

IIS GREGORIO DA CATINO
LICEO MATEMATICO
Progetto “TRA CIELO E TERRA”

Deduzione sperimentale della declinazione del sole utilizzando la proiezione d'ombra di uno stilo polare cioè considerando l'angolo orario.

Scopo dell'esperienza

Lo scopo è quello di calcolare la declinazione del sole nel giorno dell'esperienza utilizzando l'ombra di uno stilo polare. Si potrà verificare che la declinazione corrisponde a quella del giorno dell'esperienza nell'ambito dell'errore assoluto associato alla misura.

Materiali occorrenti

- Asta verticale lunga $l_0 = 30$ cm in metallo e molto stabile (Si può realizzare da un ferro a “L” tagliato a punta da un lato e ad angolo retto dall'altro).
- Livella, filo a piombo, metro retrattile graduato (3m), matita, riga, squadra;
- Carta e matita per annotare osservazioni e misure;
- Orologio preciso o applicazione solar-info per lo smartphone;

- Grande tavola di legno e delle zeppe di legno (se non si dispone di un perfetto piano orizzontale).

Conduzione dell'esperienza

Determinare latitudine e longitudine del luogo di esecuzione dell'esperienza con il GPS o sulla mappa di Google Maps.

Scegliere un piano orizzontale ben assoluto alle ore 12 ora solare.

Controllare l'orizzontalità del piano con la livella. Se non si dispone di un perfetto piano orizzontale, si può sistemare orizzontalmente una grande tavola aiutandosi con delle zeppe e una livella.

Posizionare verticalmente l'asta metallica in un punto che chiameremo O' e verificare la sua verticalità con il filo a piombo o con una squadra facendola ruotare di 360 gradi intorno ad O' con un cateto poggiato sul piano orizzontale.

Applicando le debite correzioni ricavare l'ora civile corrispondente all'ora solare 12:00':00''.

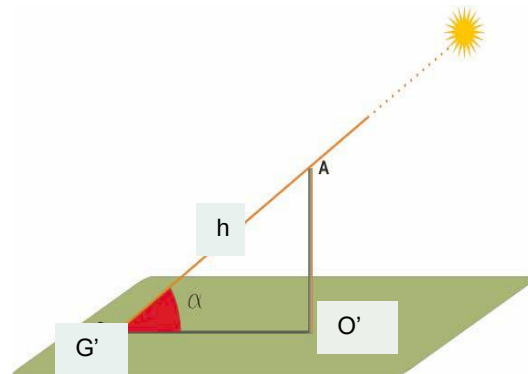
Ricordiamo che:

$$\text{Ora civile} = \text{O.Solare.} + \text{Corr.Fuso.} + \text{Equaz. Tempo} + \text{O.Legale.}$$

La correzione del fuso orario è $(15 - \text{latitudine}) \times 4$ minuti mentre la correzione per l'equazione del tempo si può ricavare dalle tavole delle Effemeridi o da specifiche applicazioni. In questa esperienza è stata utilizzata l'applicazione solar-info per android.

Alle ore 12 solari, il sole si trova sul meridiano locale. In questo preciso istante tracciare il punto G' in corrispondenza dell'estremo dell'ombra. Tracciando la retta $O'G'_{12}$ si ottiene la linea meridiana.

Si è osservato, inoltre, che tirando un filo dall'estremo G dell'asta e il punto G' l'angolo $O'G'G$ rappresenta l'altezza h del sole a mezzogiorno.

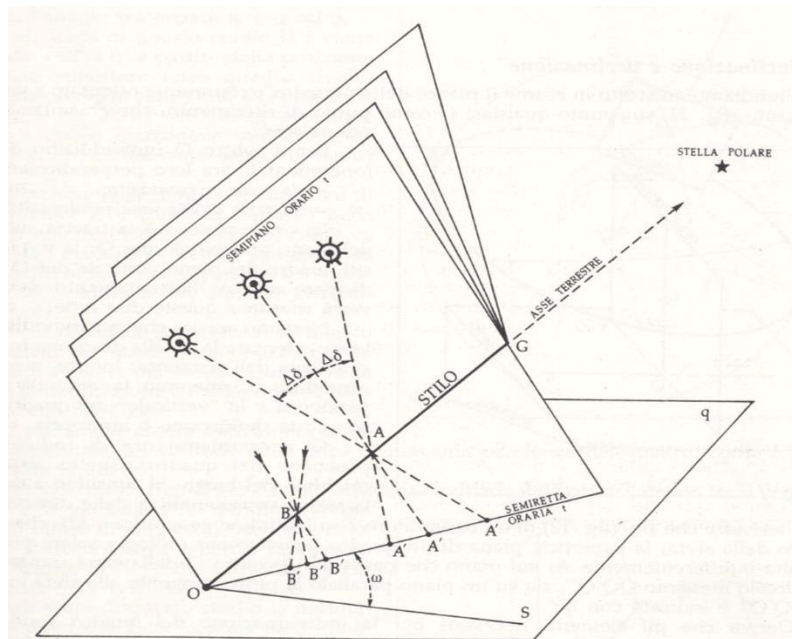


Si procede, in diverse ore del giorno, a riportare i puntini G'_i estremo dell'ombra dello gnomone di lunghezza l_0 .

Per ottenere la direzione dell'asse di rotazione della Terra è stato sufficiente calcolare il punto O sulla linea meridiana $O'G'$ posto alla distanza da O pari a $l_0 / \tan(\text{latitudine})$ e dalla parte opposta di G' rispetto ad O.

In questo modo l'asse OG risulta parallelo all'asse di rotazione terrestre e, essendo la distanza tra il nostro asse OG e l'asse reale di rotazione terrestre trascurabile rispetto alla distanza Terra Sole, si potrà considerare che il sole compia un giro completo intorno al nostro asse-stilo nelle 24 ore.

Il piano per l'asse stilo e contenente il sole è il piano orario. Alla stessa ora in giorni diversi il piano orario sarà lo stesso mentre le lunghezze d'ombra saranno diverse.



Si misurano poi tutte le lunghezze OG'_i e $O' G'_i$ ottenute per i diversi orari.

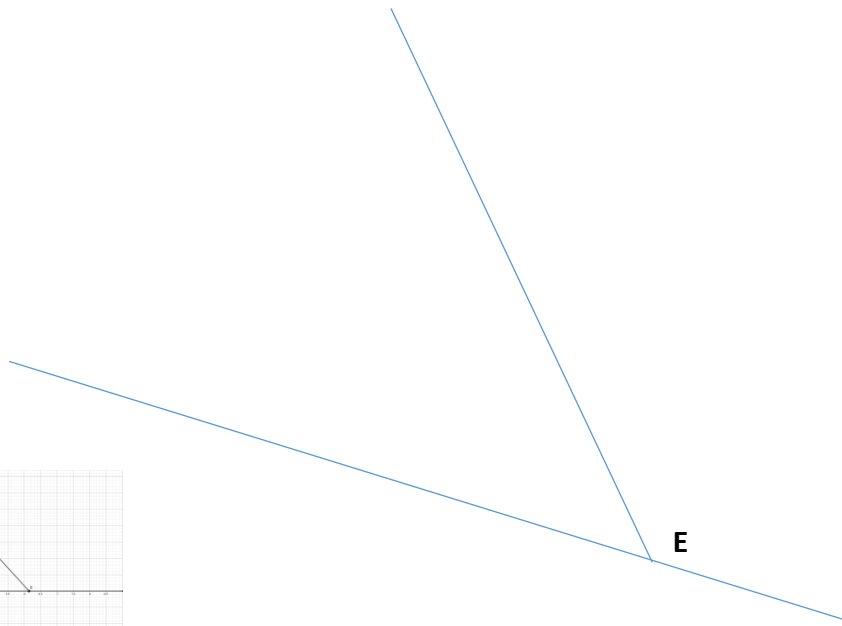
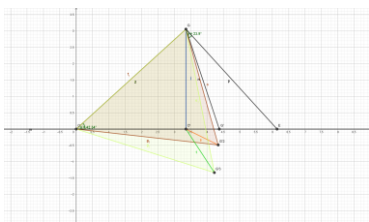
Come si può dedurre dalla figura, in un dato giorno, al passare delle ore i raggi solari che colpiscono G formano un cono rigato la cui sezione con il piano orizzontale è una conica. I giorni dell'equinozio il cono è degenere in un cerchio di raggio infinito cioè un piano e la sezione con il piano è una retta detta retta

equinoziale. A qualsiasi ora indicando con E_i l'ombra di G nei giorni equinoziali, si può affermare che tutti i triangoli OGE_i sono rettangoli (poiché il sole è sul piano perpendicolare all'asse terrestre) e che la declinazione del sole è il complementare dell'angolo OGG' in ogni ora (E_i cade a dx di G' se la declinazione è positiva e OGE è 90° , inoltre i due triangoli OGG' e OGE hanno il lato OG in comune).

Poiché l_0 è asse verticale, ogni retta $O'G'$ risulta perpendicolare a $l_0 = O'G$ cioè anche i triangoli $O'GG'$ sono tutti rettangoli.

I triangoli OGG' alle diverse ore del giorno sono scaleni ma i tre lati sono misurabili: OG' con misura diretta, GG' con teorema di Pitagora e la lunghezza dello stilo l_0 risolvendo il triangolo rettangolo OGO' conoscendo l'angolo $O'OG$ pari alla latitudine del luogo. I triangoli sono riportati nella seguente figura.

Si ha $OG = l_0 / \text{seno della latitudine}$.



Con il teorema di Carnot si ricava l'angolo $G'OG$.
I calcoli sono stati effettuati con excel e la tabella con le varie formule è riportata di seguito.

Elaborazione dati

Tabella dei dati ricavati il 22 Giugno 2021:

VALORE DELLA DECLINAZIONE
DALLE EFFEMERIDI **23,433°**

LAT. DEG	42,34	N	ORARIO	OG' cm	O'G' cm	GG' cm	COS GOG'	GOG' RAD	GOG' DEG	SEN OGG'	OGG' DEG	DECL. Deg
LAT. RAD	0,739	1	12:00:00	43,50	9,5	31,5	0,74	0,73	41,86	0,92	67,30	22,70
lo	30	2	12:50:00	43,70	11,1	32,0	0,74	0,74	42,49	0,92	67,35	22,65
I	44,54	3	13:42:40	44,30	15,9	34,0	0,71	0,78	44,94	0,92	67,16	22,84
		4	14:20	45,00	20,8	36,5	0,67	0,84	48,12	0,92	66,60	23,40
OO'	32,92	5	14:40:20	45,60	23,5	38,1	0,64	0,87	50,00	0,92	66,44	23,56
		6	15:10	47,20	28,7	41,5	0,59	0,94	53,72	0,92	66,42	23,58
OE equinoziale	60,26	7	15:35:00	49,20	34,0	45,3	0,54	1,01	57,60	0,92	66,37	23,63
		8	16:12:36	53,50	43,5	52,8	0,43	1,13	64,47	0,91	66,01	23,99
MEDIA											23,30	
SEMIDISPERSIONE											0,67	

Leggenda

lo = lunghezza ortostilo

O': piede dell'ortostilo

O: piede dello stilo polare

OE = distanza tra O e la retta equinoziale

La latitudine è fornita dal GPS.

Conclusioni

DECLINAZIONE: $\delta^\circ = 23,30 \pm 0,67$

Giorno dell'anno: 21 o 22 Giugno cioè solstizio d'estate

Gli studenti della classe III del Liceo Matematico
dell'IIS Gregorio da Catino,

Insegnante: Colletti Eleonora