

Simmetrie, trasformazioni, tassellazioni

“Lo studente acquisirà la conoscenza delle principali trasformazioni geometriche (**traslazioni, rotazioni, simmetrie, similitudini** con particolare riguardo al teorema di Talete) e sarà in grado di riconoscere le principali proprietà **invarianti**.

Lo studente apprenderà i principi matematici di base coinvolti nelle diverse tecniche di rappresentazione delle figure dello spazio e le relazioni tra di essi e le tecniche in uso nelle discipline grafiche e geometriche. Studierà i problemi di rappresentazione delle figure quali si presentano nel **contesto artistico**” (IN)

Proprietà invarianti; punti uniti e rette unite

Sempre meno curriculari?

Ripresi nel Liceo Matematico in varie forme (SITO)

Gruppo Klein-Italia sul tema simmetrie (di fatto *tassellazioni*).

Introduzione di questioni matematiche *recenti* nella scuola.

La maggior parte dello spazio del pavimento è suddivisa in una griglia di rettangoli, ognuno dei quali è riempito da un motivo geometrico sovrapponibile secondo due direzioni come una *carta da parati*.



Simmetria frattale



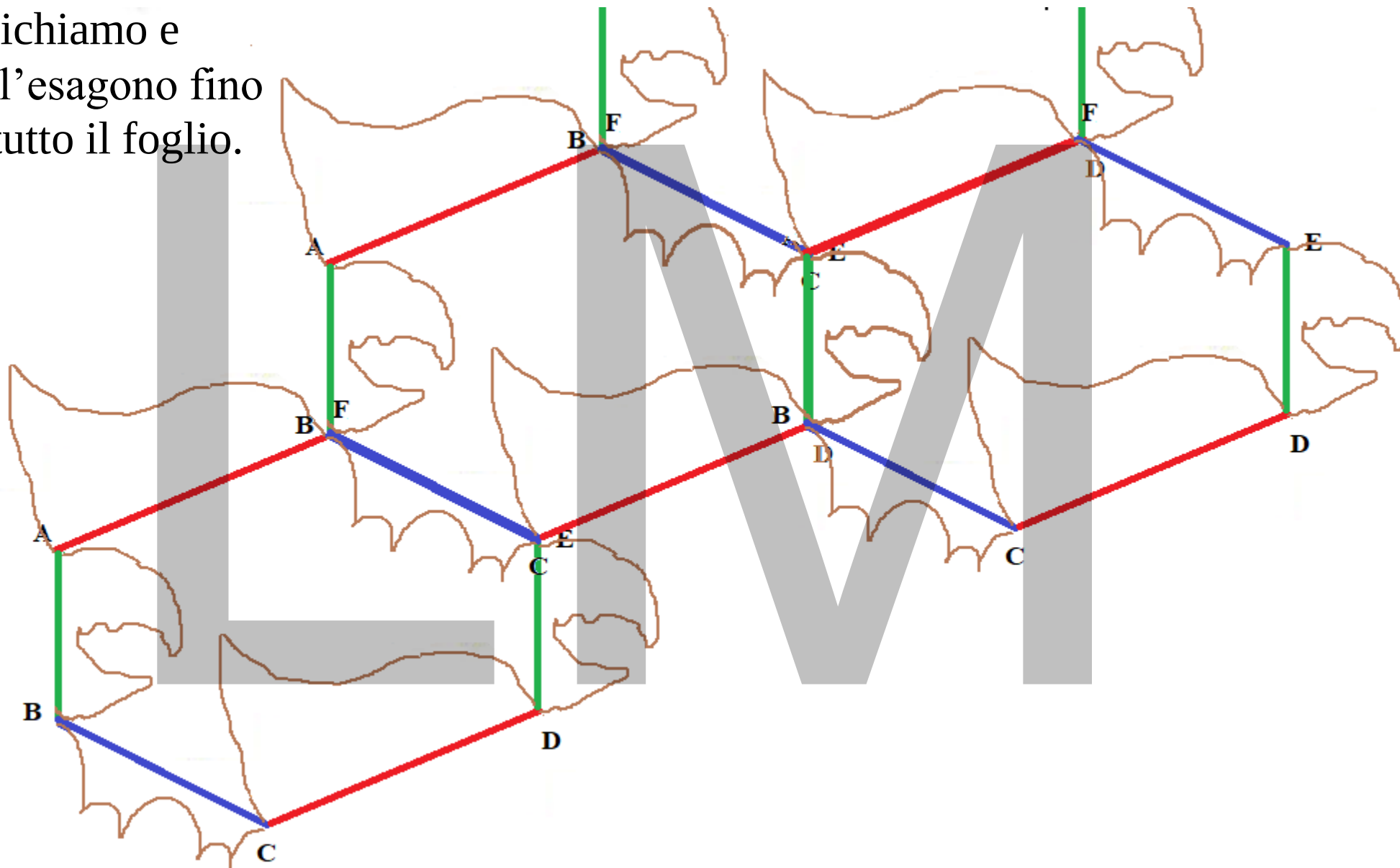
Le tassellazioni

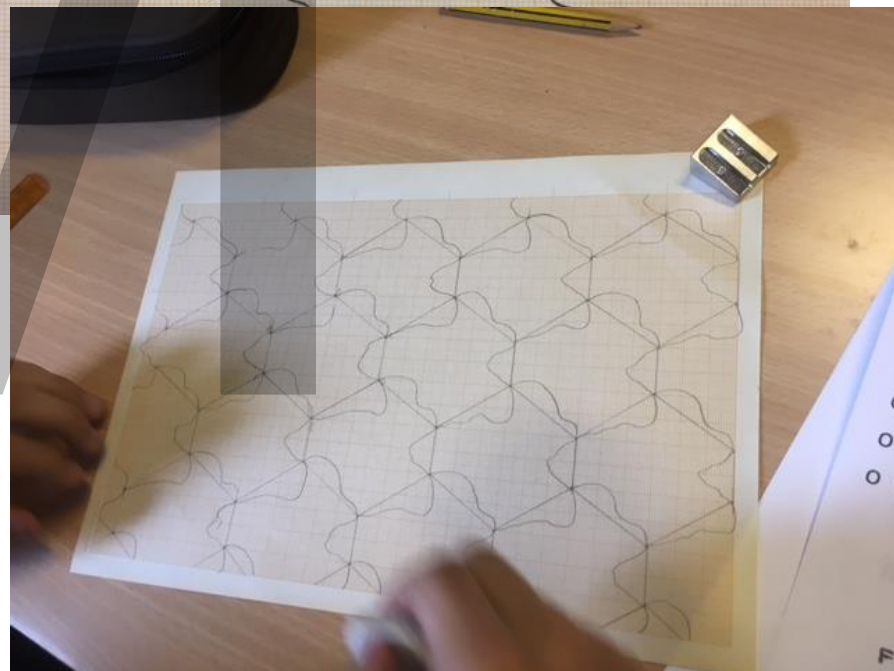
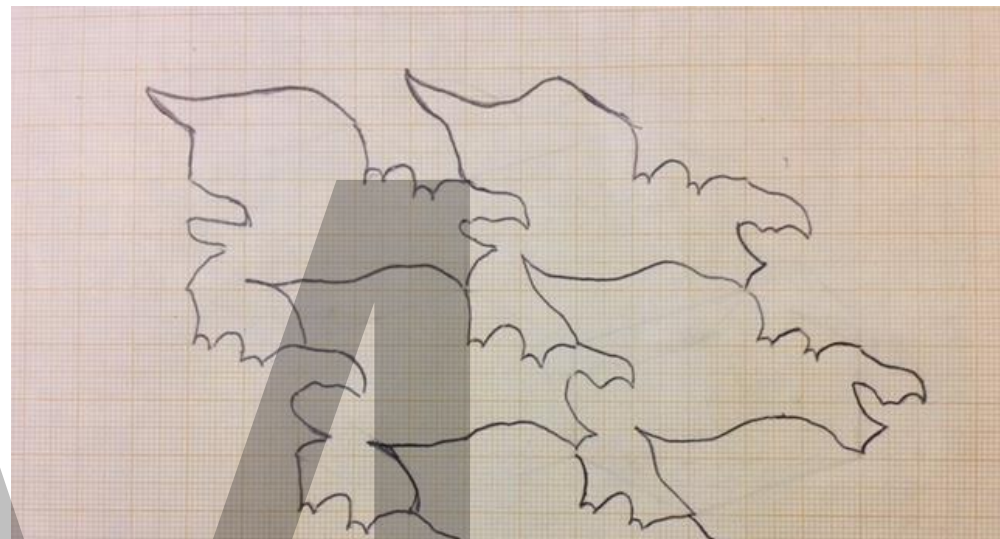
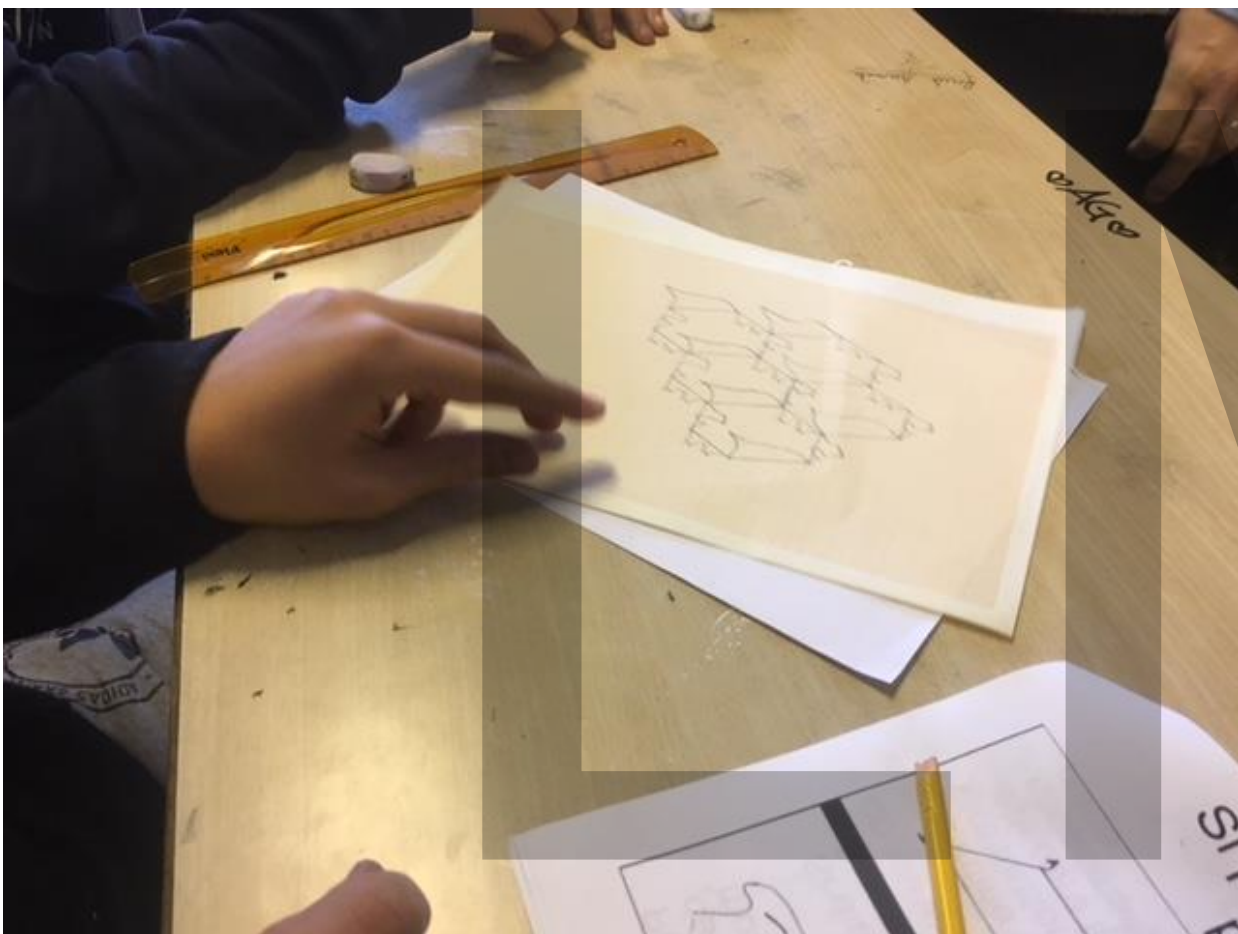
sono ricoprimenti del piano mediante figure geometriche disposte senza lasciare parti vuote, come, per esempio, nel pavimento di una stanza.

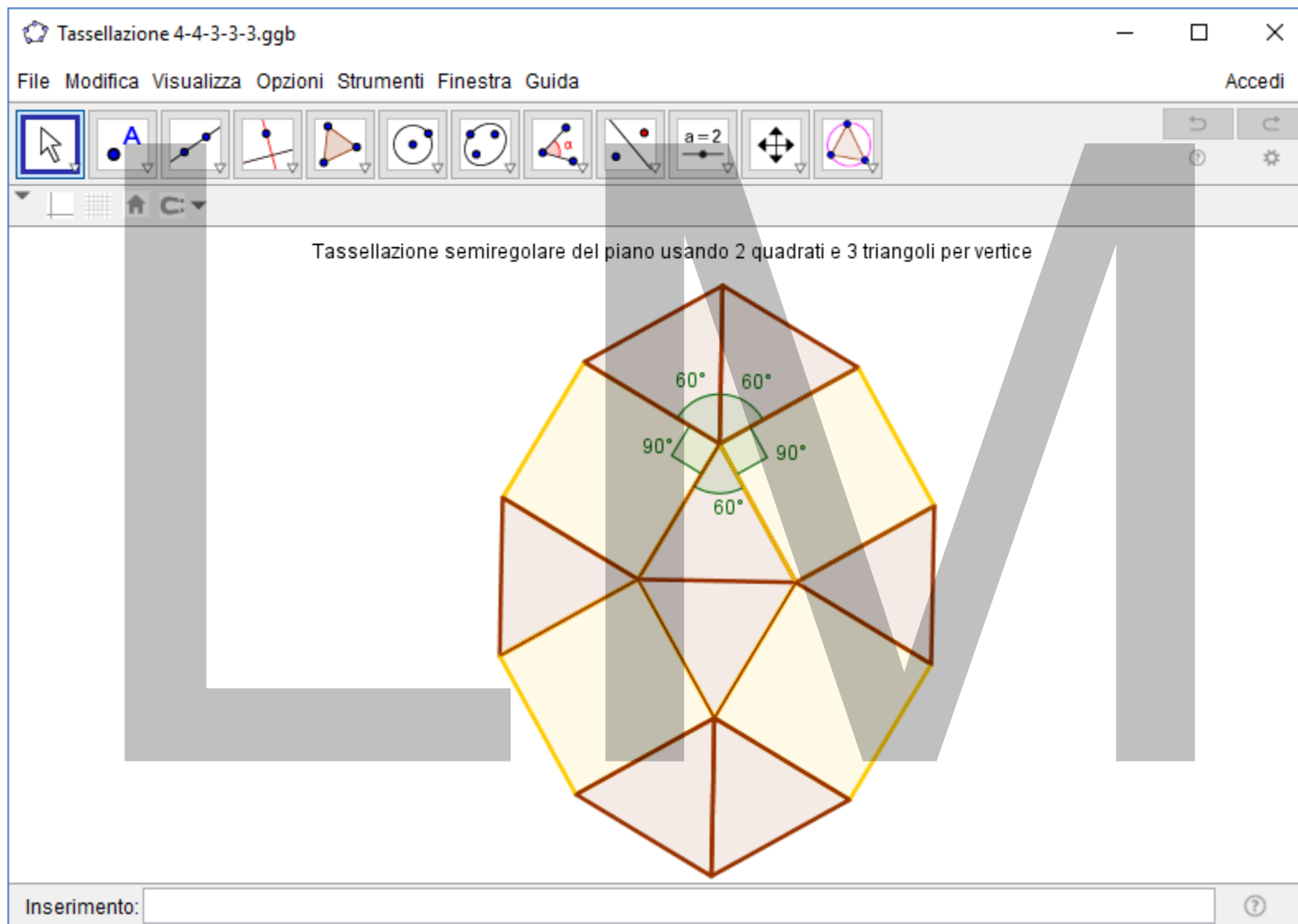
Le figure geometriche vengono ripetute mediante *traslazioni*, *simmetrie* e *loro composizioni*.

8 esempi di suddivisione regolare del piano di Escher 1960

3. Moltiplichiamo e
trasliamo l'esagono fino
a coprire tutto il foglio.







Nella *figura 4* si possono individuare due riflessioni assiali e due rotazioni di 180° e di 360° . Pertanto il suo gruppo di simmetria è costituito da quattro elementi.

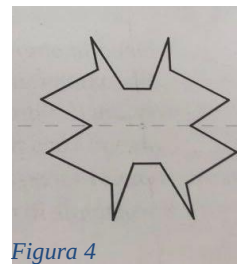


Figura 4

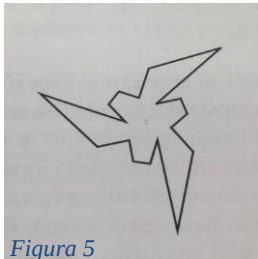


Figura 5

Le simmetrie della *figura 5* sono le seguenti: rotazione di 120° , di 240° e di 360° rispetto al punto segnato. Il gruppo di simmetria è pertanto costituito da tre elementi che possiamo descrivere come la rotazione intorno al punto O di 120° ed i suoi multipli.

Infine, nella *figura 6* si possono individuare ben 24 simmetrie: dodici riflessioni e dodici rotazioni intorno al punto di intersezione degli assi di riflessione di angoli multipli di 30° .

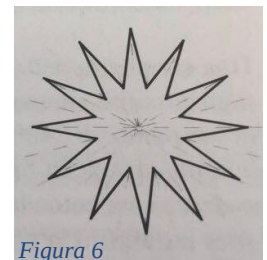


Figura 6

Proposta di lavoro 1

Disegnare sei figure che abbiano rispettivamente le stesse simmetrie delle figure sopra esaminate.

Proposta di lavoro 2

Costruire le immagini della *figura 7* rispetto alle rotazioni intorno ad O di 90° , 180° e 270° . Considerare poi la nuova figura **F** costituita dalla figura iniziale e dalle sue tre immagini. Studiare il suo gruppo di simmetria e verificare che è costituito da 8 elementi.

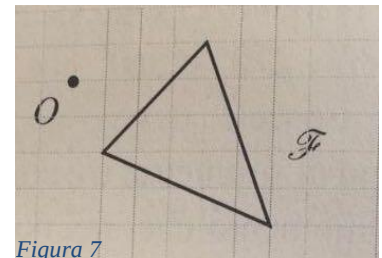


Figura 7

Proposta di lavoro 3

Spostare il punto O della proposta precedente in modo che il gruppo di simmetria della figura **F** sia costituito solo da quattro rotazioni.

Ad esempio, l'insieme $\mathbf{Z}$ è un gruppo rispetto all'operazione di addizione e si indica nel seguente modo $(\mathbf{Z}, +)$.

Dunque, si può facilmente verificare, il gruppo di simmetria di una figura è proprio una struttura di gruppo algebrico.

Essendo tali gruppi costituiti da un numero finito di elementi, possiamo rappresentarli sotto forma di tabella.

Ad esempio, prendiamo in considerazione il gruppo della *figura 5*. Esso è costituito da tre elementi: identità (indichiamola con 1), rotazione di 120° intorno ad O (indichiamola con f) e rotazione di 240° sempre intorno ad O (indichiamola con g).

Possiamo rappresentare il gruppo in modo tabellare.

$^\circ$	1	f	g
1	1	f	g
f	f	g	1
g	g	1	f

Proposta di lavoro 11

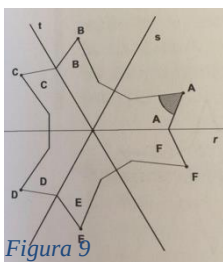
Costruire le tabelle dei gruppi di simmetria per le figure 1;2; 3; 4. Sono gruppi commutativi?

Proposta di lavoro 12

Cosa ci ricordano tali tabelle? Abbiamo esaminato strutture simili?

Proposta di lavoro 13

Verificare che la tabella seguente descrive il gruppo di simmetria per la *figura 9*. Si indichi con R la rotazione (in senso antiorario) di 120° , con S quella di 240° , con r la riflessione rispetto all'asse orizzontale, con s rispetto all'asse che forma un angolo di 60° con r , con t l'asse che forma un angolo di 60° con r .

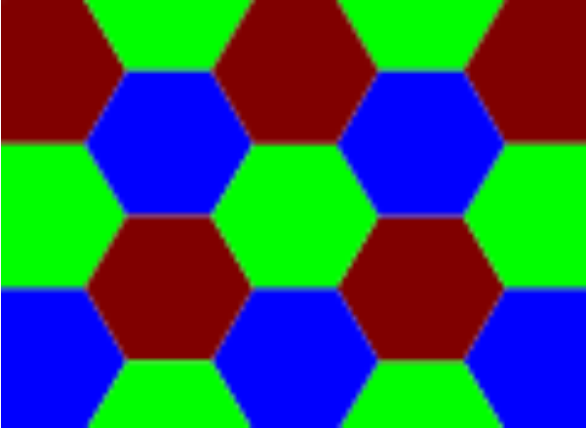
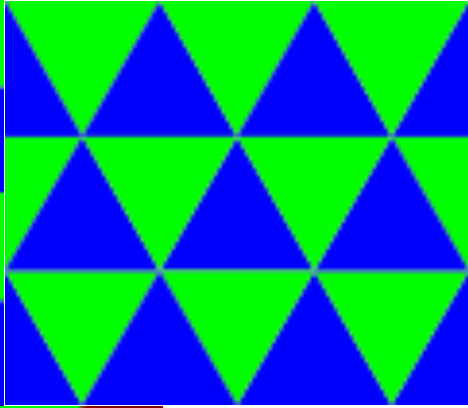
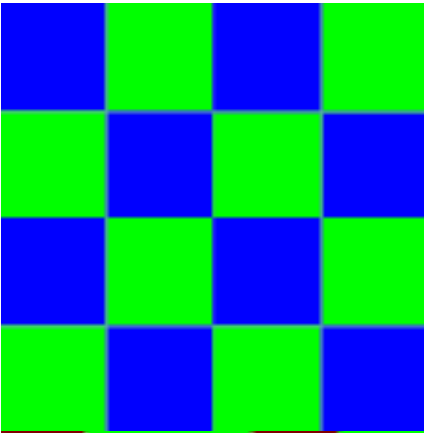


$^\circ$	1	R	S	r	s	t
1	1	R	S	r	s	t
R	R	S	1	t	r	s
S	S	1	R	s	t	r
r	r	s	t	1	R	S
s	s	t	r	S	1	R
t	t	r	s	R	S	1

Il gruppo di simmetria è costituito da 6 elementi come quello della *figura 1*. Sono uguali?

Bibliografia e Sitografia

- **G. Accascina**, *Trasformazioni geometriche nel piano* - Dispense del corso di Didattica della Matematica - SSIS A.A. 2001-2002.
- **G. Caiati, A. Castellano**, *Ruota, trasla e...rifletti*, Mimesis edizioni.
- **L. Cannizzaro, M. Menghini**, *Figure geometriche e definizioni* - Battagin PADERNO DEL GRAPPA
- **M. Dedò**, *Galleria di metamorfosi*, Mimesis edizioni.
- **G. Prodi, A. Bastianoni**, *Scoprire la matematica- Geometria del piano*, Ghisetti e Corvi Editori.



RTIN

wer pc

Int

