

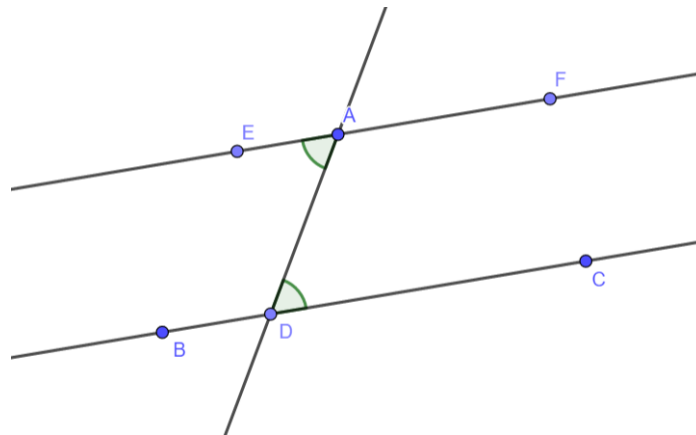
Scheda di lavoro 2

Proposizione 31. *Data una retta e un punto, costruire una parallela passante per il punto.*

Dimostrazione. Dati il punto A e la retta BC, vogliamo costruire una retta passante per il punto A e parallela a BC.

1. Si prenda un qualsiasi punto D sulla retta BC e si tracci la retta AD.
2. Si costruisca l'angolo $\widehat{DAE}$ uguale all'angolo $\widehat{ADC}$ sulla retta DA e sul punto A su di essa.
3. Si prolunghi in linea retta con EA una retta AF.
4. Poiché la retta AD, incidendo sulle due rette BC e EF forma angoli alterni $\widehat{EAD}$ e $\widehat{ADC}$ uguali tra loro per costruzione, allora la retta EF è parallela a BC.

□

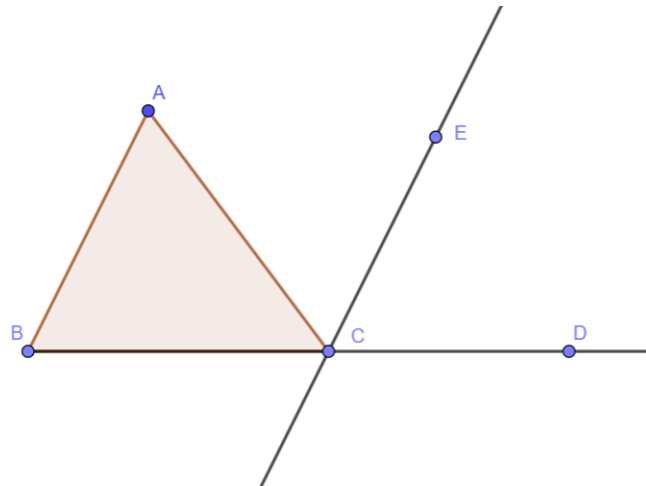


Proposizione 32. *In un triangolo ogni angolo esterno è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti. Inoltre la somma dei tre angoli interni di un triangolo è uguale a due retti.*

Dimostrazione. Sia dato un triangolo ABC e sia prolungato in avanti un suo lato BC fino a D; vogliamo dimostrare che l'angolo esterno $\widehat{ACD}$ è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti $\widehat{CAB}$ e $\widehat{ABC}$, e che la somma dei tre angoli interni al triangolo $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$, $\widehat{CAB}$ sono uguali a due retti.

1. Si costruisca la retta CE, parallela alla retta AB e passante per il punto C.
2. Poiché la retta AB è parallela alla retta CE, e su di esse incide la retta AC, gli angoli alterni $\widehat{BAC}$ e $\widehat{ACE}$ sono uguali tra loro.
3. Allo stesso modo, poiché la retta AB è parallela alla retta CE, e la retta BD incide su di esse, l'angolo esterno $\widehat{ECD}$ è uguale all'angolo interno e opposto $\widehat{ABC}$.
4. Osserviamo che vale la seguente relazione tra gli angoli: $\widehat{ACD} = \widehat{ACE} + \widehat{ECD}$. Da questo si deduce che $\widehat{ACD} = \widehat{BAC} + \widehat{ABC}$.
5. A questo punto si sommi $\widehat{ACB}$ a ognuno. La somma degli angoli $\widehat{ACD}$ e $\widehat{ACB}$ è uguale alla somma dei tre angoli $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ e $\widehat{BAC}$.
6. La somma degli angoli $\widehat{ACD}$ e $\widehat{ACB}$ è uguale a due retti.
7. Perciò la somma degli angoli $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ e $\widehat{BAC}$ è pure uguale a due angoli retti.

□



Proponiamo ora la proposizione 22 del Libro III, fondamentale per la costruzione di Torricelli.

Proposizione 22. *La somma degli angoli opposti di ogni quadrilatero inscritto in una circonferenza è uguale a due angoli retti.*

Dimostrazione. Sia dato il cerchio ABCD e in esso sia inscritto un quadrilatero ABCD; vogliamo dimostrare che la somma degli angoli opposti è uguale a due retti.

1. Si congiungano AC e BD.
2. La somma dei tre angoli $\widehat{CAB}$, $\widehat{ABC}$ e $\widehat{BCA}$ del triangolo ABC è uguale a due angoli retti.
3. Ma l'angolo $\widehat{CAB}$ è uguale all'angolo $\widehat{BDC}$ e allo stesso modo l'angolo $\widehat{ACB}$ è uguale all'angolo $\widehat{ADB}$.
4. Osserviamo che l'angolo $\widehat{ADC}$ è uguale alla somma degli angoli $\widehat{ADB}$ e $\widehat{BDC}$ e, per quanto detto prima quindi, $\widehat{ADC}$ è uguale alla somma degli angoli $\widehat{ACB}$ e $\widehat{CAB}$.
5. Si sommi l'angolo $\widehat{ABC}$ ad entrambi. La somma degli angoli $\widehat{ABC}$, $\widehat{CAB}$ e $\widehat{ACB}$ è uguale alla somma degli angoli $\widehat{ABC}$ e $\widehat{ADC}$.
6. Ma poiché la somma degli angoli $\widehat{ABC}$, $\widehat{CAB}$ e $\widehat{ACB}$ è uguale a due retti, anche la somma degli angoli $\widehat{ABC}$ e $\widehat{ADC}$ è uguale a due retti.
7. Analogamente si dimostra che anche la somma degli angoli $\widehat{BAD}$ e $\widehat{DCB}$ è uguale a due angoli retti.

□

