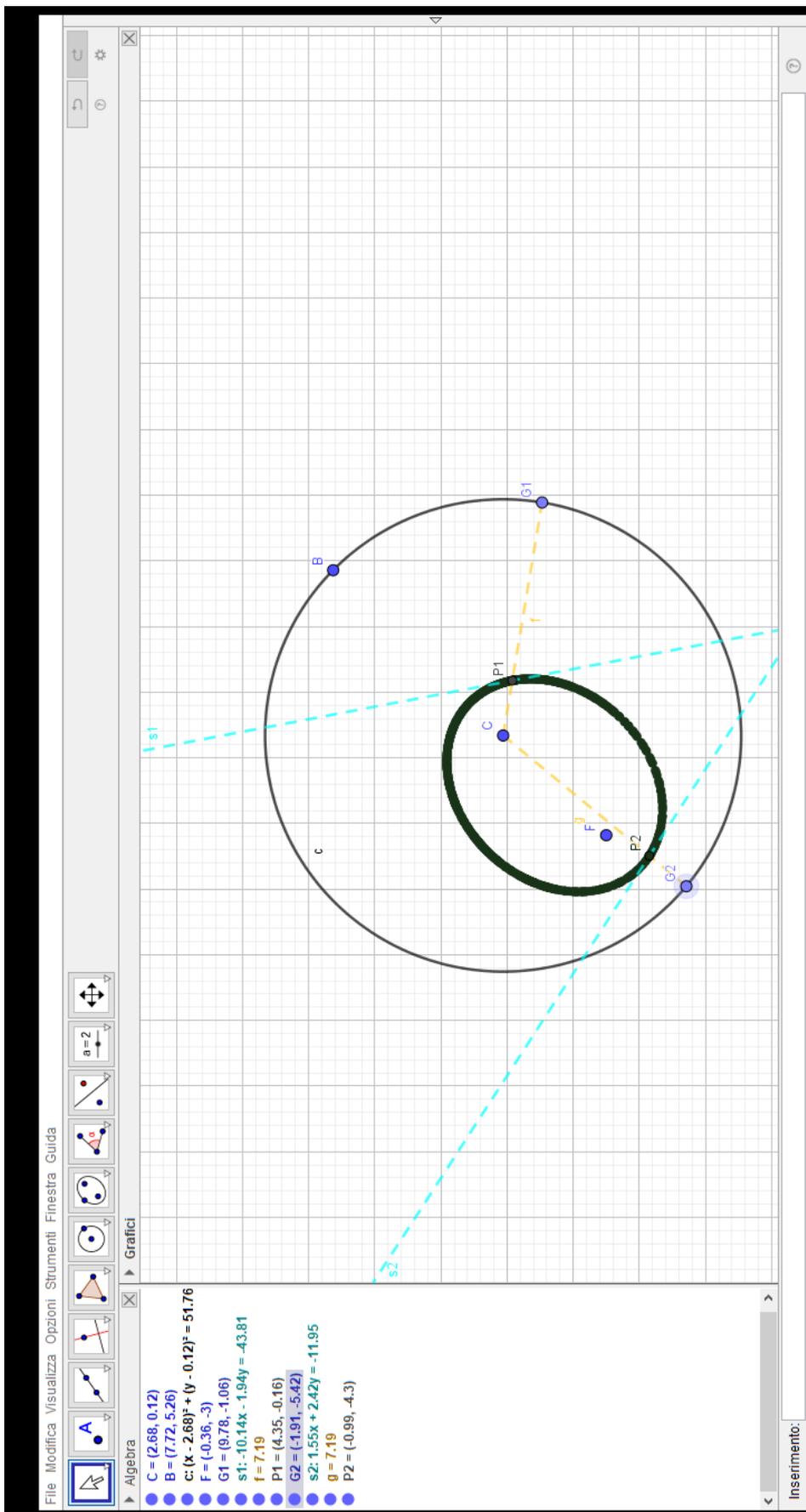

7. Rappresenta ora un altro punto P2 . Le relazioni tra i punti si mantengono ancora? Perché?


8. Prova a rappresentare altri 3 punti P3 , P4 , P5 . Cosa osservi?


9. Quale curva visualizzi?


10. Prova ad usare il comando Luogo per ogni coppia PiGi, seguendo le istruzioni di Geogebra. Che cosa disegna? Come sono i grafici? Cosa cambia rispetto al “traccia attiva” ?


La figura seguente è solo dimostrativa per gli insegnanti.



# Scheda di lavoro 6:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## Ellissografo del giardiniere:

### **Materiale:**

Spago, due viti, tavoletta di supporto

### **Costruzione:**

si sovrappone un foglio alla tavoletta e si fissano due viti alle quali viene legato lo spago.

Con la matita si tende lo spago, di lunghezza  $k$ , fino a formare un triangolo di vertici le due viti e la matita.

Si sposta la matita mantenendo lo spago teso.

Rispondi alle seguenti domande:

1. Individua nello strumento quali sono i punti A, B, P.


2. Quali sono fissi? Quali mobili?

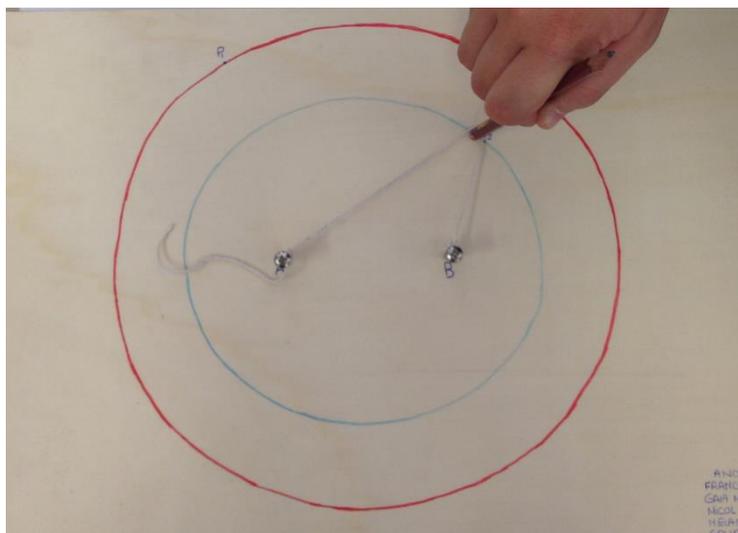

3. Che cosa rimane costante, durante il movimento, nel triangolo (variabile) APB, materializzato dal filo teso?


4. Qual è la proprietà della curva descritta dal punto P?


5. La curva ha un centro di simmetria? Ha assi di simmetria?


6. Immagina di cambiare la distanza tra i due punti A e B ma non la lunghezza  $k$  dello spago. Quando i punti coincidono, qual è la curva tracciata?


7. Qual è la massima distanza possibile tra i due punti A e B, assegnata la lunghezza  $k$  dello spago.?

# Scheda di lavoro 7

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## Origami

Prendi un foglio bianco.

1. Disegna un cerchio di centro  $C$  su un foglio.
2. Segna un punto  $F$  esterno al cerchio.
3. Scegli un qualunque punto  $G$  sulla circonferenza.
4. Sovrapponi il punto  $G$  della circonferenza ad  $F$  e premi la carta ottenendo una piega.
5. Segna con  $P_1$  il punto di intersezione tra la retta passante per  $CG$  e la piega ottenuta al passo 4.

Itera il procedimento ripetendo i punti 3-4-5. Unisci i punti  $P_i$ .

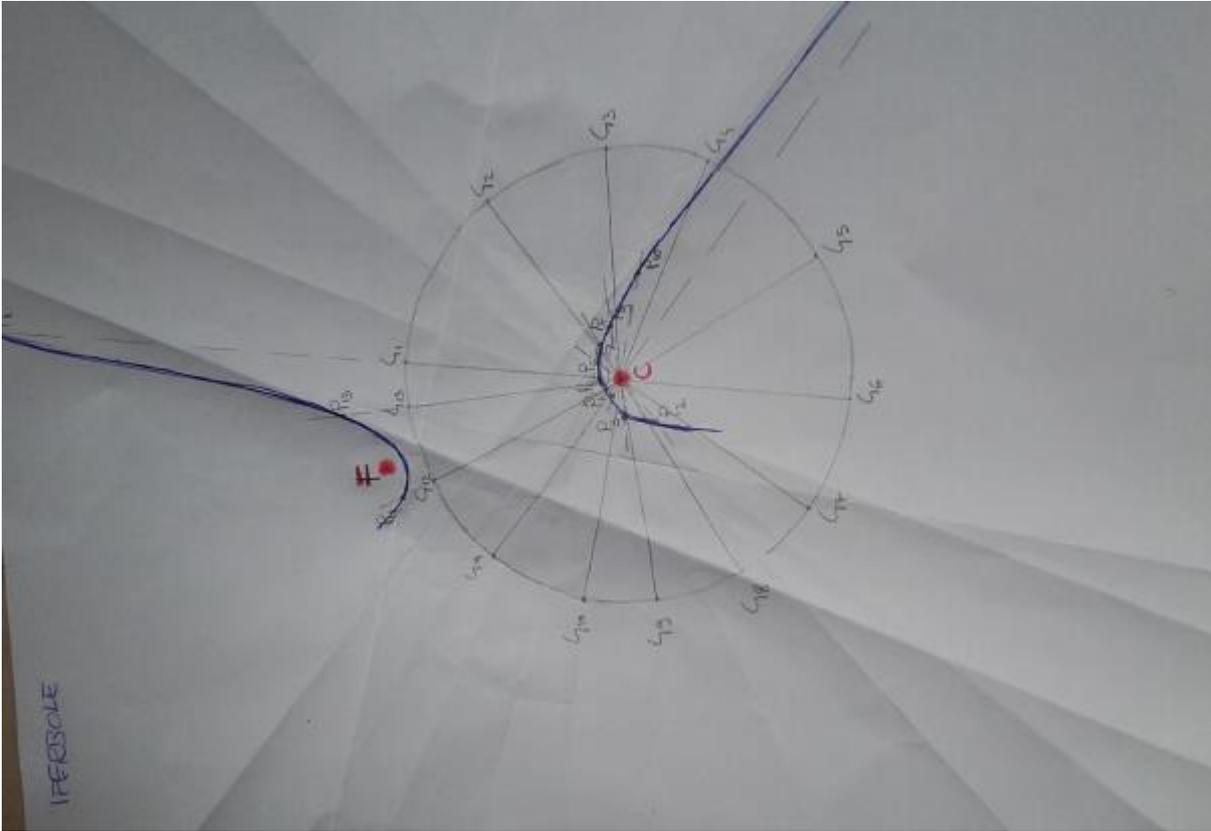
Rispondi alle seguenti domande:

10. Che tipo di retta rappresenta la piega ottenuta sovrapponendo il punto  $G$  al punto  $F$ ?


11. Scrivi le relazioni che ci sono fra i punti  $P_i$ ,  $C$ ,  $F$ ,  $G_i$ . Puoi scrivere una relazione fra  $P_i, F, C$  (eliminando le  $G_i$ ) in modo che per ogni terna venga sempre lo stesso valore ( invariante) ?


4. Prova ad indicare la procedura che hai eseguito, supponendo di NON poter piegare il foglio


La figura seguente è solo dimostrativa per gli insegnanti.



# Scheda di lavoro 8:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## GeoGebra

1. Apri Geogebra e traccia un cerchio di centro C (rinominalo), senza assi.
2. Segna un punto F esterno al cerchio –rinominalo.
3. Scegli un qualunque punto G sulla circonferenza.
4. Traccia l'asse del segmento GF.
5. Traccia la retta per C e G.
6. Nomina P il punto di intersezione tra la retta CG e l'asse del segmento GF.
7. Clicca destro sul punto P e seleziona “Traccia attiva”.
8. Muovi G sulla circonferenza.

Rispondi alle seguenti domande:

11. Cosa disegna la traccia?

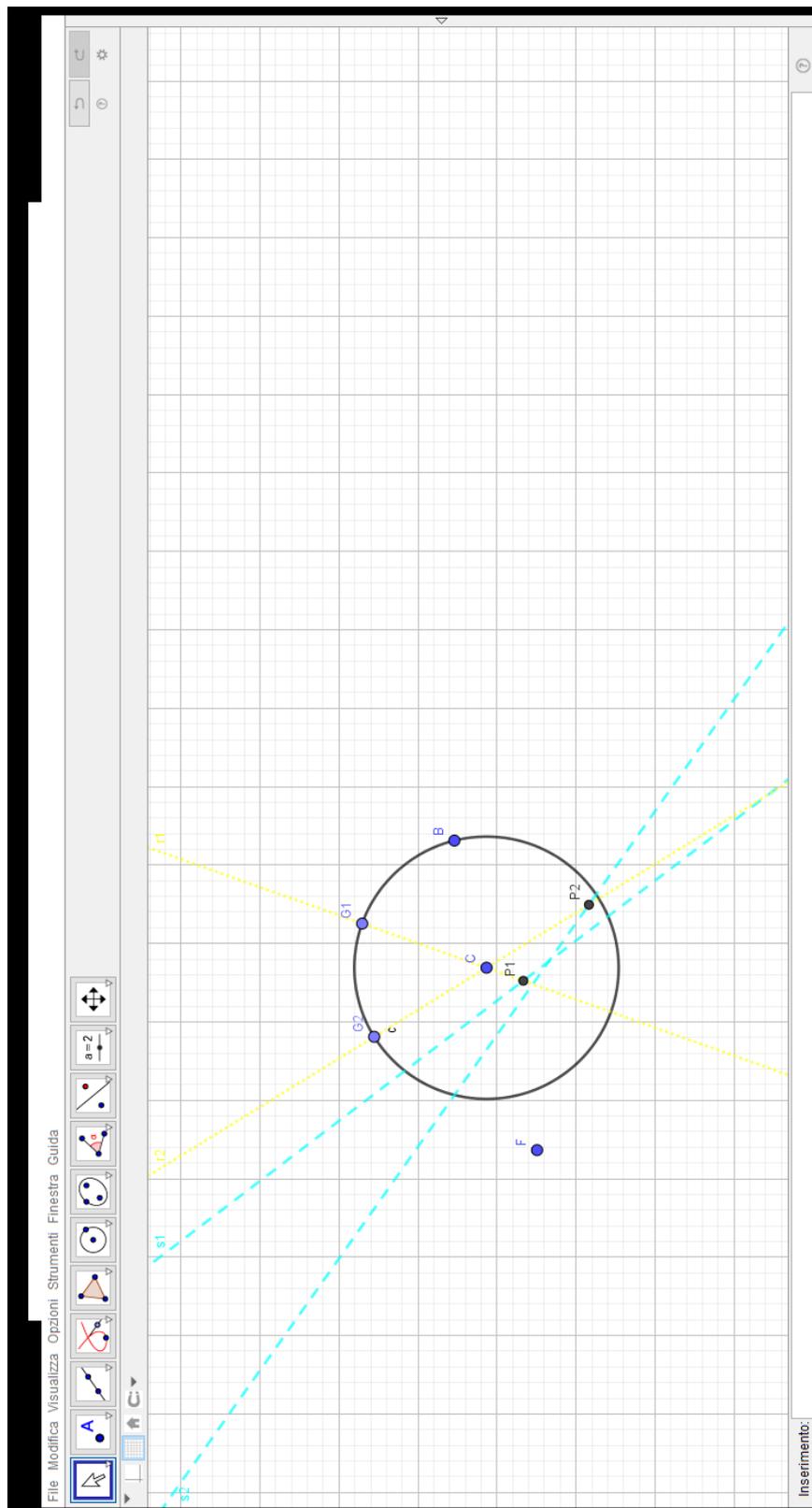

12. Rappresenta ora un altro punto P2 . Le relazioni tra i punti si mantengono ancora? Perché?


13. Prova a rappresentare altri 3 punti P3, P4, P5. Cosa osservi?


14. Quale curva visualizzi?


15. Prova ad usare il comando Luogo per ogni coppia PiGi, seguendo le istruzioni di Geogebra. Che cosa disegna? Come sono i grafici? Cosa cambia rispetto al “traccia attiva” ?


La figura seguente è solo dimostrativa per gli insegnanti.



# Scheda di lavoro 9:

(Cfr. Ls Michelangelo Firenze, prof.sse Riva, Tomei, Bezzi)

## Iperbolografo:

### Materiale:

asta di legno (oppure un dorso per le rilegature dei fogli) con due fori, nel punto F e nel punto A,  $FA = k$ ,

uno spago di lunghezza  $a < k$ ,

tavoletta di supporto, foglio, matita, puntine da disegno.

### Costruzione:

fissare l'asta al foglio nel punto F con la puntina da disegno.

Legare lo spago in A e fissare l'altro estremo in un punto G del piano. Tenere il filo teso con la matita posta con la punta in P punto adiacente all'asta in modo che AP sia sempre teso e accostato all'asta.

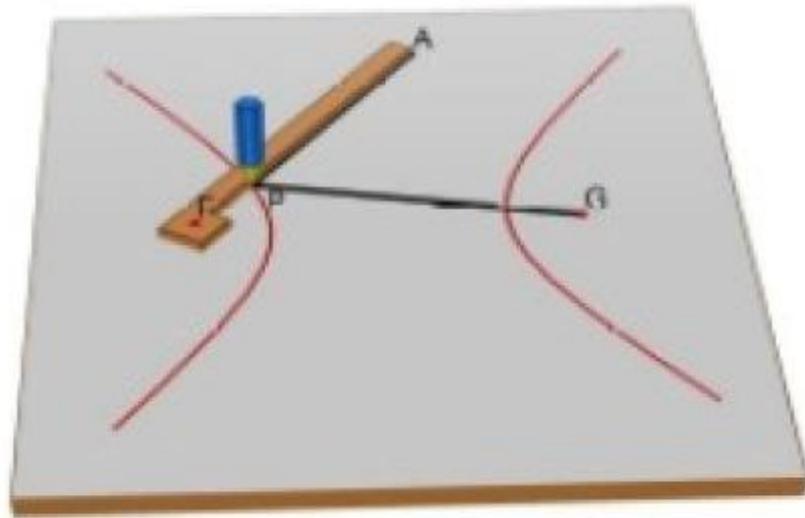
Ruotare l'asta intorno ad F e descrivere la curva disegnata dalla matita.

Rispondi alle seguenti domande:

1. Durante la rotazione dell'asta quali lunghezze, FP AP FA PG FG, restano invariate quali sono variabili?


2. Scrivi le relazioni che legano i segmenti di lunghezza variabile con le misure scelte  $k$  ed  $a$ . Quanto vale FP-PG? È variabile o costante?


3. Qual è la proprietà dei punti appartenenti alla curva disegnata?

$$FP = k - AP \text{ e } PG = a - AP$$

$$FP - PG = k - AP - a + AP = k - a$$

