



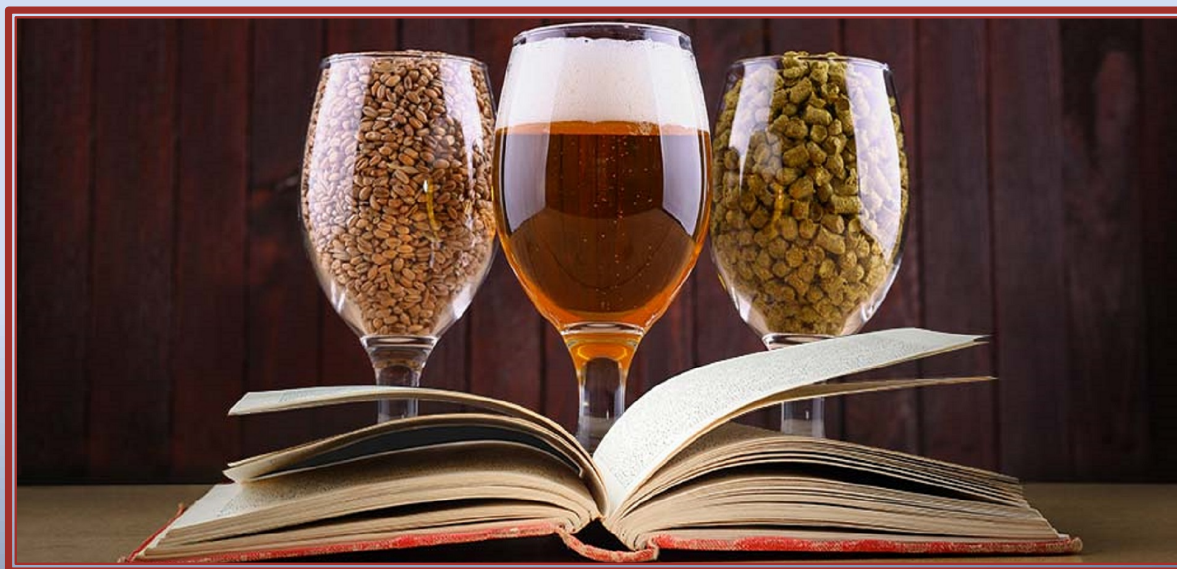
Sapienza Università di Roma
Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali
e
Liceo Scientifico Statale "A.Avogadro" Roma

PROGETTO Alternanza Scuola-Lavoro 2019 - 20

Parliamo di birra ... (2)

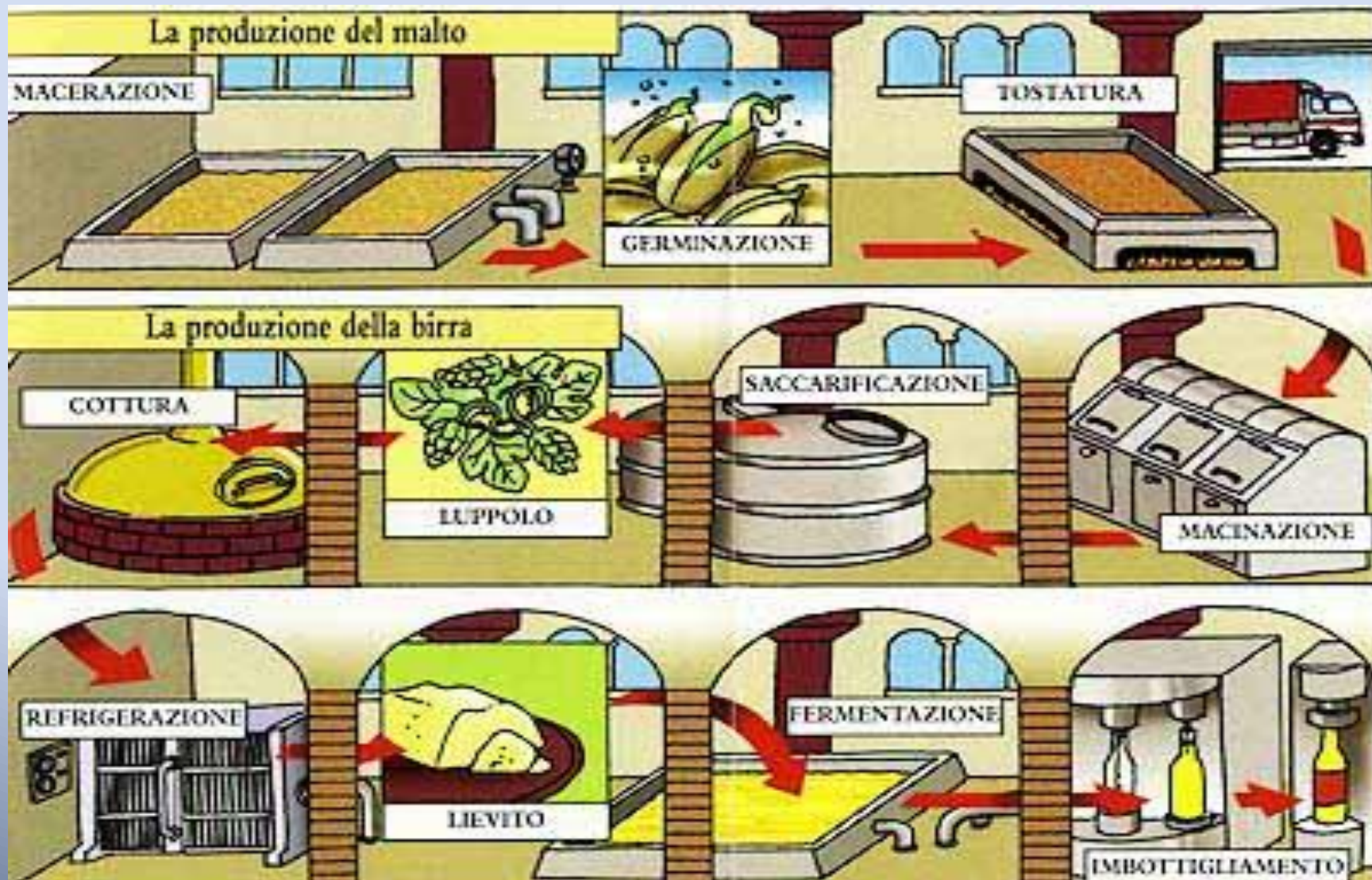
Carlotta MAFFEI
Dipartimento di Matematica

Giuliana MASSOTTI
Liceo Scientifico Statale
"A.Avogadro" Roma



Preparare la birra





Quattro elementi semplici e molto comuni in natura come
orzo, acqua, luppolo e lievito,
combinati e lavorati insieme, riescono a dar vita alla bevanda
più antica e apprezzata al mondo.

L'orzo



L'orzo è il **cereale** più coltivato e diffuso nel mondo.
Per iniziare la produzione di birra, i chicchi di orzo vengono messi in acqua
affinché germoglino.



GERMINAZIONE.

L'orzo germogliato si chiama
“**malto**”.

TOSTATURA.

Il malto viene **tostato** lentamente e, a seconda del grado di tostatura, assume un colore biondo, dorato o biscottato, che influenzerà il colore e il sapore della birra.

COTTURA.

Il malto tostato viene macinato e ridotto in farina e messo in una caldaia; viene aggiunta dell'acqua.

La poltiglia che si ottiene è il

“**mosto**”

Il mosto viene portato a ebollizione.



SACCARIFICAZIONE.

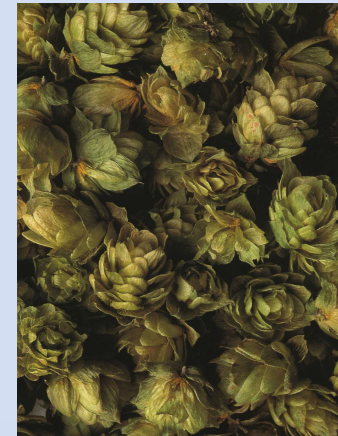
Durante la cottura del mosto, gli enzimi contenuti nel malto (α -amilasi e β -amilasi) attaccano le catene di amido presenti nel malto stesso, rompendole e producendo molecole di zucchero più semplici (maltosio e maltodestrine): ne risulta un liquido denso e pastoso.



Questa fase è chiamata di “**saccharificazione**” della birra.

AROMATIZZAZIONE.

Dopo aver filtrato il mosto per liberarlo dalle scorie dell'orzo, si aggiunge **il luppolo** per aromatizzare.



RAFFREDDAMENTO.

Il liquido bollente così ottenuto è ricchissimo di zuccheri. In queste condizioni è molto facile che i cosiddetti “lieviti selvaggi”, cioè presenti normalmente nell’ambiente o batteri ubiquitari fermentino il prodotto. Per evitare che questo accada e controllare il processo, è necessario operare in condizioni di massima igiene **lavando accuratamente** tutto il materiale utilizzato con delle soluzioni in grado di bloccare la crescita dei lieviti selvaggi.

Non meno importante è inoltre **raffreddare rapidamente** la miscela per stabilizzare gli aromi e immettere in modo sicuro i lieviti scelti che permettono di arrivare alla fase finale della produzione di birra.

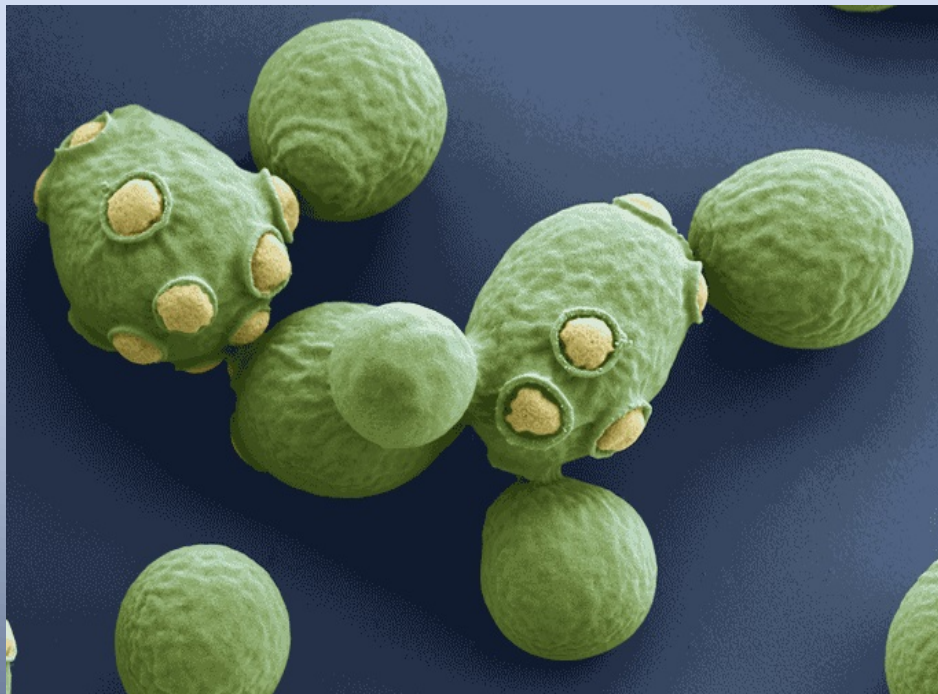


FERMENTAZIONE.

La miscela ottenuta, alla giusta temperatura, viene mescolata con
cellule di lievito
che provocano **la fermentazione**.

I lieviti più usati sono

Saccharomyces Cerevisiae e *Saccharomyces Carlsbergensis* (o *pastorianus*).



Perché due tipi di lievito?

Se si usa il primo tipo di lievito, *Saccharomyces Cerevisiae*, si ottengono birre ad “**alta fermentazione**”, le cosiddette “ale”, come la Fuller’s London Pride, la Leffe, la Guinness.



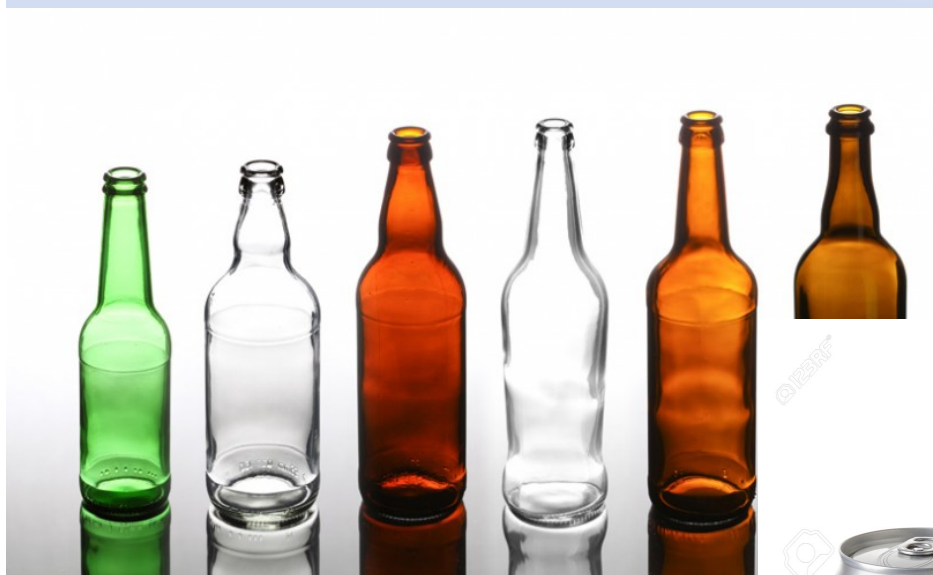
Se si usa il secondo tipo di lievito, *Saccharomyces Carlsbergensis*, si ottengono le birre “**a bassa fermentazione**”, le cosiddette “lager” come le italiane Peroni e Poretti o la Lowenbrau.

STAGIONATURA e IMBOTTIGLIAMENTO.

Dopo la fermentazione la birra viene travasata in appositi serbatoi, dove rimane per 4-6 settimane a stagionare.

L'ultima fase è quella dell'imbottigliamento, in bottiglie di vetro scuro o in lattine.

Per il trasporto di grandi quantità si usano i fusti da 25-30 o 40 litri



NOTA BENE.

Varie **innovazioni tecnologiche** sono state fondamentali nella produzione della birra industriale dei nostri giorni:

- **il motore a vapore** di James Watt (1769), si utilizza per macinare senza fatica i cereali e per pompare l'acqua indispensabile nel processo di cottura;
- la macchina per la **tostatura** (1815), che permette di tostare i cereali alla giusta temperatura
- la macchina per la **refrigerazione artificiale** (Carl von Linde (1871)) che permette sia il raffreddamento che la conservazione a 4 -10 gradi necessari per avere una buona birra
- la **pastorizzazione** (Pasteur 1876) che impedisce che la birra inacidisca a causa di muffe e batteri.

PROPOSTE DI APPROFONDIMENTO (FISICA/CHIMICA):

(a) Chi era James Watt?

Cosa è e come funziona la macchina a vapore di Watt?

(b) Quali sono le forme di energia e come si trasformano?

Cosa è e come funziona una macchina refrigerante?

(c) Chi era Louis Pasteur? Che cosa è la pastorizzazione?

Perché è stata una importantissima scoperta?

“Il mastro birraio fa il mosto, il lievito fa la birra”

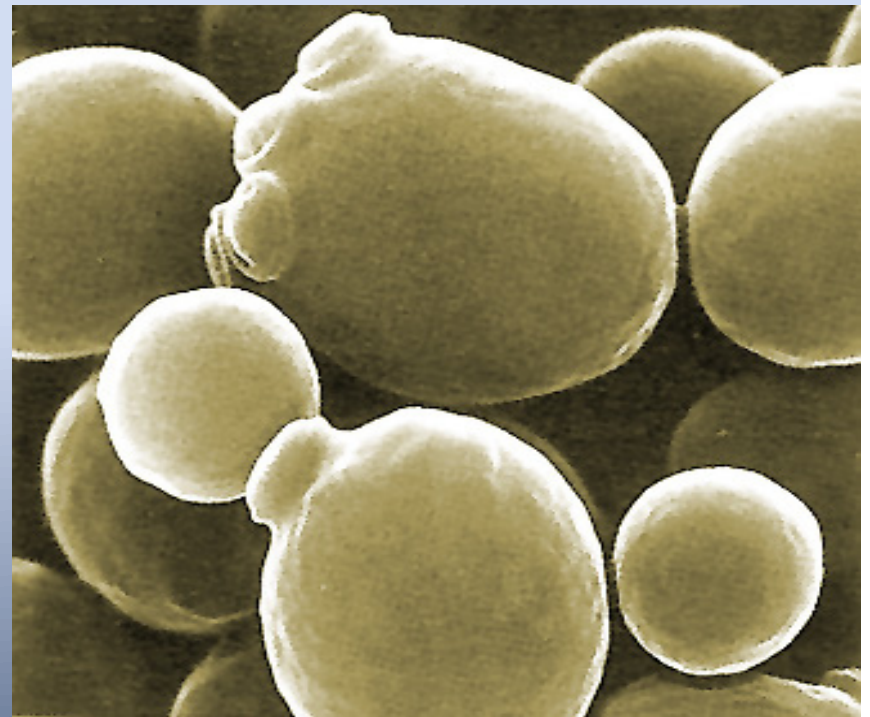
L'ultimo ingrediente, ma il più importante, che entra in scena nella produzione della birra è **il lievito**.

PARLIAMO DEL LIEVITO.

Ruolo e proprietà del lievito.

I lieviti, catalogati in più di 1000 specie diverse, sono organismi viventi appartenenti al **regno dei funghi**.

- Si nutrono infatti di sostanze elaborate da altri organismi,
- sono composti dallo stesso tessuto,
- si riproducono per gemmazione



LA BIOLOGIA

Per produrre birra si usano i lieviti del genere *Saccharomyces* (dal latino “zuccherò”). Si tratta di organismi viventi **unicellulari eucarioti** (cioè formati da una sola cellula in cui il nucleo cellulare è ben definito isolato dal resto della cellula tramite una membrana).

Nel nucleo della cellula si trova la maggior parte del materiale genetico, il DNA. La forma è approssimativamente ellittica, le dimensioni dell'asse maggiore sono comprese tra 5 e 10 micrometri (1 micrometro = 10^{-6} metri).



La riproduzione nei lieviti

Nella “cellula madre” viene duplicato il patrimonio genetico (clonazione) (1).

Le "cellule figlie" compaiono come protuberanze (gemme) (2).

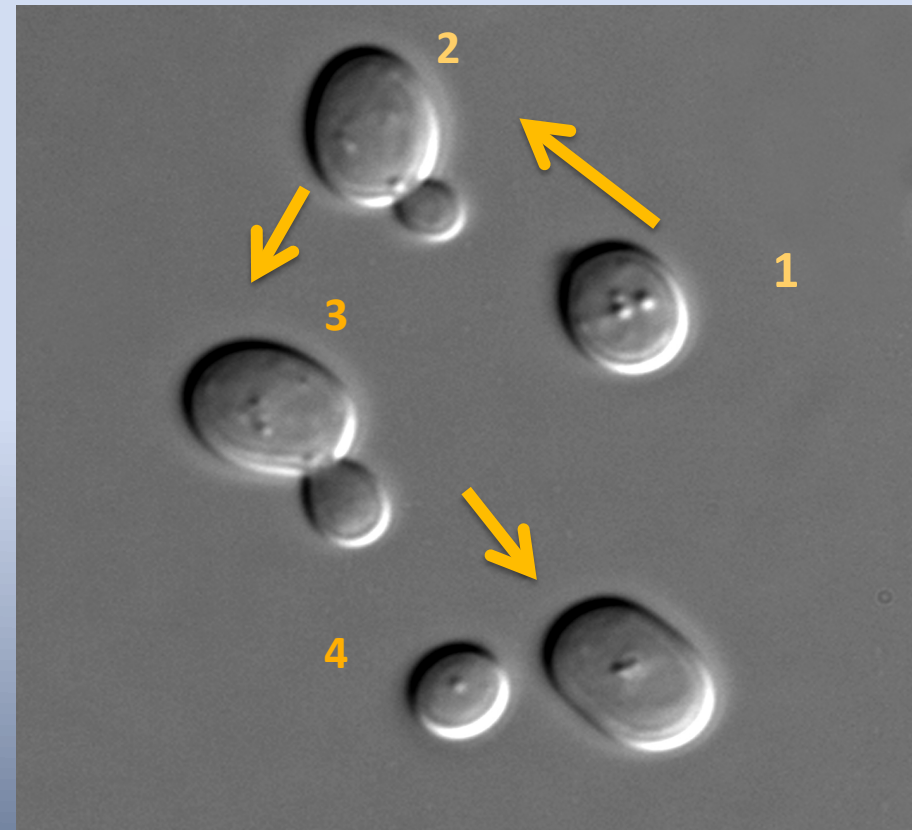
Nelle gemme viene trasferita una copia del patrimonio genetico della cellula madre (2/3)

Quando il processo si è compiuto, le cellule figlie si distaccano diventando autonome (4).

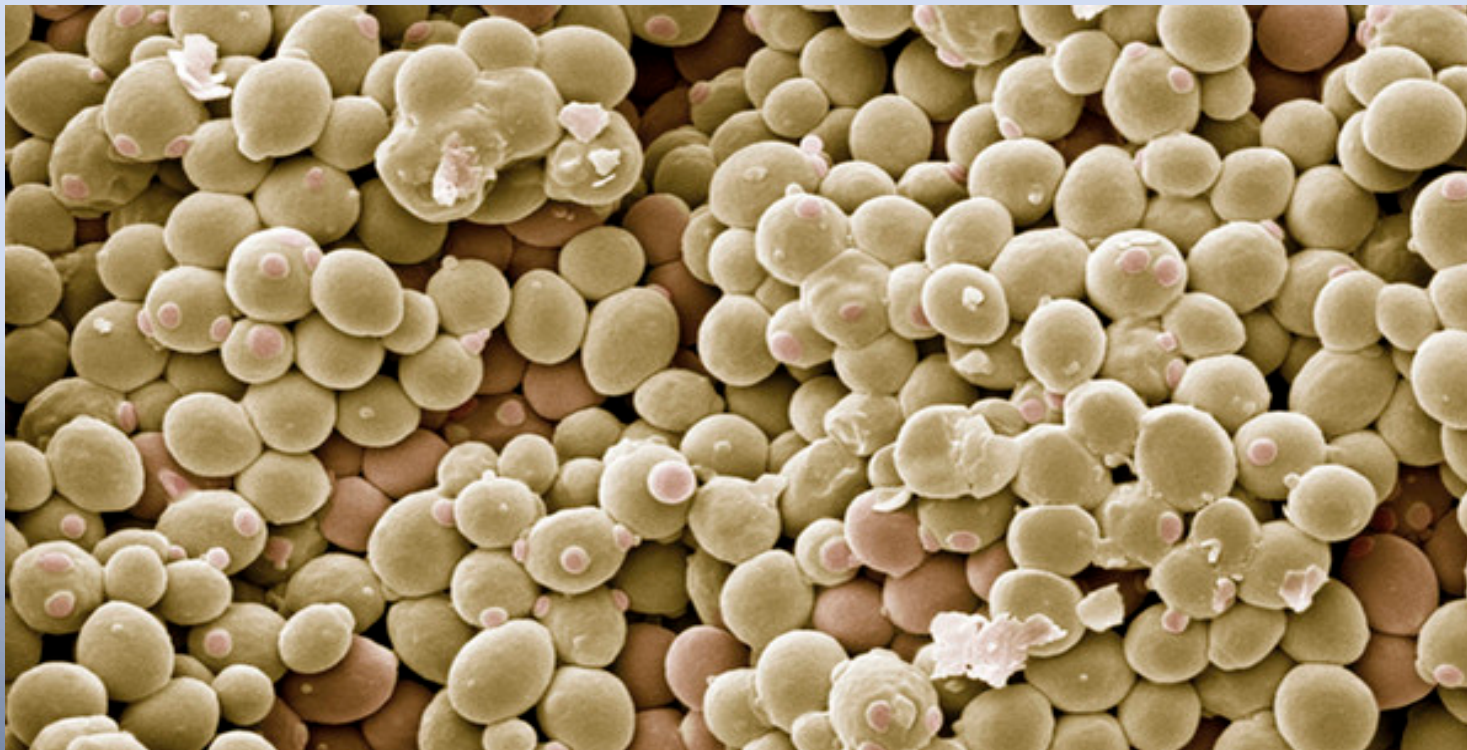
Dopo il distacco la nuova cellula attraversa la fase di “**respirazione**” durante la quale matura.

Alla fine della maturazione la nuova cellula è pronta a riprodursi.

E il ciclo ricomincia.



Nelle cellule di *Saccharomyces* le gemmazioni, che durano una ventina di minuti ognuna, si susseguono con grande rapidità e in breve tempo la colonia è molto numerosa.



Nella preparazione della birra le cellule di lievito vengono immerse nel mosto, che è ricco di sostanze zuccherine.

In questo ambiente avviene il processo riproduttivo del lievito.

Durante la replicazione, le cellule metabolizzano lo zucchero presente nel mezzo di coltura e rilasciano alcool e anidride carbonica.

Questo processo è detto di **fermentazione** e conferisce alla birra il sapore frizzante, leggermente alcolico e favorisce la comparsa della schiuma.



Trascorsi dai 3 ai 6 giorni, le cellule che sono in grande numero, hanno consumato quasi tutto lo zucchero presente nel mosto.

L'attività riproduttiva deve rallentare a causa della mancanza di nutrimento.

Inoltre l'ambiente è saturo di alcool, che è una sostanza nociva, e quindi, dopo breve tempo, il numero delle cellule **non aumenta più**: la numerosità delle cellule è la massima possibile e rimane approssimativamente costante per un certo tempo.

Il sistema ha raggiunto “l'**equilibrio**” che **conclude** la fase di fermentazione.

La fase successiva è detta di “**sedimentazione**”.

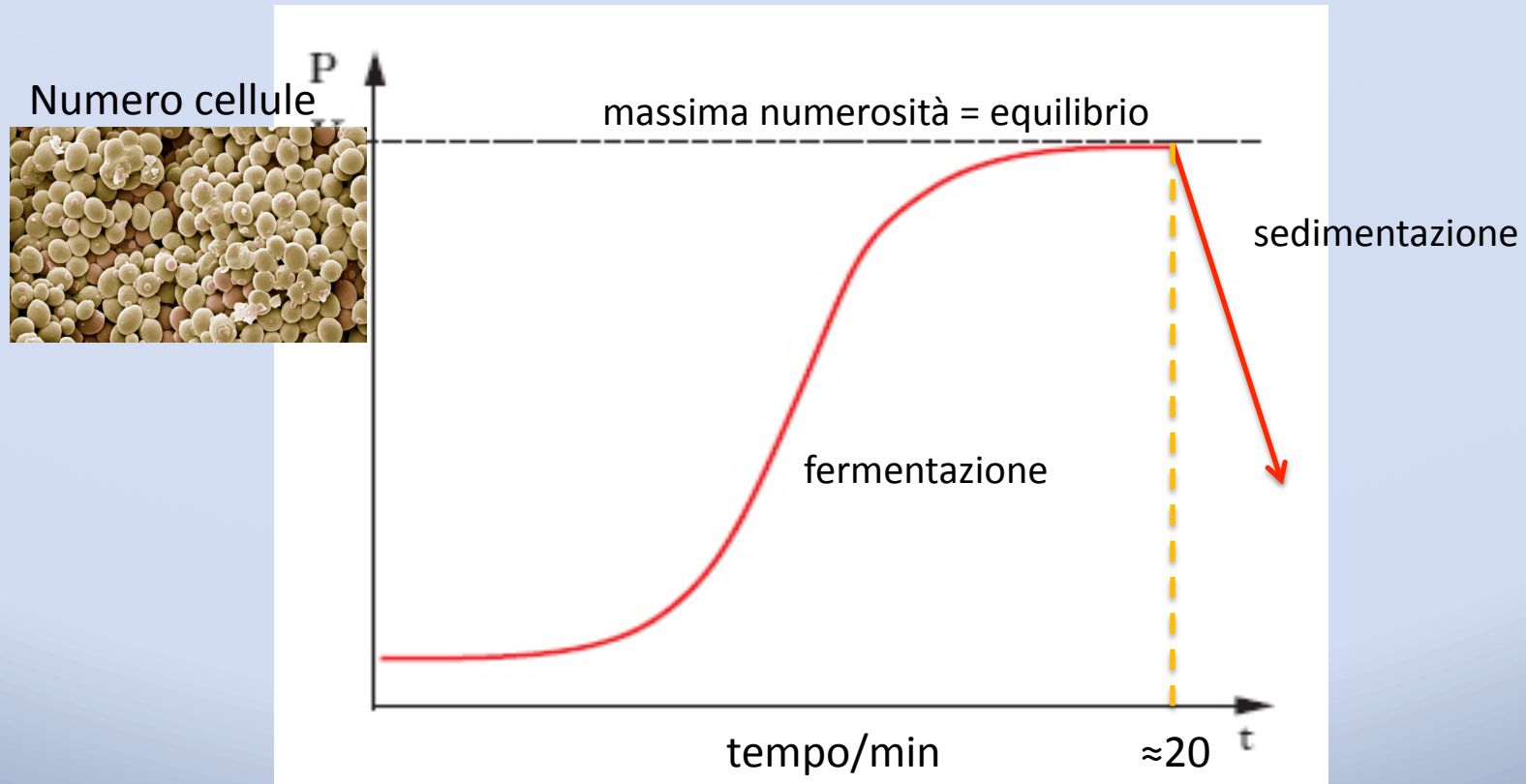
Le cellule di lievito iniziano a morire e a depositarsi sul fondo del recipiente in cui si è svolto il processo.

Riassumendo

Il processo si svolge in 3 fasi:

- (1) **respirazione**: la cellula è appena “nata” ed ha bisogno di un po’ di tempo per immagazzinare l’energia necessaria a crescere
- (2) **“fermentazione”**: le cellule iniziano a riprodursi in grande quantità; durante la replicazione le cellule assumono zuccheri e rilasciano di sostanze di scarto (alcool e anidride carbonica). Quando tutto il nutrimento è esaurito, la riproduzione cessa e il numero delle cellule non aumenta più (il sistema è in **equilibrio**)
- (3) **“sedimentazione”**: le cellule presenti, non più nutrite, iniziano a morire, depositandosi nel fondo del recipiente in cui si è svolto il processo.

RAPPRESENTAZIONE SCHEMATICA



Questo processo si può descrivere matematicamente con un “**modello matematico**” che permette sia il controllo puntuale di quello che accade sia le previsioni sullo svolgimento del processo

PROPOSTA DI APPROFONDIMENTO (BIOLOGIA)

- 1) Cosa è una cellula?**
- 2) Come sono state scoperte le cellule?**
- 3) Quanti tipi di cellule esistono?**
- 4) Come è fatta una cellula?**
- 5) Come si riproduce una cellula?**

PROPOSTA DI APPROFONDIMENTO (CHIMICA):

Che cosa è e come si realizza la fermentazione alcolica.

La fermentazione alcolica si realizza non solo nella produzione della birra, ma anche nel pane, nello yogurt, nel kefir, nel vino.

Descrivere qualcuno di questi processi.



CHE COSA E' UN MODELLO MATEMATICO DI UN FENOMENO NATURALE?

Un modello matematico è una **descrizione quantitativa** (fatta cioè usando numeri) **di un fenomeno**, che si occupa degli aspetti principali del fenomeno, trascurando, almeno in una prima fase, quelle caratteristiche che non si ritengono fondamentali. Se le verifiche sperimentali confermano la validità del modello, gli aspetti che sono stati trascurati possono essere inseriti in un modello successivo del fenomeno, più complesso e, si spera, sempre più verosimile.

I **primi modelli matematici** vengono formulati, nel '700 per trattare problemi di variazione della numerosità di popolazioni umane.

In quell'epoca infatti nascono in Inghilterra le prime compagnie di assicurazione sui commerci marittimi e sulla vita: i Lloyd's di Londra, una delle più importanti compagnie di assicurazione del mondo, operanti ancora oggi, sono stati fondati nel 1688.

Per stipulare polizze che non le facciano fallire, le compagnie richiedono studi quantitativi di natalità e mortalità dei cittadini.



DOVE TROVARE MODELLI CHE STUDINO NATALITA' E MORTALITA'?

Nel **1748** il grande matematico **EULERO**

(**Leonhard Euler 1707-1783**)

scrive un importante trattato matematico
“**Introductio in Analysin Infinitorum**”



In quest'opera Eulero studia, tra le altre cose, le **funzioni esponenziali** e i **logaritmi**, di cui illustra l'importanza con alcuni famosi esempi.

**Quattro di questi esempi si occupano delle modalità di variazione
nel tempo della numerosità di popolazioni umane.**

Per descrivere la variazione della **numerosità di una popolazione** al trascorrere degli anni (o delle generazioni), Eulero propone il seguente “**modello matematico**” (una legge di ricorrenza o sistema dinamico).

Se **$P(n)$** è la numerosità della popolazione all’anno n (**$n=0,1,2, \dots$** **numera gli anni, le generazioni**), si può dire che

$$P(n) = P(n - 1) + R P(n - 1) = (1+R) P(n - 1)$$

dove

R è una costante (positiva, negativa o nulla) che descrive cambiamento

Leggiamo : la numerosità **$P(n)$** della popolazione all’anno $n=1,2,\dots$ si può calcolare come la numerosità della popolazione all’anno precedente (**$P(n-1)$**) **aumentata** (se $R>0$) o **diminuita** (se $R<0$) di una quantità che può essere espressa come multiplo o sottomultiplo della numerosità allo stesso anno. Se la numerosità **non cambia** è $R=0$ e risulta $P(n)=P(n-1)$

Il modello è molto semplice, ma coglie il “meccanismo fondamentale”:

- la numerosità di una popolazione varia nel tempo
- la variazione può essere espressa come un multiplo o un sottomultiplo del numero degli individui che la compongono (rappresentata dal termine $RP(n-1)$)

(La variazione è dovuta, principalmente, ad un certo numero di nascite e di decessi che si possono esprimere in relazione al numero degli individui che compongono la popolazione

“...è morto il 3 % degli individui di quella generazione...”

oppure

“...a causa delle nascite, la popolazione ha subito un incremento dell'1 %..”)

Esempio

Supponiamo che, in un certo anno n , una popolazione sia composta da $P(n-1) = 100$ individui e supponiamo che in quell'anno nascano 20 bambini e muoiano 8 anziani. Possiamo scrivere:

$$P(n) = P(n - 1) + \text{nuovi nati} - \text{morti} = 100 + 20 - 8 = 112, \quad \text{ma}$$

$$\text{nuovi nati} = 20 = 100 (20/100) = 0.2 (100) = 20\%(100),$$

$$\text{morti} = 8 = 100 (8/100) = 0.08(100) = 8\%(100)$$

Quindi

$$\begin{aligned} P(n) &= 100 + 100(0.2) - 100(0.08) = 100 [1 + 0.2 - 0.08] = \\ &= 100(1 + 0.12) = 1.12 \times 100 = 112 \text{ individui.} \end{aligned}$$

In questo caso $1 + R = 1 + 0.12 > 1$ (infatti c'è stato un aumento della numerosità)

R viene detto “tasso netto di variazione” della popolazione

PROBLEMA. Se, anche per l'anno seguente si ha ancora $R=0.12$ (stessa natalità e mortalità), si può dire qualcosa riguardo alla numerosità dell'anno $n+2$?

$$P(n+1) = P(n) + RP(n) = 112 + 0.12(112) = 1.12 \times 112 \approx 125$$

Continuando...

$$P(n+2) = P(n+1) + RP(n+1) = 125 + 125(0.12) = 1.12 \times 125 \approx 140$$

$$P(n+3) = P(n+2) + RP(n+2) = 140 + 140(0.12) = 1.12 \times 140 \approx 157$$

.... eccetera

Se nulla cambia, la numerosità aumenta sempre



Si può dire qualcosa sulle modalità con cui la numerosità aumenta?

Modalità di aumento della numerosità

$$P(n+1) = P(n) + RP(n) = (1 + R)^1 P(n)$$

$$P(n+2) = P(n+1) + RP(n+1) = (1 + R)P(n+1) = (1+R)[(1+R)P(n)] = (1+R)^2 P(n)$$

$$P(n+3) = P(n+2) + RP(n+2) = (1 + R)P(n+2) = (1+R)[(1+R)^2 P(n)] = (1+R)^3 P(n)$$

... in generale, per ogni $n \geq 0$ e per ogni $k \geq 1$ scriviamo

$$\begin{aligned} P(n+k) &= P(n-1+k) + RP(n-1+k) = (1 + R)P(n-1+k) = \\ &= (1+R)[(1+R)^{k-1} P(n)] = (1+R)^k P(n) \end{aligned}$$

Visto che n può essere qualunque, scegliamo $n = 0$. La soluzione del sistema dinamico è

$$P(k) = (1+R)^k P(0)$$

k = variabile indipendente R = costante $P(0)$ = costante

Analisi della funzione $P(k) = (1+R)^k P(0)$

R e $P(0)$ sono noti, dati a priori.

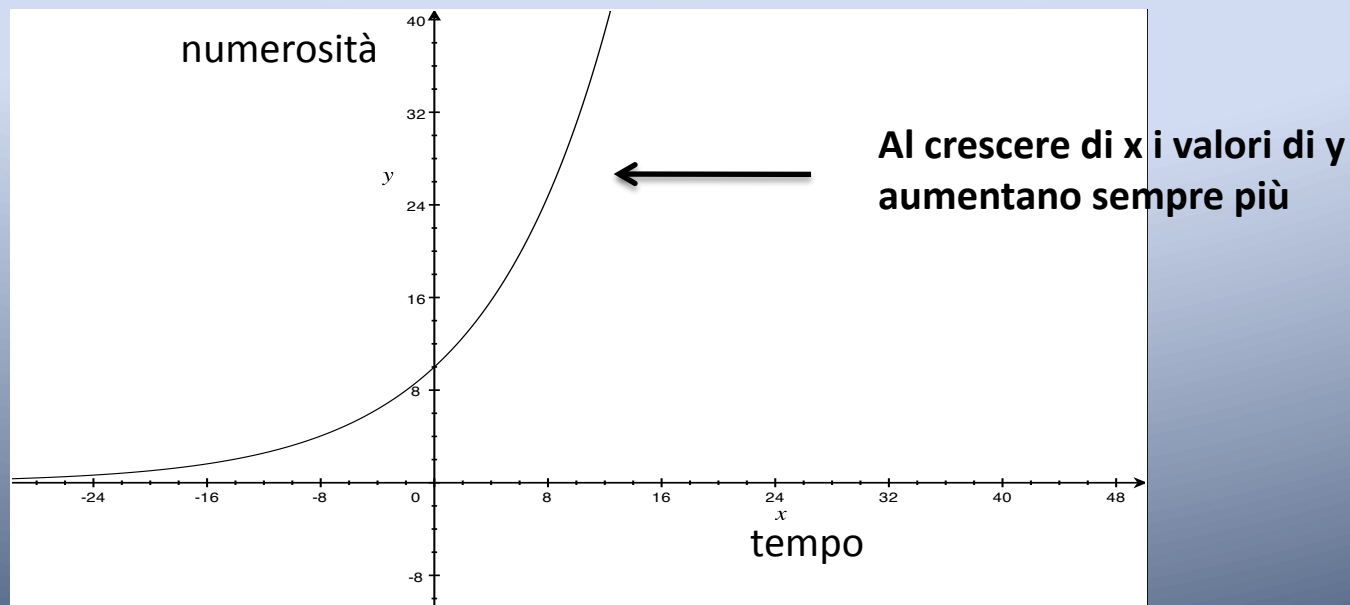
La funzione varia perché varia k : k è la **variabile indipendente (tempo, generazioni)**.

Per riconoscere meglio la funzione chiamiamo $k = x$ e $P = f$. Si ha

$$P(k) = (1+R)^k P(0) \longrightarrow f(x) = (1+R)^x P(0):$$

P è una funzione esponenziale!

La base è $1+R > 1$. Se, ad esempio, $P(0)=10$ e $R = 0.12$ il grafico della funzione esponenziale $y = P(x) = 10(1.12)^x$ è



Domande

1. Se $R=0.12$ e $P(0) = 10$, quanto vale, approssimativamente, la numerosità dopo 5 oppure 7 generazioni? (quanto valgono $P(5) \approx ?$ $P(7) \approx ?$)
2. Nelle stesse ipotesi precedenti, è possibile che la numerosità sia, approssimativamente, di 20 unità? Quante generazioni devono passare? ($P(k) \approx 20$ per quale k ?)

N.B. Tutti i punti sul grafico di $P(k) = (1+R)^k P(0)$ hanno coordinate del tipo
 $A = (k, P(k) = (1+R)^k P(0))$

La legge $P(k) = (1+R)^k P(0)$ (*) soluzione del sistema dinamico $P(n) = P(n-1) + RP(n-1)$, ha avuto un ruolo importantissimo.

Nel 1798 un demografo ed economista inglese **Thomas Malthus** (1766 – 1834) pubblica un libro *“Saggio sul principio delle popolazioni”*. In cui, affermando che i risultati di Eulero sono corretti, afferma che tutte le popolazioni viventi, se lasciate senza controllo, si sviluppano in accordo con la legge (*).

Questo fatto ha delle conseguenze molto importanti: l'incremento demografico spinge a coltivare terre sempre meno fertili e a sfruttare oltre i limiti tutte le risorse. Visto che le risorse si rigenerano più lentamente della numerosità della popolazione, si ha penuria di generi di sussistenza fino giungere all'arresto dello sviluppo economico.

La ripresa dell'economia necessariamente passa attraverso fasi di competizione e, al limite, di guerra, per assicurarsi quel poco di cui si dispone.



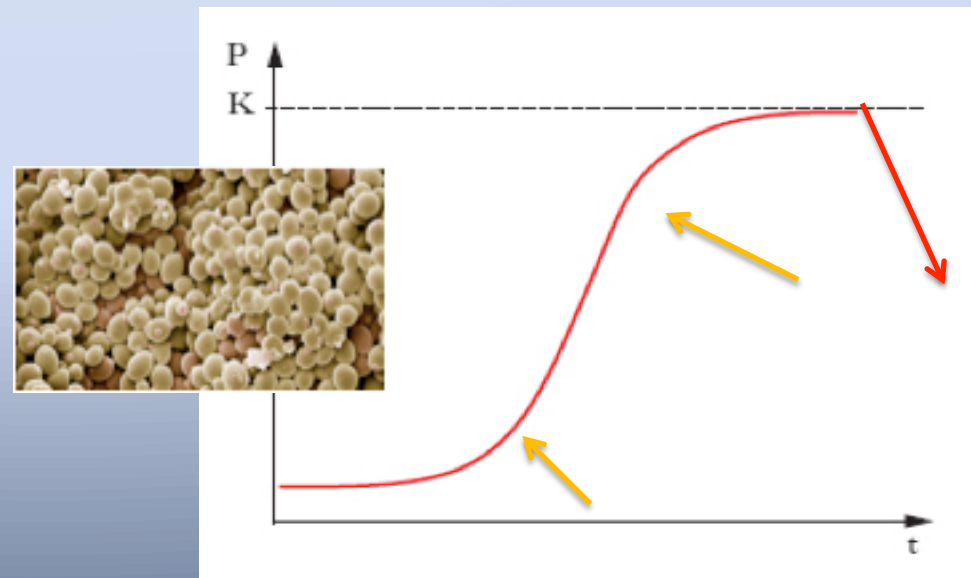
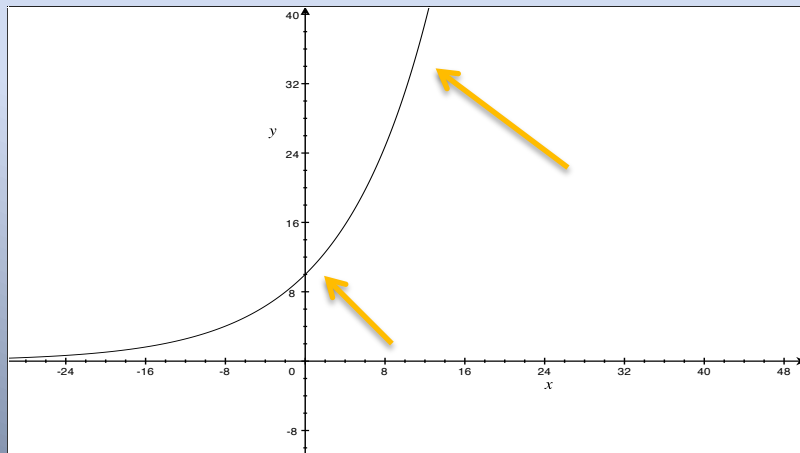
Questa teoria, rivelatasi sostanzialmente corretta, ha ispirato molti economisti (circolo di Roma) e il gradissimo Charles Darwin nella formulazione della sua **TEORIA DELL'EVOLUZIONE**

APPROFONDIMENTO ECONOMIA/STORIA DELLA SCIENZA

- 1. Chi era Thomas Malthus? Perché le sue teorie e previsioni sono così importanti?**
- 2. Chi era Charles Darwin? Perché è stato ispirato da Malthus nella formulazione della teoria dell'evoluzione?**

Domanda

3. La funzione $P(k) = (1+R)^k P(0)$ è adatta a descrivere il fenomeno della crescita delle cellule di *Saccharomyces*?



Nel prossimo incontro, il 21 novembre, risponderemo alla domanda

GRAZIE DELL' ATTENZIONE!