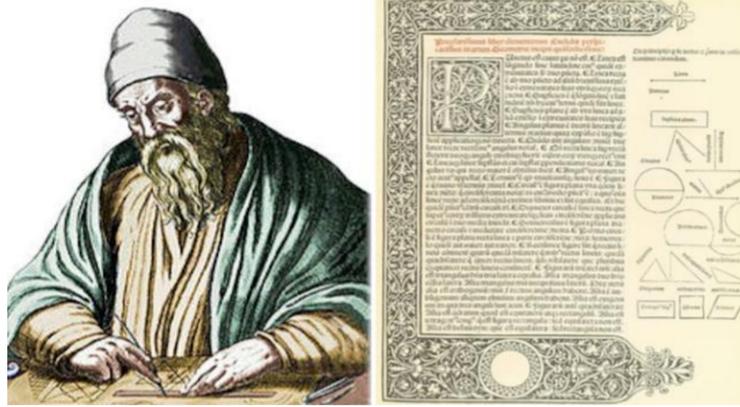


Abstract

L'attività prevede di:

- Leggere, analizzare e tradurre dal Greco in italiano corrente e in linguaggio matematico passi scelti dagli Elementi di Euclide.
- Contestualizzare storicamente il lessico utilizzato da Euclide.
- Confrontare il testo in lingua greca con la traduzione cinquecentesca di Niccolò Tartaglia e con la traduzione inglese fornite agli alunni.
- Tradurre, attraverso l'utilizzo del software GEOGEBRA, la I e la IV proposizione del libro II degli Elementi.
- Ripercorrere le fasi della dimostrazione del Teorema n.5 del libro I degli Elementi relativo al triangolo isoscele.



Obiettivi

- Acquisire ed interpretare le informazioni.
- Leggere, comprendere ed interpretare testi scritti di vario tipo.
- Confrontare ed analizzare le figure geometriche individuando invarianti e relazioni, anche attraverso l'utilizzo di softwares didattici.
- Comprendere i passaggi logici alla base di una corretta dimostrazione.

Durata dell'attività

10 ore

Materie coinvolte

Italiano, greco, inglese, storia, matematica

L'opera



Gli Elementi di Euclide (matematico greco attivo intorno al 300 a.C.[1]) sono la più importante opera matematica giunta alla cultura greca antica. Rappresentano un quadro completo e definito dei principi della geometria noti al tempo.

L'opera consiste di 13 libri: i primi sei riguardano la geometria piana, i successivi quattro i rapporti tra grandezze (in particolare il decimo libro riguarda la teoria degli incommensurabili) e gli ultimi tre la geometria solida.

I diversi libri sono strutturati in definizioni e proposizioni (enunciati che potremmo anche chiamare teoremi). Delle proposizioni vengono fornite le dimostrazioni.

La storia

Edizioni in greco:

1. Originale (?) Ellenistica
2. Riedizione di Teone IV sec. d.C.



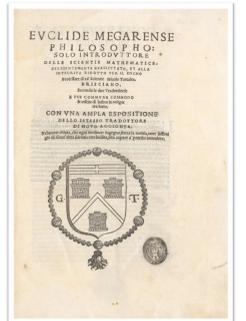
- ### Traduzioni e tradizione araba:
1. Tābit ibn Qurra (seconda metà IX d.C.)
 2. Naṣīr ad Din at-Tūsī (XIII secolo)

Edizioni latine:

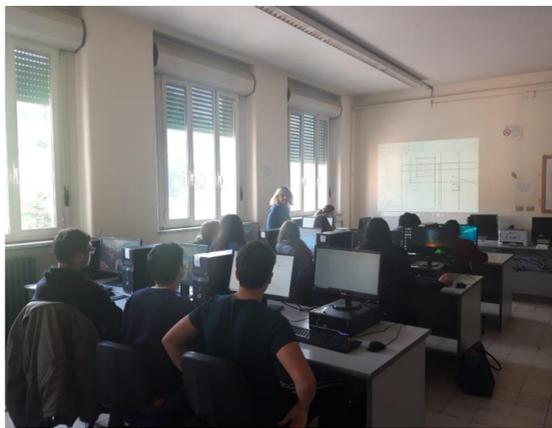
1. Sicilia normanna (XII sec.) Fibonacci?
2. Boezio (V-VI sec. d.C.) Trivium e Quadrivium
3. Campano da Novara (1259)

E poi.....

1. **Niccolò Tartaglia** pubblica nel 1543 Elementi di Euclide in volgare
2. **Johann Ludvig Heiberg** (1854 – 1928) studia e collaziona manoscritti greci. Edizione di riferimento ad oggi.



Le attività laboratoriali



Definizione 1 - Definizione 2 - Linea

La linea è una **spiegata** senza larghezza: il termine della quale sono due punti.

A line is a length without breadth. The extremities of a line are points.

In queste definizioni l'usanza di **definire** la prima specie delle quantità continue che si trovano in **Euclid** è che la **linea** è una **spiegata** senza alcuna larghezza, di cui il termine di quella sono due punti. Questa definizione non indica l'ampiezza di quella linea, che non sia un'ampiezza, come si considerano di un cerchio, di altre linee.

VERIFICHIAMO attraverso LA COSTRUZIONE CON RIGA E COMPASSO la 1° proposizione del II libro degli Elementi di Euclide:

If there are two straight-lines, and one of them is cut into any number of pieces whatsoever, then the rectangle contained by the two straight-lines is equal to the sum of the rectangles contained by the uncut (straight-line), and every one of the pieces (of the cut straight-line).

1. Individua sul lato AB del rettangolo ABCD due punti E e F che dividano AB in tre segmenti di lunghezza arbitraria, anche non congruenti tra di loro.

2. Costruisci un rettangolo di base congruente ad EF e altezza congruente ad AD.

3. Costruisci un rettangolo di base congruente ad EF e altezza congruente ad AD.

4. Costruisci un rettangolo di base congruente ad EF e altezza congruente ad AD.

5. Verifica che le superfici dei suddetti rettangoli (rispetto esattamente alla superficie del rettangolo dato).

OSSERVIAMO che la suddetta proposizione da un punto di vista algebrico equivale alla **PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA**.

Sia: a la lunghezza del lato AB, b la lunghezza del lato AD, e la lunghezza del lato EF, e la lunghezza del lato AD.

Si hanno le seguenti relazioni:

Area (ABCD) = a · b

Area (AECF) = e · b

Area (EFDE) = e · b

Area (EFCE) = e · b

La proposizione precedente permette di affermare che l'area del rettangolo ABCD è uguale alla somma delle aree dei rettangoli AECF, EFDE e EFCE.

Diverto $a \cdot b = e \cdot b + e \cdot b + e \cdot b$

VERIFICHIAMO attraverso LA COSTRUZIONE CON RIGA E COMPASSO la IV proposizione del II libro degli Elementi di Euclide:

If a straight-line is cut at random then the square on the whole (straight-line) is equal to the sum of the squares on the pieces (of the straight-line), and twice the rectangle contained by the pieces.

1. Costruisci un SEGMENTO AB.

2. Costruisci il quadrato ABCD (POSIZIONE REGOLARE) di lato AB.

3. Individua un punto P (OGGETTO) sul lato AB.

4. Individua il segmento AP (SEGMENTO).

5. Individua il segmento PB (SEGMENTO).

6. Individua un VETTORE v, individua un altro VETTORE u.

7. Traccia (TRASLAZIONE) il segmento AP tramite il vettore u; ottieni il segmento A'P'.

8. Costruisci il quadrato PQQR (POSIZIONE REGOLARE) di lato AP.

9. Traccia la circonferenza (CIRCONFERENZA) di raggio AP e centro nell'origine della semiretta.

10. Traccia la circonferenza (CIRCONFERENZA) di raggio AP e centro nell'origine della semiretta.

11. Traccia la circonferenza (CIRCONFERENZA) di raggio AP e centro nell'origine della semiretta.

12. Traccia la circonferenza (CIRCONFERENZA) di raggio AP e centro nell'origine della semiretta.

13. Individua (INTERSEZIONE) i punti di intersezione tra ciascuna circonferenza e la due semirette che formano l'angolo retto in modo da individuare i vertici di un rettangolo.

14. Individua (POSIZIONE) il rettangolo così ottenuto.

15. Ripeti la costruzione definita dall'istruzione 12; ottieni un altro rettangolo congruente al precedente.

16. Muovendo opportunamente i vettori u e v, verifica che il quadrato di lato AB è equivalente alla somma del quadrato di lato AP, del quadrato di lato PB e dei due rettangoli di lati AP e PB.

ovvero $Q_{AB} = Q_{AP} + Q_{PB} + R_{AP, PB} + R_{PB, AP}$

OSSERVIAMO che la suddetta proposizione da un punto di vista algebrico equivale alla **PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA**.

Sia: a la lunghezza del segmento AB, b la lunghezza del segmento PB.

Si hanno le seguenti relazioni:

Area $Q_{AB} = a^2$

Area $Q_{AP} = a^2$

Area $Q_{PB} = b^2$

Area $R_{AP, PB} = a \cdot b$

Area $R_{PB, AP} = b \cdot a$

Quindi $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

EUCLIDE - LIBRO I, Teorema 5

Teorema 5: Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono uguali.

Sia: ABC triangolo isoscele con AB=AC (ipotesi)

Si prolunghi AB fino a D; si prolunghi AC fino a E, tale che CE=BD (Prolungato n. 1)

Si costruisca DF=DE (Prolungato n. 2)

AB=AC (ipotesi)

AD=AE (per costruzione)

DF=DE (per costruzione)

∠BAD=∠CAE (angolo di vertice)

∠BDF=∠CED (ipotesi di congruenza)

∠BCF=∠BCD (ipotesi di congruenza)

∠BCD=∠BCF (ipotesi di congruenza)

∠ABC=∠ACB (conclusione)

∠ABC=∠ACB (conclusione)

In un triangolo isoscele, gli angoli alla base sono uguali tra loro. (Ipt. 1, generalizzazione)

EUCLIDE - LIBRO I, Teorema 6

Teorema 6: Se un triangolo due lati e l'angolo compreso fra essi sono rispettivamente uguali a due lati e l'angolo compreso fra essi di un altro triangolo, allora i due triangoli sono uguali.

Sia: ABC triangolo con AB=DE, AC=DF, ∠A=∠D

Si prolunghi BA fino a G, tale che AG=DE (Prolungato n. 1)

Si prolunghi CA fino a H, tale che CH=DF (Prolungato n. 2)

AG=DE (per costruzione)

CH=DF (per costruzione)

∠GAC=∠HDF (angolo di vertice)

∠ACB=∠DFE (ipotesi di congruenza)

∠ACB=∠DFE (ipotesi di congruenza)

∠ABC=∠DEF (conclusione)

∠ABC=∠DEF (conclusione)

In un triangolo, se due lati e l'angolo compreso fra essi sono uguali a due lati e l'angolo compreso fra essi di un altro triangolo, allora i due triangoli sono uguali.

EUCLIDE - LIBRO I, Teorema 7

Teorema 7: In un triangolo, se un lato e l'angolo compreso fra esso e un altro lato sono uguali a un lato e l'angolo compreso fra esso e un altro lato di un altro triangolo, allora i due triangoli sono uguali.

Sia: ABC triangolo con AB=DE, ∠A=∠D, ∠B=∠E

Si prolunghi BA fino a G, tale che AG=DE (Prolungato n. 1)

Si prolunghi CA fino a H, tale che CH=DF (Prolungato n. 2)

AG=DE (per costruzione)

CH=DF (per costruzione)

∠GAC=∠HDF (angolo di vertice)

∠ACB=∠DFE (ipotesi di congruenza)

∠ACB=∠DFE (ipotesi di congruenza)

∠ABC=∠DEF (conclusione)

∠ABC=∠DEF (conclusione)

In un triangolo, se un lato e l'angolo compreso fra esso e un altro lato sono uguali a un lato e l'angolo compreso fra esso e un altro lato di un altro triangolo, allora i due triangoli sono uguali.