La costruzione di Torricelli

Il punto di Torricelli-Fermat di un triangolo è un punto che rende minima la somma delle distanze di tale punto dai vertici del triangolo. Torricelli fu il primo a dimostrare che un punto ha la precedente caratteristica se e solo se i segmenti che lo collegano ai vertici del triangolo, formano tra loro angoli di 120°. Di seguito riportiamo la costruzione del punto di Torricelli-Fermat proposta da Torricelli, che si basa proprio su quest'ultima caratteristica.

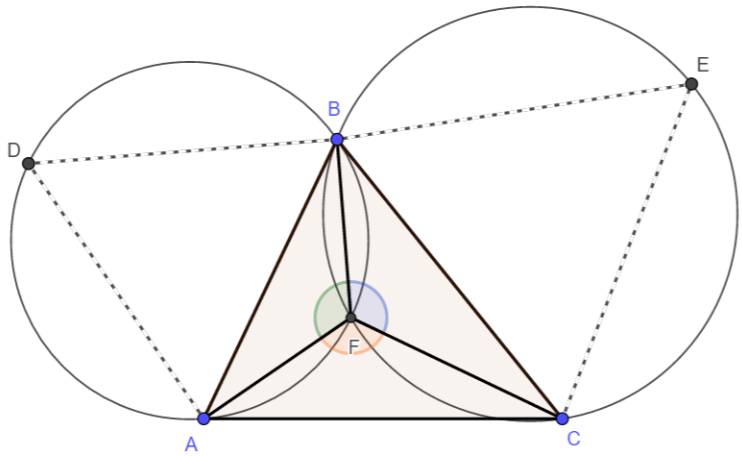
Proposizione 1. *Dato un triangolo, con angoli interni tutti minori di* 120°*, costruire un punto tale che i segmenti che lo collegano ai vertici del triangolo, formino tra loro angoli di* 120°*. Il punto così costruito è quindi il punto di Torricelli-Fermat del triangolo.*

Dimostrazione. Dato il triangolo ABC vogliamo costruire il punto F tale che i segmenti AF, BF e CF formino tre angoli di 120°.

1. Si costruisca un triangolo equilatero ABD sul lato AB.
2. Si costruisca un triangolo equilatero BCE sul lato BC.
3. Si costruiscano poi le due circonferenze circoscritte ai triangoli ABD e BCE ; queste si intersecano in B e in un altro punto che chiamiamo F.
4. Osserviamo che i triangoli equilateri ABD e BCE hanno tutti gli angoli uguali . In particolare, ciascun angolo misura 60° [*].
5. Si costruiscano i segmenti FA, FB e FC.
6. Consideriamo il quadrilatero ADBF: l'angolo A$\widehat{F}$B misura 120°.
7. Facendo le stesse osservazioni sul quadrilatero BFCE possiamo dire che anche l'angolo B$\widehat{F}$C è di 120°, di conseguenza anche A$\widehat{F}$C.

□

[*] In realtà, Euclide non prevede all'interno degli Elementi la possibilità di misurare gli angoli. Bisognerebbe ricorrere al trasporto dell'angolo per rendere rigorosi i passaggi successivi, ma per i nostri scopi possiamo sorvolare sul problema e utilizzare la misura degli angoli, che sono comunque stati costruiti rigorosamente.


D
B
E
F
A
C