

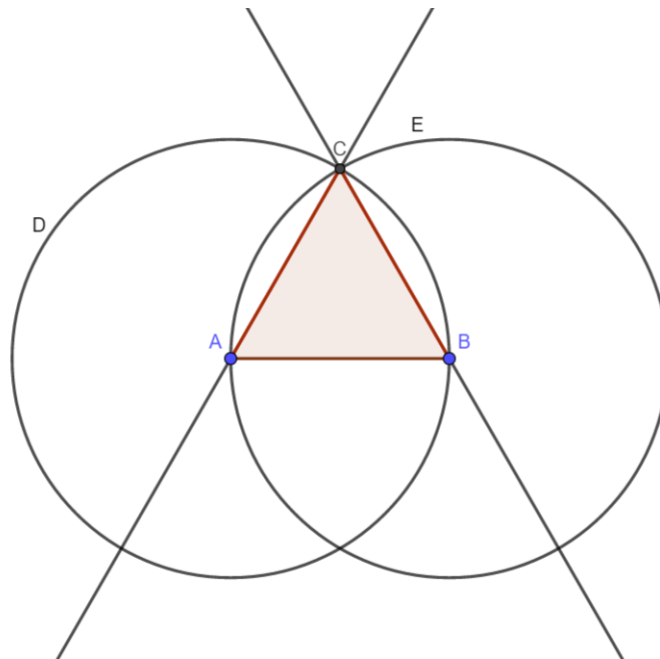
Scheda di lavoro 1

Proposizione 1. *Costruire un triangolo equilatero di lato fissato.*

Dimostrazione. Dato il segmento AB vogliamo costruire su di esso un triangolo equilatero.

1. Si tracci la circonferenza BCD con centro in A e raggio AB. Si tracci poi la circonferenza ACE con centro in B e raggio BA.
2. Detto C il punto di intersezione delle due circonferenze, si traccino le rette CA e CB.
3. Poiché il punto A è il centro della circonferenza BCD, i segmenti AC e AB sono uguali. Allo stesso modo, poiché il punto B è il centro del cerchio ACE, i segmenti BC e BA sono uguali.
4. Dal momento che AC è uguale a AB, entrambi i segmenti AC e BC sono uguali a AB. Gli uguali allo stesso sono anche uguali tra loro, pertanto anche AC è uguale a BC.
5. I tre segmenti CA, AB, BC sono quindi uguali tra loro, perciò il triangolo ABC è equilatero e risulta costruito sul segmento dato AB.

□

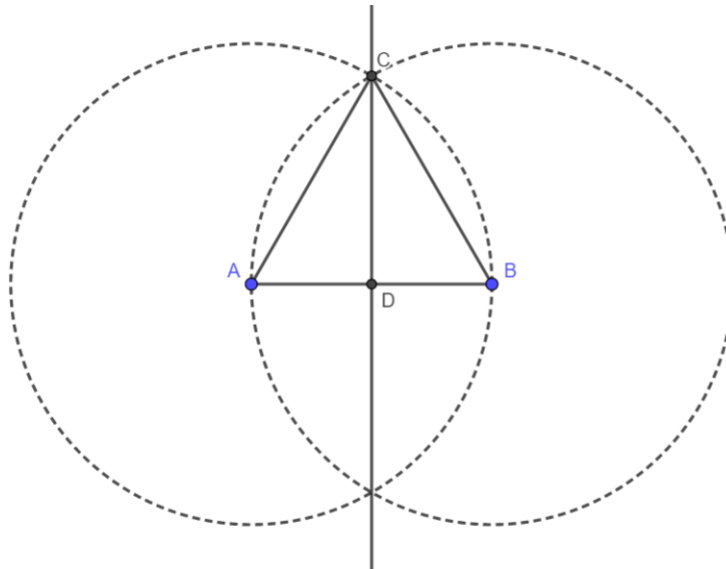


Proposizione 10. *Costruire il punto medio di un segmento.*

Dimostrazione. Dato il segmento AB vogliamo costruirne il punto medio.

1. Si costruisca il triangolo equilatero ABC su di esso.
2. Si tracci la bisettrice CD dell'angolo $\widehat{ACB}$.
3. D è il punto medio del segmento AB infatti, poiché CA è uguale a CB e CD è in comune, i due lati CA e CD sono quindi rispettivamente uguali ai due lati CB e CD, e l'angolo $\widehat{ACD}$ è uguale all'angolo $\widehat{BCD}$. Di conseguenza la base AD è uguale alla base BD.

□



Proposizione 29. *Se due rette parallele sono tagliate da una trasversale, allora tra gli angoli formati sussistono le seguenti relazioni: gli angoli alterni sono uguali, gli angoli corrispondenti sono uguali, gli angoli coniugati interni sono uguali a due retti. In altre parole valgono le relazioni elencate nella Proposizione 27 e nella Proposizione 28.*

Dimostrazione. Date due rette parallele AB e CD ed EF la trasversale che incide su esse, dimostriamo che gli angoli alterni $\widehat{AGH}$ e $\widehat{GHD}$ sono uguali, che l'angolo esterno $\widehat{EGH}$ è uguale all'angolo interno e opposto $\widehat{GHD}$ e che quelli interni e dalla stessa parte $\widehat{BGH}$ e $\widehat{GHD}$ sono uguali a due retti.

1. Se per assurdo l'angolo $\widehat{AGH}$ non è uguale all'angolo $\widehat{GHD}$, allora uno di essi è maggiore dell'altro. Sia l'angolo $\widehat{AGH}$ il maggiore.
2. Si sommi l'angolo $\widehat{BGH}$ ad ognuno. La somma degli angoli $\widehat{AGH}$ e $\widehat{BGH}$ è quindi maggiore della somma degli angoli $\widehat{BGH}$ e $\widehat{GHD}$. Ma la somma degli angoli $\widehat{AGH}$ e $\widehat{BGH}$ è uguale a due retti.
3. La somma degli angoli $\widehat{BGH}$ e $\widehat{GHD}$ è quindi minore di due retti.
4. Le rette AB e CD, se prolungate illimitatamente, si incontrano. Tuttavia questo è assurdo perché AB e CD sono parallele per ipotesi, di conseguenza si ha che l'angolo $\widehat{AGH}$ è uguale all'angolo $\widehat{GHD}$.
5. L'angolo $\widehat{AGH}$ è uguale all'angolo $\widehat{EGB}$.
6. Perciò anche l'angolo $\widehat{EGB}$ è uguale all'angolo $\widehat{GHD}$.
7. Si sommi l'angolo $\widehat{BGH}$ ad ognuno. La somma degli angoli $\widehat{EGB}$ e $\widehat{BGH}$ è quindi uguale alla somma degli angoli $\widehat{BGH}$ e $\widehat{GHD}$.
8. Ma la somma degli angoli $\widehat{EGB}$ e $\widehat{BGH}$ è uguale a due retti, quindi anche la somma degli angoli $\widehat{BGH}$ e $\widehat{GHD}$ è uguale a due retti.

□

