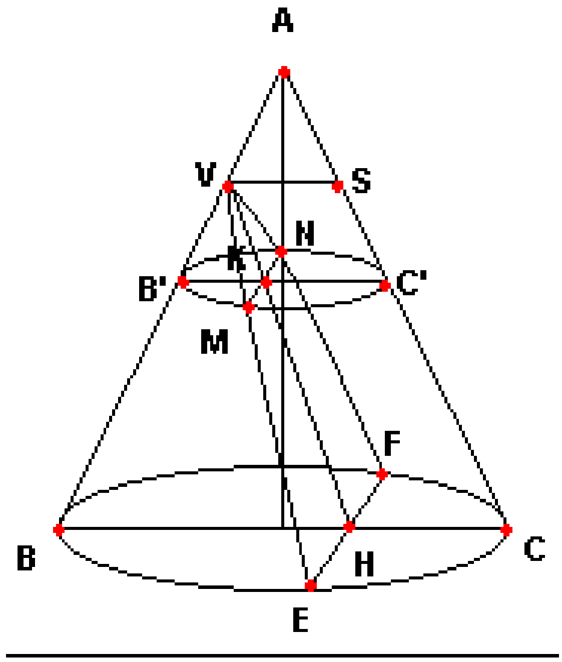
La dimostrazione di Apollonio nel caso della parabola



In figura è rappresentato un cono, che supponiamo delimitato da una base costituita dalla circonferenza di diametro BC.

Sezionando il cono con un piano passante per il suo asse otteniamo il triangolo isoscele ABC, con AB = AC.

Sulla circonferenza di base scegliamo un qualunque segmento EF perpendicolare a BC; per EF conduciamo un piano parallelo alla generatrice AC. Tale piano taglia la generatrice AB in un punto V.

L'intersezione fra il piano ora considerato, passante per V, E, F, e il cono è detta parabola.

Vogliamo determinarne l'equazione (determinare un'equazione vuol dire ………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………)

Consideriamo varie sezioni piane parallele alla circonferenza di base (più piccole o più grandi): si ottengono ovviamente altre circonferenze. Sia una di queste quella di diametro B'C', parallelo a BC, rappresentata in figura. Tale circonferenza interseca la parabola nei punti M e N, con MN parallela a EF. K è l'intersezione di MN con B'C' (così come H è l'intersezione di EF con BC).

- A quali segmenti sulla circonferenza di diametro B'C' puoi applicare il 2° teorema di Euclide? (Ricorda che un triangolo inscritto in una semicirconferenza……………………………………………………………………………)

Ai segmenti che sono lati del triangolo ………. ottenendo la relazione …………………..

Ai segmenti che sono lati del triangolo ………. ottenendo la relazione …………………..

- Se variamo la circonferenza sezione del cono, mantenendola sempre parallela alla base, quali sono nella figura i segmenti che variano, e quali quelli che rimangono uguali?

Fra i segmenti che non variano ci sono: AB, AC, BC, AV, ….. Fra i segmenti che variano ci sono: B'K, KC', KN, KM, ………….

Devi esprimere tutti i segmenti che hai utilizzato per applicare il 2° teorema di Euclide attraverso i segmenti invarianti appena menzionati, oppure attraverso segmenti variabili contenuti interamente nel piano della parabola. Quali sono? ………………………………………………….

Per fare questo devi trovare triangoli simili oppure parallelogrammi (i cui lati opposti……………………….). Elencane alcuni:

- Per esprimere B'K, osservo che ci sono dei triangoli simili perché ……………………da cui si ricava B'K infatti vale la relazione …………………………………………………

- Per esprimere KC' osservo che nel parallelogramma ……………. valgono le relazioni ……………………………quindi ……………………………………………

- Sostituisci adesso le nuove espressioni dei segmenti nell'uguaglianza data dal teorema di Euclide. Esplicita l'equazione rispetto a VK. Si ottiene ………………………………………………………………
- Ora puoi chiamare i segmenti variabili x=KN e y=VK. Qual è il coefficiente di x^2? ……………………… Se nel coefficiente compaiono solo segmenti invarianti puoi chiamarlo semplicemente p. Cosa ottieni? …………