

Strumenti utili

Definizioni

Definizione 1. Un punto è ciò che non ha parti.

Definizione 2. Una linea è lunghezza senza larghezza.

[...]

Definizione 4. Una linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai suoi punti.

Definizione 5. Una superficie è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza.

[...]

Definizione 7. Una superficie piana è quella che giace ugualmente rispetto alle rette su essa.

Definizione 8. Un angolo piano è l'inclinazione reciproca di due linee su un piano, le quali si incontrino tra loro e non giacciano in linea retta.

[...]

Definizione 10. Quando una retta incide su un'altra retta formando angoli adiacenti uguali tra loro, ciascuno dei due angoli è retto e la retta si dice perpendicolare a quella su cui incide.

Definizione 11. Si dice ottuso l'angolo maggiore di un angolo retto.

Definizione 12. Si dice acuto l'angolo minore di un angolo retto.

[...]

Definizione 15. Si dice cerchio una figura piana delimitata da un'unica linea tale che tutte le rette che incidono su di essa, a partire da uno stesso punto tra quelli interni alla figura, siano uguali fra loro.

Definizione 16. Tale punto si dice centro del cerchio.

[...]

Definizione 20. Delle figure trilateri, triangolo equilatero è quello che ha i tre lati uguali, isoscele quello che ha due soli lati uguali, scaleno quello che ha i tre lati disuguali.

Definizione 21. E ancora, delle figure trilateri, triangolo rettangolo è quello che ha un angolo retto, ottusangolo quello che ha un angolo ottuso, acutangolo quello che ha i tre angoli acuti.

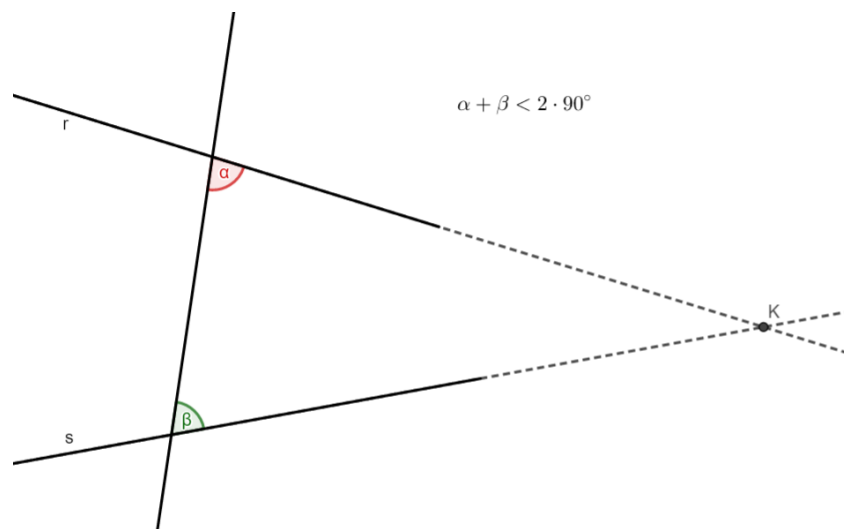
[...]

Definizione 23. Si dicono parallele rette che, essendo nello stesso piano e prolungate illimitatamente da una e dall'altra parte, né da una né dall'altra si incontrano tra loro.

Postulati

1. Si possa condurre una linea retta da un qualsiasi punto ad ogni altro punto. In altre parole: per due punti passa una retta.
2. Un segmento si possa prolungare indefinitamente in linea retta.
3. Si possa descrivere un cerchio con qualsiasi centro e qualsiasi raggio.
4. Tutti gli angoli retti siano uguali tra loro.
5. Se una retta che taglia due rette forma dallo stesso lato angoli interni la cui somma è minore di due angoli retti, prolungando illimitatamente le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove i due angoli sono minori di due retti.

Di seguito, riportiamo un'immagine che possa aiutare a comprendere meglio il significato del Postulato 5 nella formulazione euclidea.



Una versione alternativa del Postulato 5 è stata elaborata in seguito da J. Playfair (1748-1819) ed è la seguente:

Dati nel piano un punto P e una retta r , esiste una e una sola retta per P parallela a r .

Nonostante il Postulato di Playfair e il V Postulato di Euclide sembrino molto diversi, si può dimostrare che sono perfettamente equivalenti.

Nozioni Comuni

1. Cose che sono uguali ad una stessa cosa sono anche uguali fra loro.
2. Se cose uguali sono addizionate a cose uguali, i totali sono uguali.
3. Se da cose uguali sono sottratte cose uguali, i resti sono uguali.
4. Le cose che coincidono fra loro sono uguali.
5. Il tutto è maggiore della parte.

Proposizioni

Libro I

Proposizione 1. *Costruire un triangolo equilatero di lato fissato.*

Proposizione 2. *Dato un punto, costruire da esso un segmento uguale a uno fissato.*

Proposizione 3. *Dati due segmenti diversi, sottrarre dal maggiore il minore.*

Proposizione 4. *Primo criterio di uguaglianza dei triangoli: se due triangoli hanno rispettivamente uguali due lati e l'angolo tra essi compreso, allora anche le due basi sono uguali, i due triangoli sono uguali e sono rispettivamente uguali anche gli angoli su cui si tendono i lati uguali.*

Proposizione 5. *Gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono uguali.*

Proposizione 6. *Se in un triangolo due angoli sono uguali, allora il triangolo è isoscele*

[...]

Proposizione 8. *Terzo criterio di uguaglianza dei triangoli: se due triangoli hanno rispettivamente uguali tutti e tre i lati, hanno anche ciascun angolo compreso tra lati uguali rispettivamente uguale.*

Proposizione 9. *Costruire la bisettrice di un angolo.*

Proposizione 10. *Costruire il punto medio di un segmento.*

Proposizione 11. *Data una retta e un punto su di essa, costruire una perpendicolare alla retta data, passante per il punto.*

Proposizione 12. *Data una retta e un punto esterno ad essa, costruire una perpendicolare alla retta data, passante per il punto.*

Proposizione 13. *Data una retta e un punto su di essa, ogni semiretta con origine nel punto determina due angoli adiacenti che sono o entrambi retti o comunque tali che la loro somma sia uguale a due angoli retti.*

[...]

Proposizione 15. *Due angoli opposti al vertice sono uguali.*

Proposizione 16. *Teorema dell'angolo esterno, versione debole: in un triangolo ogni angolo esterno è maggiore di ciascuno degli angoli interni non adiacenti.*

Proposizione 17. *La somma di due angoli di un triangolo è sempre minore di due retti.*

Proposizione 18. *In ogni triangolo, a lato maggiore è opposto angolo maggiore*

Proposizione 19. *In ogni triangolo, ad angolo maggiore è opposto lato maggiore.*

Proposizione 20. *Disuguaglianza triangolare: in ogni triangolo, la somma di due lati è sempre maggiore del terzo lato.*

[...]

Proposizione 22. *Costruire un triangolo dati i suoi tre lati (soddisfacenti alla disuguaglianza triangolare).*

Proposizione 23. *Trasportare un angolo dato, in modo che il suo vertice risulti posto in un punto assegnato A e che un lato risulti appartenente ad una semiretta assegnata di origine il punto A .*

[...]

Proposizione 27. *Se due rette tagliate da una trasversale formano con essa angoli alterni interni uguali, le due rette sono parallele.*

Proposizione 28. *Se due rette tagliate da una trasversale formano con essa un angolo esterno uguale a quello interno, opposto e dalla stessa parte (angoli corrispondenti), o formano angoli interni dalla stessa parte (angoli coniugati interni) uguali a due retti, allora le due rette sono parallele.*

Proposizione 29. *Se due rette parallele sono tagliate da una trasversale, allora tra gli angoli formati sussistono le seguenti relazioni: gli angoli alterni sono uguali, gli angoli corrispondenti sono uguali, gli angoli coniugati interni sono uguali a due retti. In altre parole valgono le relazioni elencate nella Proposizione 27 e nella Proposizione 28.*

Proposizione 30. *Rette parallele alla stessa retta sono parallele tra loro.*

Proposizione 31. *Data una retta e un punto, costruire una parallela passante per il punto.*

Proposizione 32. *In un triangolo ogni angolo esterno è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti. Inoltre la somma dei tre angoli interni di un triangolo è uguale a due retti.*

Libro III

Proposizione 21. *Gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco sono uguali.*

Proposizione 22. *La somma degli angoli opposti di ogni quadrilatero inscritto in una circonferenza è uguale a due angoli retti.*

Libro IV

Proposizione 5. *Intorno a un triangolo dato, circoscrivere un cerchio.*