IL MODELLO SIR DELLA DIFFUSIONE DELLE EPIDEMIE.

Classe 2M

Lezione1H

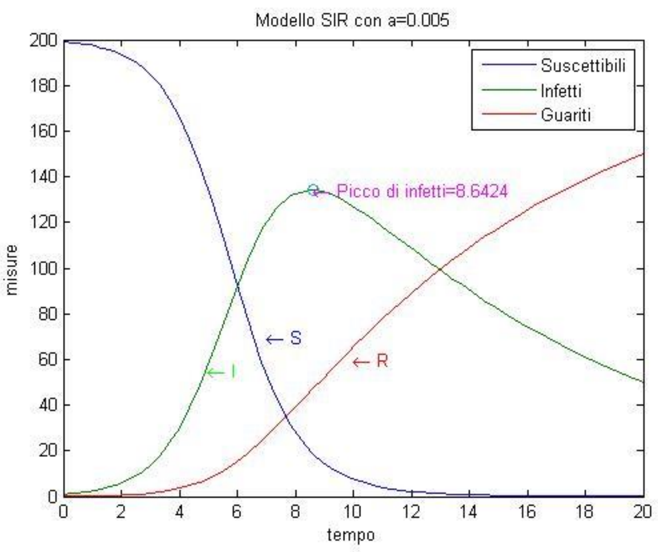
La diffusione delle epidemie e anche dei fenomeni social, come la diffusione di un video sui social network, è basato su un modello, sviluppato a partire dal 1927 e basato sugli studi statistici delle epidemie, degli studiosi scozzesi Kermack e Mc Kendrick.

Il modello si denomina SIR dal nome delle 3 classi in cui viene divisa la popolazione interessata dal fenomeno di diffusione: S (suspectible) costituita dalle persone che possono ancora essere infettate, I (infectious) le persone già contagiate , R (recovered) costituita dalle persone che sono guarite o sono decedute o sono isolate. Come tutti i modelli matematici la loro elaborazione richiede delle semplificazioni che nel nostro caso sono:

- La popolazione rimane costante durante il fenomeno
- La malattia non ha periodo di incubazione
- La malattia dà immunizzazione
- Il tempo di contagio viene trascurato.

La popolazione su cui si studia il fenomeno ha N individui.
I numeri delle tre classi S, I, R variano rispetto al tempo (misurato in giorni) perché all'inizio , cioè al tempo t=0 , ossia il primo giorno di osservazione tutta la popolazione è sana e quindi S_0= N, man mano che passano i giorni la classe S diminuisce, la classe R aumenta e la classe I?

Nel modello SIR la curva che rappresenta il fenomeno della diffusione è il seguente



Dall' osservazione del grafico notiamo che il numero delle persone infette cresce, ha un picco e poi decresce, in caso di epidemia.

Le domande che ci facciamo sono: quando si ha il picco? Quando si ha l'epidemia?

La statistica e la probabilità ci aiutano: partiamo dalla popolazione N, i contatti possibili sono $\frac{N(N-1)}{2}$, per essere a rischio deve esserci un contatto tra una persona sana ed una già infetta, perciò il numero va moltiplicato per S(t)I(t) , il primo giorno questo numero è

$S_0 I_0$. Ma ancora così non possiamo sapere se c'è stato un contagio tra le due persone venute a contatto perciò questo numero va moltiplicato per un fattore che chiamiamo α che esprime la contagiosità. Questo numero lo dobbiamo moltiplicare per tutti gli N individui della popolazione

Numero medio giornaliero di infezioni= $\frac{2\alpha}{N-1} \cdot S_0 I_0$

Chiamiamo il numero $\beta = \frac{2\alpha}{N-1}$, quindi la formula diventa Numero medio di infezioni giornaliere = $\beta S_0 I_0$. Il numero di infetti fa diminuire il numero S(t) delle persone sane e fa aumentare il numero della popolazione I, quest'ultima però diminuisce se le persone guariscono , o muoiono o vengono isolate. Ma come trovare questo numero? Esso dipende da un numero indicato con la lettera γ, che viene misurato quotidianamente e che dipende da quanto si sta facendo per isolare la popolazione o per farla guarire, a morire le persone ci pensano da sole. Per questo motivo è importante trovare il vaccino e in mancanza di esso , mettere in isolamento e contenere il contagio. Da questa analisi si hanno le tre formule seguenti:

$$S(t+1) = S(t) - \beta S(t) I(t)$$

$$I(t+1) = I(t) + \beta S(t) I(t) - \gamma I(t) = I(t) \cdot [\beta S(t) - \gamma]$$

$$R(t+1) = R(t) + \gamma I(t)$$

Affinché ci sia un'epidemia il numero degli infetti in un certo giorno (t+1) deve aumentare rispetto al giorno precedente t cioè il numero $\beta S(t) - \gamma > 0$, equivalente a dire che $\frac{\beta}{\gamma} S(t) > 1$

Scheda di lavoro n 1

1h

Ora il momento di lavorare

Prendete N=1200 (piccola comunità del Talete) e un intervallo di 7 giorni, supponiamo che l'epidemia abbia un indice di contagiosità dello 0,15 (cioè si ammali il 15% delle persone venute a contatto. Supponiamo inoltre che $\gamma = 0{,}80$ per la prima settimana e poi aumenta a 0,95 per la settimana successiva

Riempire le tabelle seguenti

I settimana

Giorno	β	S(t)	I(t)	R(t)
1 (sarebbe t=0)				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

II settimana

Giorno	β	S(t)	I(t)	R(t)
1 (sarebbe t=0)				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

Riportare su un grafico i valori ottenuti ogni giorno per le tre popolazioni nelle due settimane Vedere se si tratta di diffusione con picco, quali osservazioni fate?

I calcoli vanno riportati fino alla 4 cifra decimale. Rifate le stesse due tabelle cambiano la popolazione a N=10000.