

### I NUMERI COMPLESSI

Abbiamo visto che l'esigenza di risolvere problemi più generali ha spesso comportato, nella storia della matematica, la necessità di ampliare gli insiemi numerici con cui operare. In tal senso si è via via passati dall'insieme numerico più elementare, l'insieme N dei numeri naturali, all'insieme R dei numeri reali.

Anche nell'insieme R non è tuttavia possibile risolvere alcune semplici equazioni come  $x^2+1=0$  perché non esistono numeri reali che siano la radice quadrata di un numero negativo.

Di fronte a una tale situazione o ci si 'arrende', stabilendo che l'equazione non è risolubile, oppure si *amplia* l'insieme numerico, introducendo nuovi tipi di numeri, diversi da quelli reali.

Questi nuovi numeri vennero effettivamente introdotti, per la prima volta nella prima metà del XVI secolo, da alcuni algebristi italiani, tra i quali ricordiamo Scipione Dal Ferro (1465-1526) e Rafael Bombelli (1526-1572).

**DEFINIZIONE:** Si chiama numero complesso (in forma algebrica) ogni espressione della forma  $x+iy$  in cui  $x$  e  $y$  sono numeri reali e  $i$  (unità immaginaria) ha la proprietà  $i^2=-1$ .

**DEFINIZIONE:** dato il numero complesso  $z=x+iy$ , il numero  $\bar{z}=x-iy$  è detto suo coniugato.

**DEFINIZIONE:** Si chiama modulo di un numero complesso  $z=x+iy$  il numero reale  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

#### ATTIVITA' n° 1

Determina il coniugato di ognuno dei seguenti numeri complessi:	
$z=x+iy,$	$\bar{z}=x-iy$
3-2i	
i	
5	
i-2	
-4+i	

#### ATTIVITA' n° 2

Calcola in C le seguenti espressioni:

- $(1+3i)(1-3i)-9=.....$
- $(-4-2i)(5+2i)+(4+i)5i=.....$
- $(3-2i)-(4+3i)(2-i)=.....$
- $(4+3i)^2-(i-5)=.....$

**ATTIVITA' n° 3**

Determina il modulo di ciascuno dei seguenti numeri complessi:

- $4+5i$ .....
- $-1-i$ .....
- $2i$ .....
- $\frac{1}{2} + 2i$ .....

**IL PIANO COMPLESSO (o piano di Argand-Gauss)**

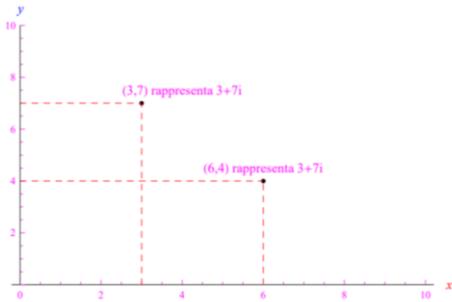


Figura 1: Il piano di Gauss.

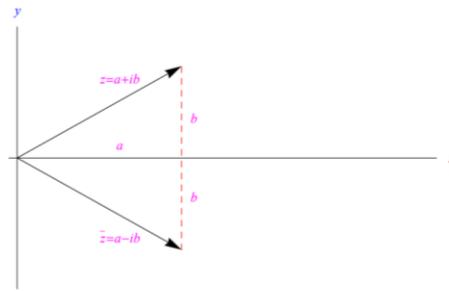
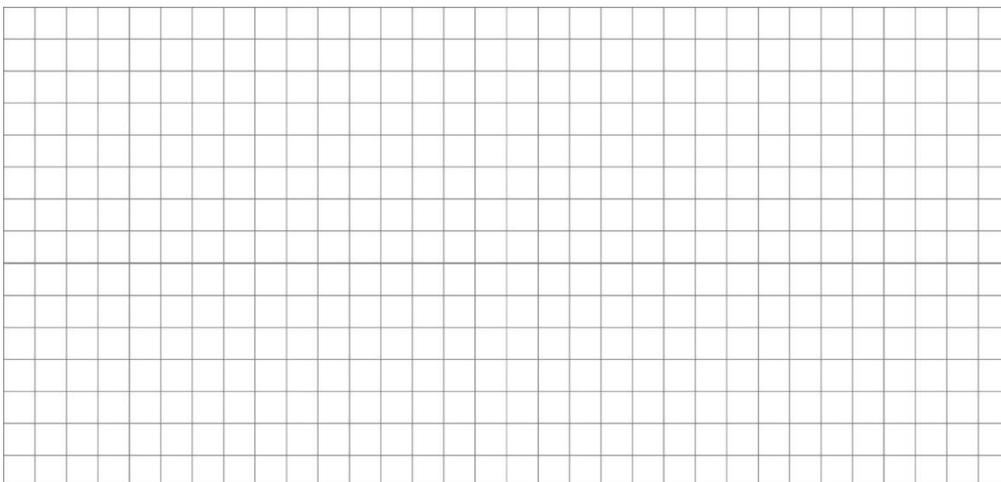


Figura 2: Rappresentazione nel piano di Gauss del numero complesso  $z = a + ib$  e del suo complesso coniugato  $\bar{z} = a - ib$ .

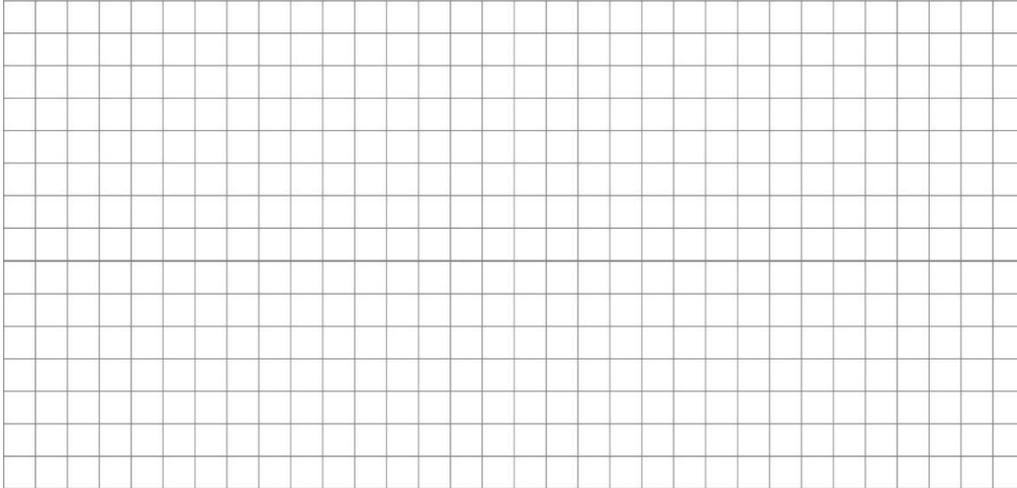
**ATTIVITA' n° 4**

Rappresenta sul piano i seguenti numeri complessi:  $z_1=4-2i$ ,  $z_2= 3i$ ,  $z_3=-3$ ;  $z_4=-2+5i$



**ATTIVITA' n° 5**

Rappresenta sul piano i seguenti numeri complessi:  $z_1=-6-2i$ ,  $z_2= 2i$ ,  $z_3=3$  ed i rispettivi coniugati



**ATTIVITA' n° 6**

Determina graficamente il risultato dell'addizione  $(2+i)+(3-2i)$  e della sottrazione  $(2+i)-(3-2i)$



