



2.1) Determina il Massimo Comun
Divisore dei numeri in tabella:



	n	m	$MCD(n; m)$
a)	$2^3 \cdot 3^4 \cdot 7 \cdot 29^3$	$3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 29^6$	
b)	$3^7 \cdot 11^4 \cdot 17$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5^{10} \cdot 7^6$	
c)	$3^4 \cdot 5^{10} \cdot 7^2 \cdot 31^3$	$5^2 \cdot 13 \cdot 19$	
d)	$3^9 \cdot 5^6 \cdot 37$	$2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 37$	
e)	13	$5^6 \cdot 7 \cdot 13^6$	
f)	$3^4 \cdot 7^5 \cdot 13^3 \cdot 23$	$11^2 \cdot 13^2$	
g)	$2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 13^8$	$2^7 \cdot 11^7$	

	n	m	$MCD(n; m)$
a)	10	12	
b)	34	22	
c)	28	21	
d)	8	36	
e)	9	100	
f)	46	23	
g)	70	1	



2.2) Determina il Massimo Comun
Divisore dei numeri in tabella:

2.3) Determina il Massimo Comun Divisore dei numeri in tabella:



	n	m	$MCD(n;m)$
a)	206	98	
b)	324	140	
c)	225	81	
d)	111	74	
e)	253	161	
f)	175	105	
g)	398	197	

2.4) Determina il Massimo Comun Divisore dei numeri in tabella:



	n	m	$MCD(n;m)$
a)	8993	4669	
b)	9102	5439	
c)	1849	1462	
d)	9191	4004	
e)	1728	3168	
f)	2369	3007	
g)	6413	4664	

2.5) Supponi che un certo numero d divida due interi A e B (con $A > B$). Secondo te, d divide anche la loro differenza $A - B$ e loro somma $A + B$? Per affrontare la questione, considera alcuni dei casi proposti e poi argomenta la tua risposta.

	A	B	divisore comune di A e B	$A - B$	$A + B$
a)	20	12			
b)	49	21			
c)	70	25			
d)	100	80			

2.6) Alla luce della tua risposta alla domanda precedente, rispondi alla seguente questione: che relazione c'è fra $MCD(N;M)$ e $MCD(N-M;M)$?

2.7) Prova a risolvere l'esercizio **2.4)**, stavolta utilizzando a tuo vantaggio l'osservazione relativa a $MCD(N-M;M)$. A titolo di esempio, in basso è mostrato un esempio di calcolo di $MCD(8993;4669)$ (da discutere insieme in classe).

Numero Maggiore A	Numero Minore B	MCD	Differenza A-B
8993	4669	?	$8993 - 4669 = 4324$
4669	4324	?	$4669 - 4324 = 345$
4324	345	?	...

La compilazione della tabella non ci ha permesso di determinare alcun Massimo Comun Divisore, siamo però riusciti a ridurre il calcolo da $MCD(8993;4669)$ a $MCD(4324;345)$. 345 è un intero molto facile da fattorizzare, vale infatti che $345 = 5 \cdot 69 = 5 \cdot 3 \cdot 23 = 3 \cdot 5 \cdot 23$. 4324 non è divisibile né per 3, né per 5, è però un multiplo di 23 (infatti $4324 : 23 = 188$). Possiamo quindi dire che $MCD(4324;345) = 23$, cioè $MCD(8993;4669) = 23$.

[illegible]

2.8) Negli esempi appena svolti, abbiamo usato l'uguaglianza $MCD(N - M; M)$ per semplificare il problema e giungere ad un punto nel quale la scomposizione di almeno uno dei due interi non fosse troppo complicata. Supponiamo stavolta di bandire completamente la fattorizzazione e di continuare a sottrarre i numeri fra loro. Secondo te, il metodo così descritto ha una fine (e se sì, quale) o è destinato a continuare in eterno?

[illegible]

2.9a) Nelle tabelle in basso è stata usata la tecnica appena descritta delle sottrazioni successive al calcolo del MCD dei numeri proposti a fianco.

	n	m	$MCD(n; m)$
a)	62	93	?
b)	324	240	?
c)	84	35	?

Numero maggiore	Numero minore	Differenza
93	62	31
62	31	31
31	31	0

Numero maggiore	Numero minore	Differenza
324	240	84
240	84	156
156	84	72
84	72	12
72	12	60
60	12	48
48	12	36
36	12	24
24	12	12
12	12	0

Numero maggiore	Numero minore	Differenza
84	35	49
49	35	14
35	14	21
21	14	7
14	7	7
7	7	0

2.9b) Sapresti dire quanto vale il massimo comun divisore delle coppie di numeri proposti?

2.9c) Come si può vedere dai calcoli precedenti, non è mai successo che da una riga all'altra, il numero maggiore sia rimasto uguale (cosa che invece è accaduta di tanto in tanto al numero minore). Secondo te, questo fenomeno è legato specificamente ai numeri usati negli esempi o è destinato a ripetersi in ogni caso?

Il metodo delle sottrazioni successive che abbiamo "inventato" è molto importante e si chiama **Algoritmo di Euclide** (o algoritmo euclideo). Ecco in basso la serie di passaggi che lo compongono.

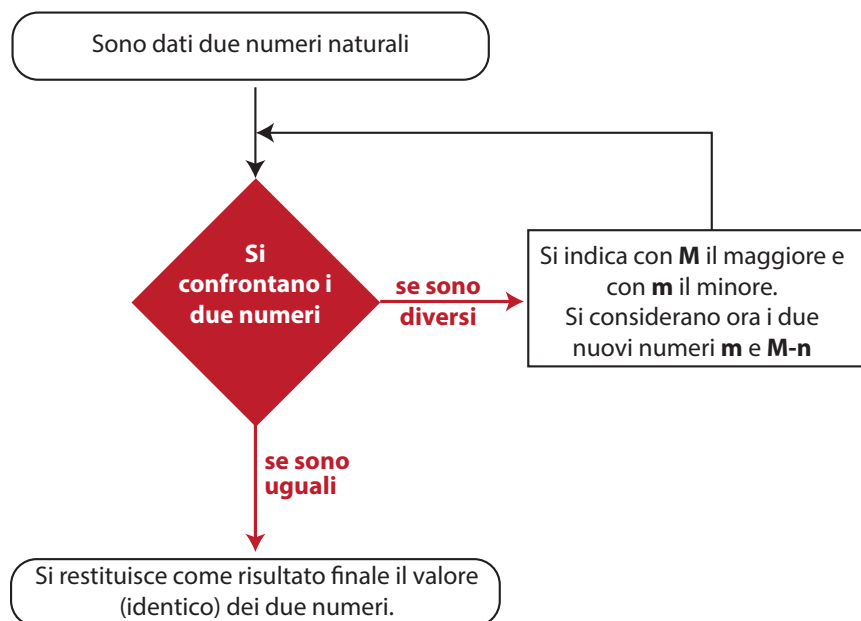
Algoritmo di Euclide (delle sottrazioni successive)

Per calcolare il massimo comun divisore di due numeri interi positivi A e B si procede eseguendo i seguenti due controlli ed effettuando le operazioni indicate. Prima o poi sarà verificata la condizione 1) e il procedimento finirà.

- 1) Se i due numeri sono uguali, il loro valore è proprio il massimo comun divisore di A e B e il procedimento ha termine.
- 2) Se i due numeri sono diversi, si considera una nuova coppia di numeri formata dal minore dei due e dalla differenza dei due. Si torna al punto 1)

Si può rappresentare il procedimento anche con un diagramma di flusso. In basso ne è rappresentata una versione semplificata (un diagramma di flusso completo richiederebbe un numero maggiore di blocchi, la distinzione fra la lettura/scrittura di un dato e la sua elaborazione, l'introduzione di nomi per tutte le variabili e così via).

diagramma di flusso **semplificato**
dell'algoritmo di Euclide (con la sottrazione)



2.10) Determina il Massimo Comun Divisore dei numeri in tabella. Per concludere i calcoli in un tempo ragionevole, non sarà sufficiente utilizzare l'algoritmo di Euclide delle sottrazioni successive, dovrai

	n	m	$MCD(n; m)$
a)	11.935	1922	
b)	750	7875	
c)	5100	561	
d)	1728	1260	

cercare di migliorarlo (ti converrà usare la calcolatrice).

e)	2401	637	
f)	1717	10.201	
g)	508	8008	

[illegible]

2.11a) Come hai visto, il metodo delle sottrazioni successive può essere velocizzato considerando al posto della sottrazione, la divisione con resto. Saresti in gradi di descrivere brevemente il metodo, in modo simile a quanto abbiamo fatto in precedenza?

Algoritmo di Euclide (delle divisioni successive)

Per calcolare il massimo comun divisore di due numeri interi positivi A e B si procede eseguendo i seguenti due controlli ed effettuando le operazioni indicate....

2.11b) Il procedimento può essere rappresentato anche da un diagramma di flusso semplificato come il seguente. Completa lo schema inserendo le espressioni corrette lì dove richiesto:

diagramma di flusso **semplificato**
dell'algoritmo di Euclide (con la divisione)

