

Fisica – “Geogebra e la rappresentazione dei dati sperimentali - La costante elastica di una molla e la legge di Hooke”

Obiettivo: Utilizzare il software Geogebra per rappresentare i dati sperimentali ottenuti in laboratorio e calcolare la costante elastica di due molle (verifica della legge di Hooke in campo elastico).

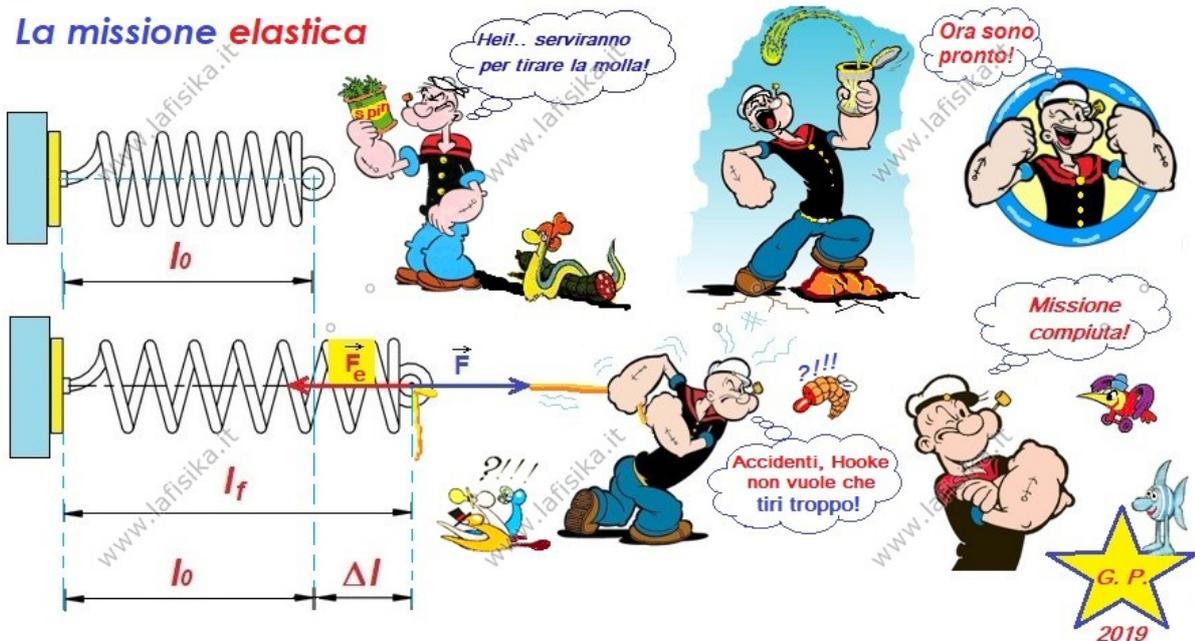
In rete puoi trovare tanti riferimenti a questa legge ben nota:

<https://www.youmath.it/lezioni/fisica/dinamica/2971-forza-elastica-legge-di-hooke.html>

(In questo sito troverai moltissime risorse che potrai utilizzare per la matematica, la fisica e per....divertirti con la matematica !)

Puoi anche trovare utili riferimenti al link

<http://www.lafisika.it/cap-5-la-forza/la-forza-elastica-e-la-legge-di-hooke/>

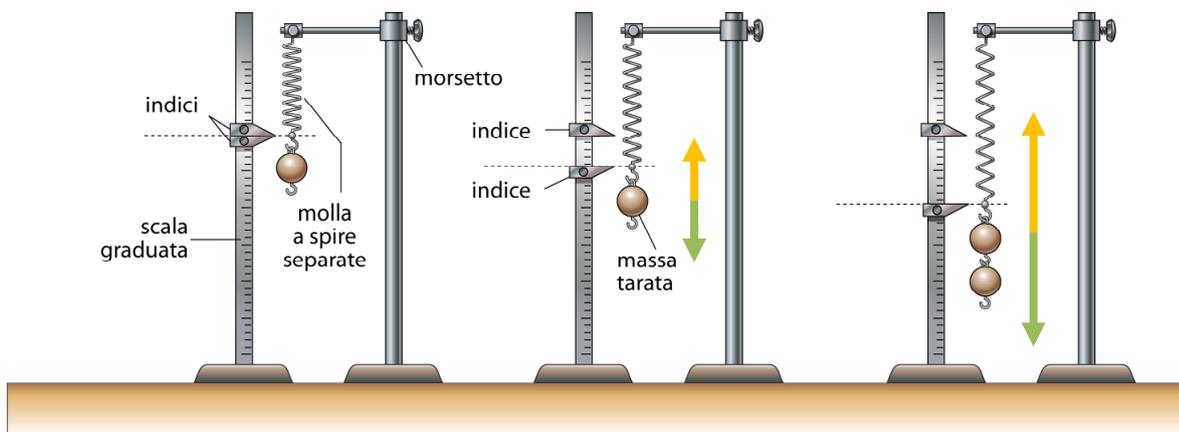


Nel nostro laboratorio di Fisica possiamo verificare la validità della legge della forza elastica:

Strumenti utilizzati:

- Due molle elicoidali di diversa costante elastica
- Dinamometro (sensibilità 0,02 N ; portata 2 N)
- Asta graduata con indici mobili (becchi)
- Base e aste di sostegno per le molle
- Portapesi e masse da 25 g e 50 g
- Bilancia elettronica (portata 300 g; sensibilità $\pm 0,01$ g)
- Carta millimetrata / Geogebra

Schema dell'esperienza:



GRANDEZZE	FORMULE
m (kg) : massa appesa alla molla	forza peso della massa: $F_p = m \cdot g$ (N)
g (N/kg) : costante di gravità	
k (N/m) : costante elastica della molla	legge di Hooke : $F_e = - k \cdot x$ (N)
x (m) : allungamento della molla	

All'equilibrio (quando la massa è appesa alla molla):

$F_p + F_e = 0$ (sistema massa-molla in equilibrio)

$F_E = - F_p \rightarrow F_E = k \cdot x \rightarrow k = F_E / x$

FASI DELL'ESPERIENZA:

- Appendo la molla n.1 all'asta di supporto e accosto l'asta graduata con i becchi chiusi, scegliendo un punto di riferimento per misurare gli allungamenti
- Scelgo una massa e misuro la sua forza peso col dinamometro e verifico il valore con un calcolo
- Appendo la massa alla molla, attendo che il sistema massa-molla sia in equilibrio e sposto il becco inferiore per misurare l'allungamento
- Riporto in tabella i data delle masse, delle forze peso corrispondenti e degli allungamenti
- Calcolo i valori delle costanti elastiche ed un valore medio della costante elastica
- Ripeto lo stesso procedimento per la molla n. 2
- Riporto su un grafico i valori di forza e allungamento ottenuti per le due molle e traccio le semirette che evidenziano la diretta proporzionalità tra forza applicata e allungamento

Table dei dati per il calcolo della costante elastica

MOLLA n. 1:

	massa appesa	Allungamento	Forza peso (dinamometro)	Forza peso	Forza elastica	Costante elastica
	m	x	F_p	F_p = m·g	F_e = - F_p	k₁ = F_E / x
	(kg)	(m)	(N)	(N)	(N)	(N/m)
1	0,025					
2	0,050					
3	0,075					
4	0,100					
5	0,125					
6	0,150					
Valore medio di k₁ =						

MOLLA n. 2:

	massa appesa	Allungamento	Forza peso (dinamometro)	Forza peso	Forza elastica	Costante elastica
	m	x	F_p	F_p = m·g	F_e = - F_p	k₁ = F_E / x
(unità di misura)						
→	(kg)	(m)	(N)	(N)	(N)	(N/m)
1	0,025					
2	0,050					
3	0,075					
4	0,100					
5	0,125					
6	0,150					

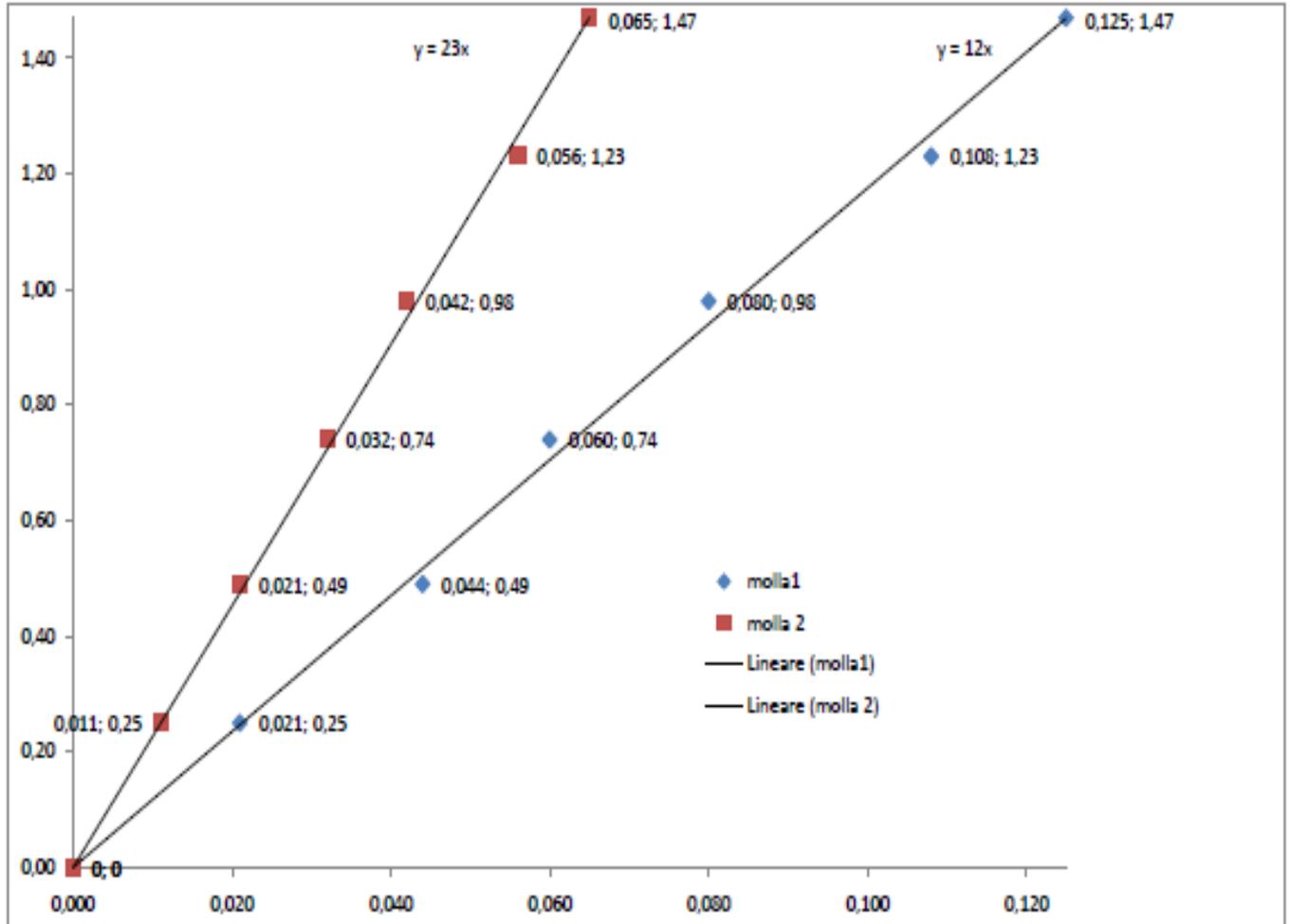
Valore medio di $k_2 =$

Vediamo a questo punto di concentrarci sui dati sperimentali.

In laboratorio abbiamo raccolto i seguenti dati:

	MOLLA N° 1				MOLLA N° 2		
	x1	Fe = - Fp	K1 = Fe/x1		x2	Fe = - Fp	K2 = Fe/x2
	(m)	(N)	(N/m)		(m)	(N)	(N/m)
0	0	0			0	0	
1	0,021	0,25	12		0,011	0,25	23
2	0,044	0,49	11		0,021	0,49	23
3	0,060	0,74	12		0,032	0,74	23
4	0,080	0,98	12		0,042	0,98	23
5	0,108	1,23	11,4		0,056	1,23	22
6	0,125	1,47	11,8		0,065	1,47	23
	K medio =		12		K medio =		23

Con Excel, a partire da questi dati, abbiamo rappresentato sul grafico Forza-allungamento questi dati ed il programma ha potuto così disegnare la **RETTA DI REGRESSIONE** o **LINEA DI TENDENZA** che rappresenta "al meglio" la legge di Hooke, ossia la proporzionalità diretta tra la forza F_e e l'allungamento x :



Proviamo ora con Geogebra...

- Visualizza -> Foglio di calcolo
- Copiamo in tabella i dati:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		MOLLA N. 1				MOLLA N. 2							Pausa
2		x1	Fe = - Fp	K1 = Fe/x1		x2	Fe = - Fp	K1 = Fe/x1					
3	0	0	0	0		0	0	0					
4	1	0.021	0.25	11.905		0.011	0.25	22.727					
5	2	0.044	0.49	11.136		0.021	0.49	23.333					
6	3	0.06	0.74	12.333		0.032	0.74	23.125					
7	4	0.08	0.98	12.25		0.042	0.98	23.333					
8	5	0.108	1.23	11.389		0.056	1.23	21.964					
9	6	0.125	1.47	11.76		0.065	1.47	22.615					
10			Kmedio=	11.796			Kmedio=	22.85					
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													

- Adesso selezioniamo le due colonne della prima lista di punti -> tasto dx -> Crea lista di punti
- Ripetiamo l'operazione con la seconda lista di punti
- Visualizza -> Grafici
- Tasto dx -> Grafici (scegliamo le impostazioni...)
- Preferenze -> Grafici (scegliamo le impostazioni...)
- Tornando sul grafico, tasto dx -> Mostra tutti gli oggetti

Una volta che siamo riusciti a rappresentare tutti i punti sul grafico, dove ogni punto rappresenta una coppia di dati sperimentali Forza-Allungamento, il nostro obiettivo diventa verificare se otteniamo una conferma della legge della forza elastica. Se infatti i punti si dispongono, a meno degli errori sperimentali, lungo una semiretta che parte dall'origine, la cui equazione è del tipo:

$$y = mx$$

dove m è la "pendenza" della retta, che può essere determinata anche a partire dalle coordinate di due punti qualsiasi della retta:

$$A(x_A; y_A) \quad B(x_B; y_B)$$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

In particolare, se la retta passa per l'origine:

$$O(0; 0) \quad A(x_A; y_A)$$

$$m = \frac{y_A}{x_A}$$

Allora, poiché sull'asse y abbiamo rappresentato la forza F_e e sull'asse x l'allungamento x , possiamo concludere che:

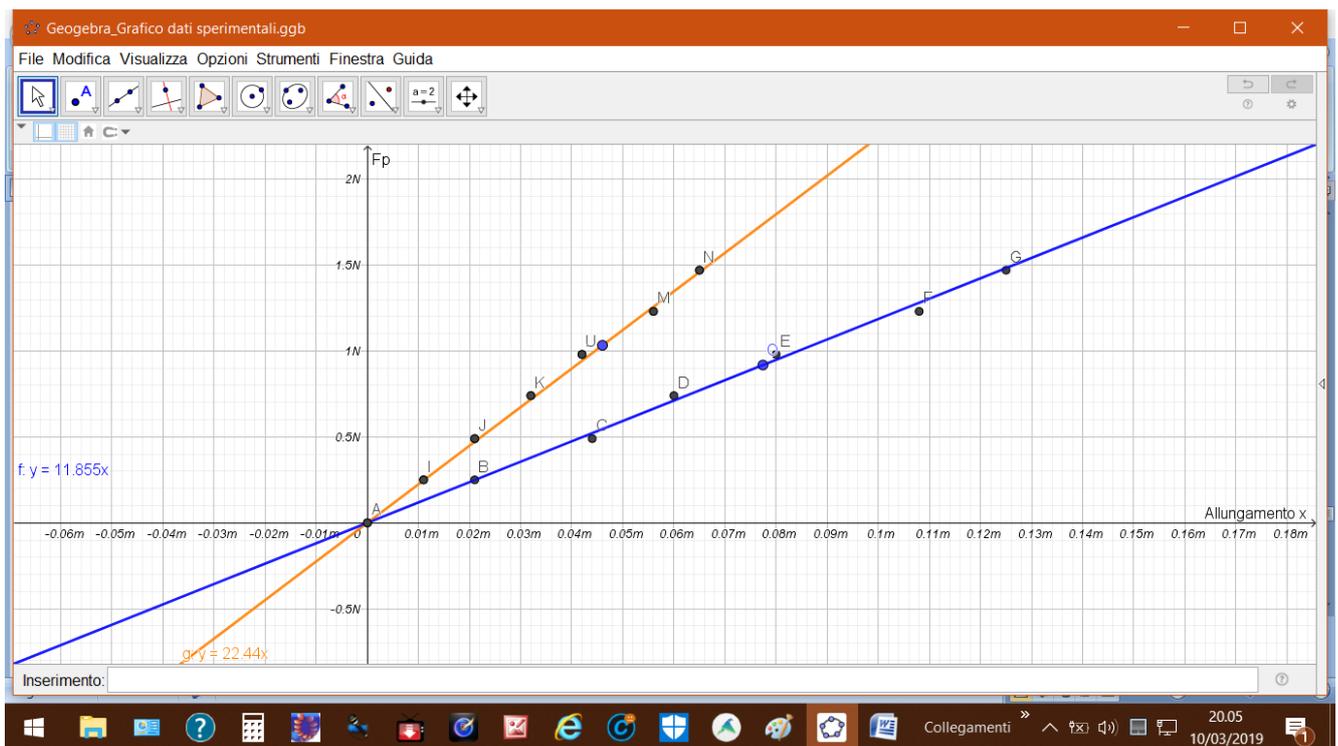
$$y = mx \quad \longrightarrow \quad F_e = kx$$

$$k = m$$

Abbiamo quindi determinato un valore "sperimentale" per la costante elastica della molla !

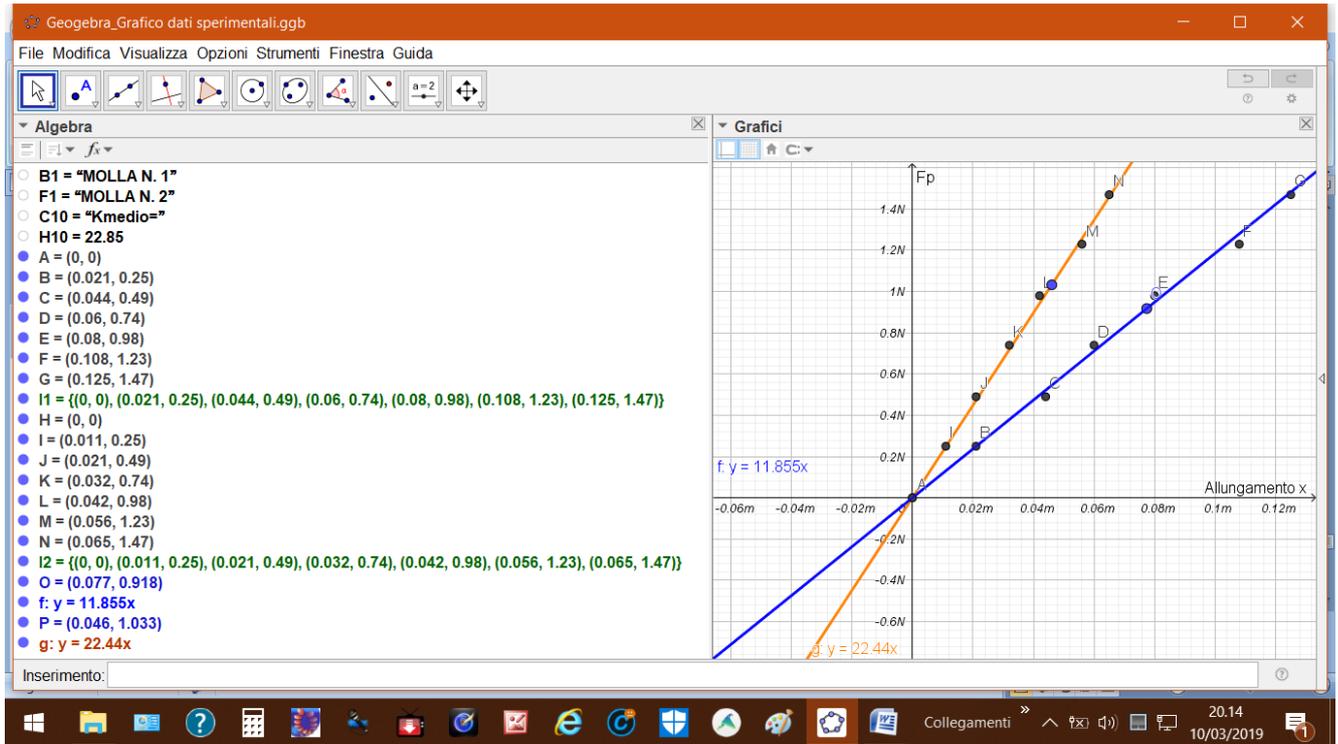
- Selezioniamo quindi i punti della prima lista e tracciamo la "retta di regressione" mostrando anche la sua equazione sul grafico;
- Ripetiamo lo stesso procedimento per la seconda lista di punti.

Otteniamo quindi il seguente grafico:



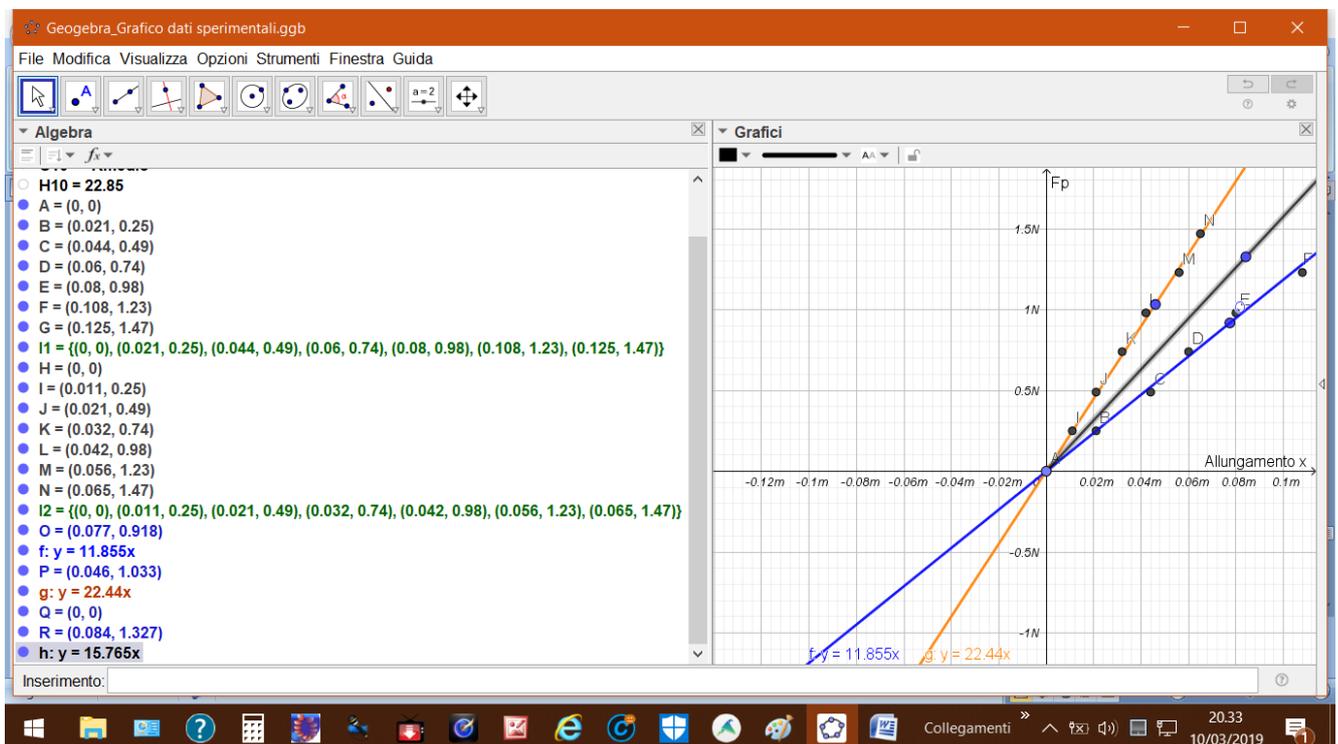
Per comprendere meglio il lavoro che abbiamo svolto:

- **Visualizza -> Algebra**



A questo punto, per comprendere meglio il significato numerico del valore di m , definito come "pendenza" della retta $y=mx$:

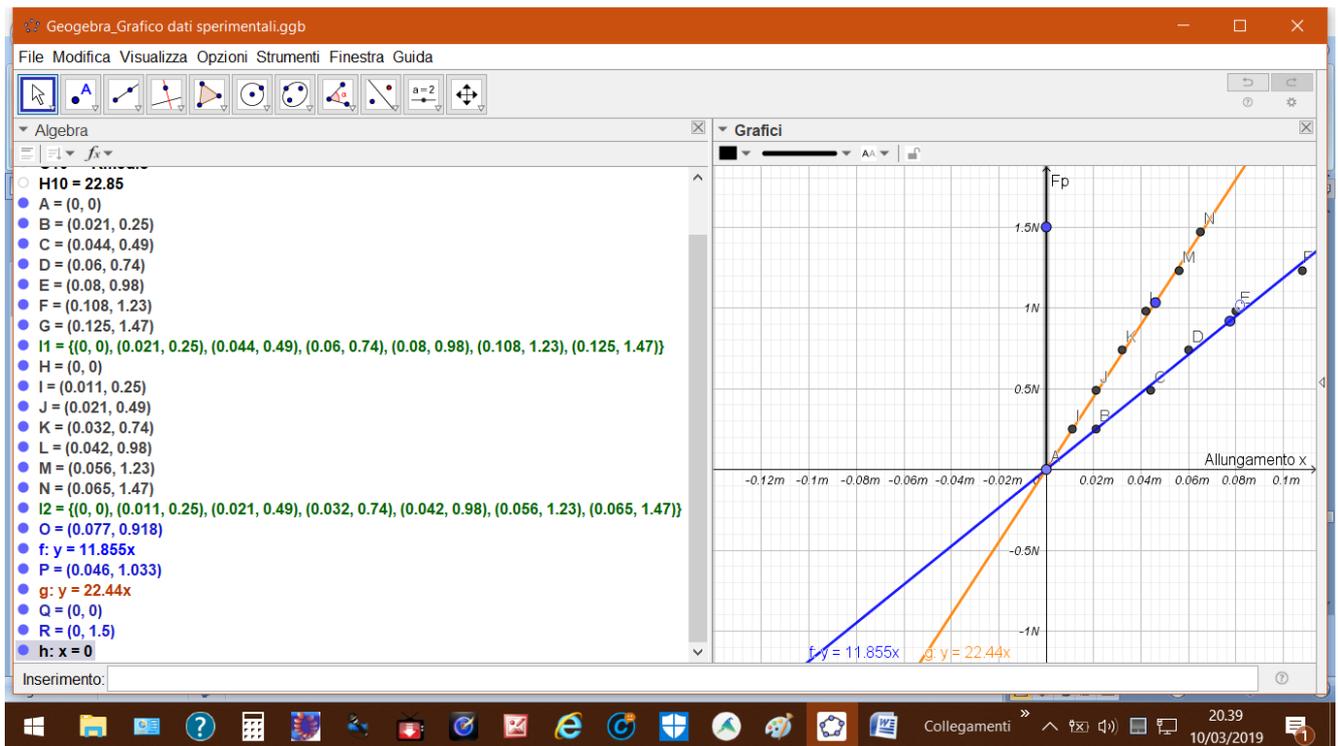
- **Selezioniamo "Semiretta" -> Posizioniamo il primo punto nell'origine e facciamo scorrere, con il mouse, il secondo punto, osservando cosa accade al valore di m rappresentato nell'equazione presente nel menu Algebra:**



- Riflettiamo sul valore numerico di k: in Fisica il “corpo rigido” è un corpo che, sottoposto ad una forza F grande a piacere, non si deforma, cioè non si allunga né si comprime.....

Secondo te, per rappresentare una situazione del genere, come deve essere inclinata la retta che stai variando a piacere per rappresentare il caso ideale del corpo rigido ?

Quanto vale in questo caso m ?

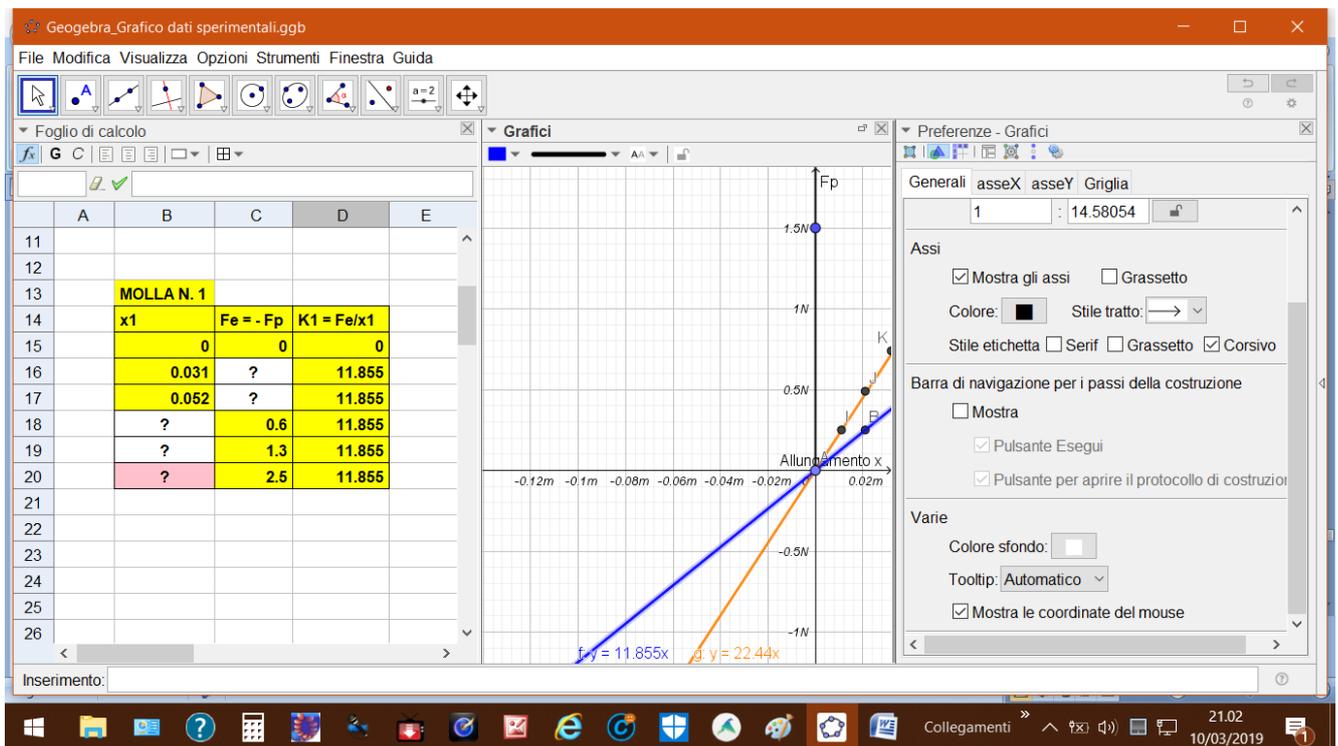


- Un altro aspetto importante del fatto che siamo riusciti a rappresentare graficamente un fenomeno fisico è che adesso possiamo PREVEDERE il risultato di un esperimento in condizioni sperimentali differenti....

Considera ad esempio la molla A: sei in grado a questo punto di completare la seguente tabella inserendo i valori mancanti ? Per avere una risposta veloce, ti conviene fare un calcolo o sfruttare il grafico che hai costruito ?

MOLLA N. 1		
x1	Fe = - Fp	K1 = Fe/x1
0	0	0
0.031		11.855
0.052		11.855
	0.6	11.855
	1.3	11.855
	2.5	11.855

Preferenze-Grafici -> Varie -> Mostra coordinate del mouse



- Perché, secondo te, l'ultimo valore da ricercare è colorato di rosso ? Pensi che sia corretto ricercarne il valore ?

APPROFONDIMENTO – Un caso “particolare”

Prendiamo adesso le due molle considerate prima, delle quali abbiamo calcolato le costanti elastiche k_1 e k_2 e colleghiamole “in parallelo” tra loro:

Due molle di costanti elastiche k_1 e k_2 , appese come nel disegno accanto mantengono, in equilibrio un dato peso P .
 Se introduci i valori del peso P e delle costanti elastiche ' k_1 ' e ' k_2 ' delle due molle, verrà calcolato l'allungamento totale.

Se il filo che unisce gli estremi inferiori delle molle è orizzontale, vuol dire che i due allungamenti sono uguali : $x_1 = x_2 = x = P/k_1 = P/k_2$.
 D'altra parte si ha che : $F_1 + F_2 = P = k_1 * x + k_2 * x = (k_1 + k_2) * x$.

Una sola molla allungandosi dello stesso x dovrebbe avere una costante : $k = k_1 + k_2$.

DATI : $k_1 = 600$ (N / m) , $k_2 = 400$ (N / m) , quindi k (tot) = 1000 (N/m)

RISULTATI : Se $P = 10$ (N) , l'allungamento = $0,01$ (m)

$F_1 = k_1 * x = 6$ (N) , $F_2 = k_2 * x = 4$ (N) , $F_1 + F_2 = 10$ (N)

Otteniamo una “nuova” molla, ossia un sistema di due molle che ha una costante elastica

$$K_3 = k_1 + k_2$$

Ossia il sistema adesso è diventato più rigido, come accade ad esempio se costruiamo una rete del letto in acciaio e colleghiamo tra loro in parallelo tante molle: in uno stesso punto si deformeranno tutte allo stesso modo, ma il sistema nel suo complesso risulterà assai rigido !

- Sei in grado di aggiungere, sul grafico che hai già disegnato con le semirette delle molle 1 e 2, anche il grafico del “sistema” di due molle in parallelo, di costante k_3 ?

