

Cartografia e matematica

Alessandro Gambini
Sapienza Università di Roma
29/01/2021



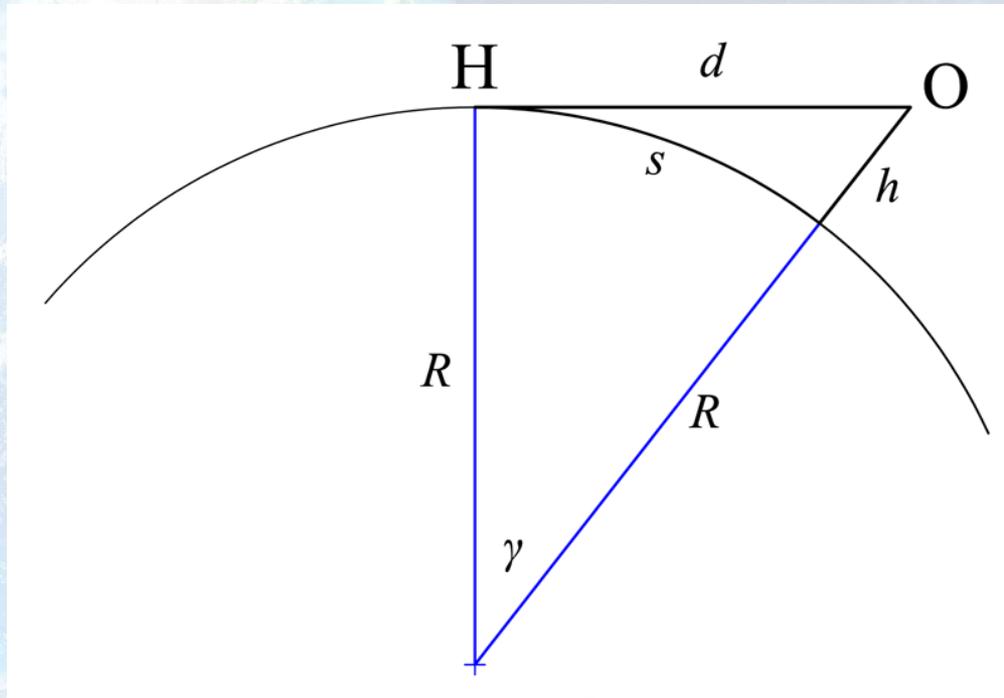
Cimon della Pala

Fradusta

Croda Granda

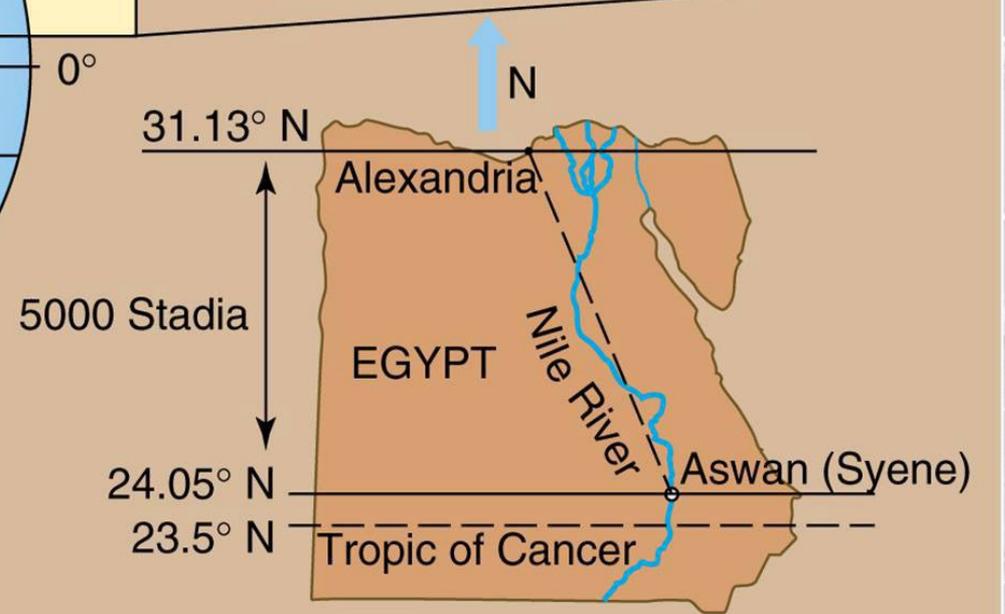
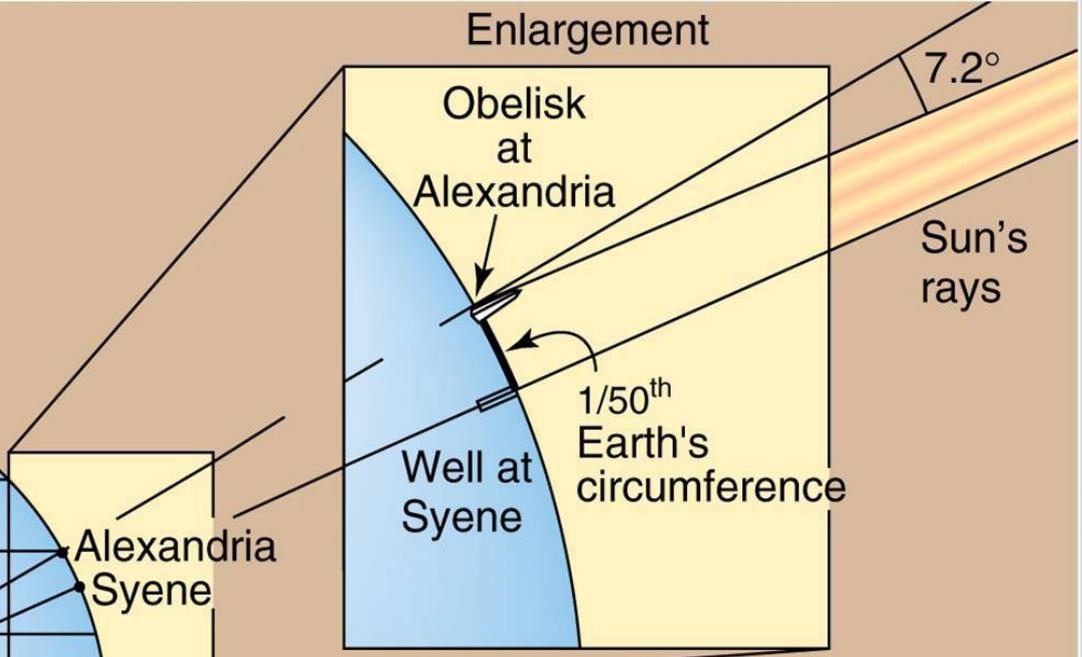
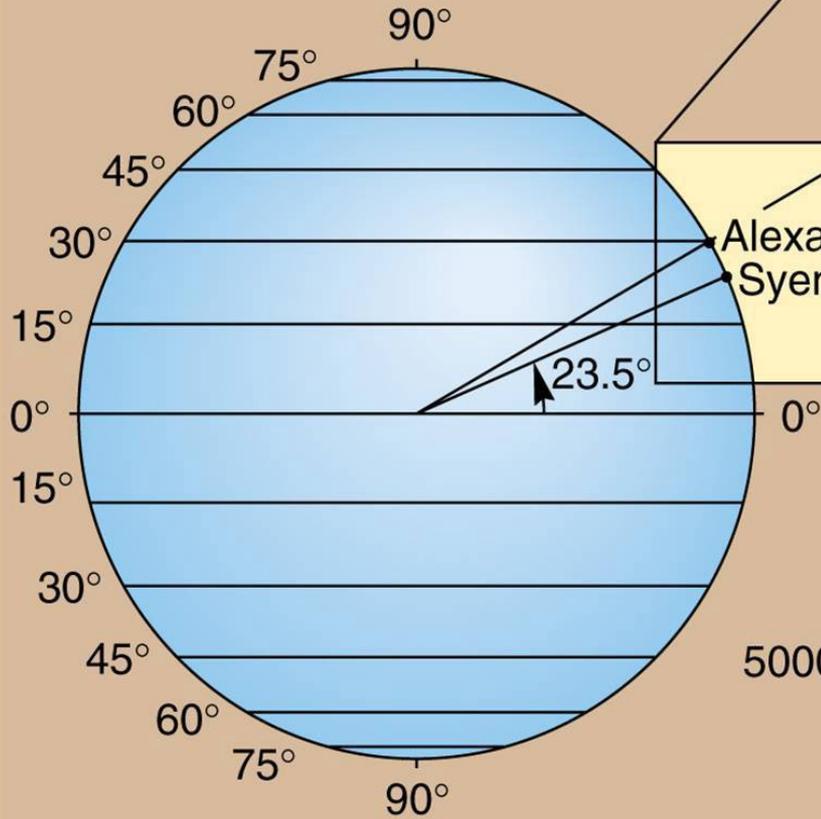
Agner





$$\begin{aligned}(R + h)^2 &= R^2 + d^2 \\ R^2 + 2Rh + h^2 &= R^2 + d^2 \\ d &= \sqrt{h(2R + h)}.\end{aligned}$$

Eratostene



Scopo della cartografia?

A quale scopo disporre di riproduzioni dell'ambiente in cui si vive?

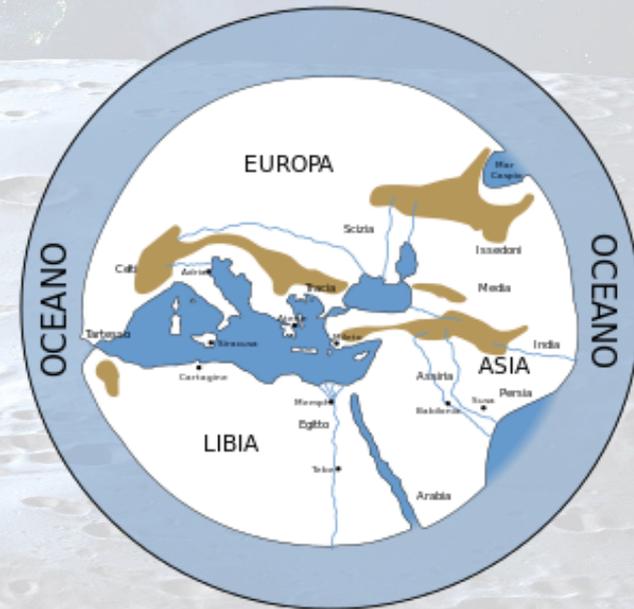
Primi tentativi

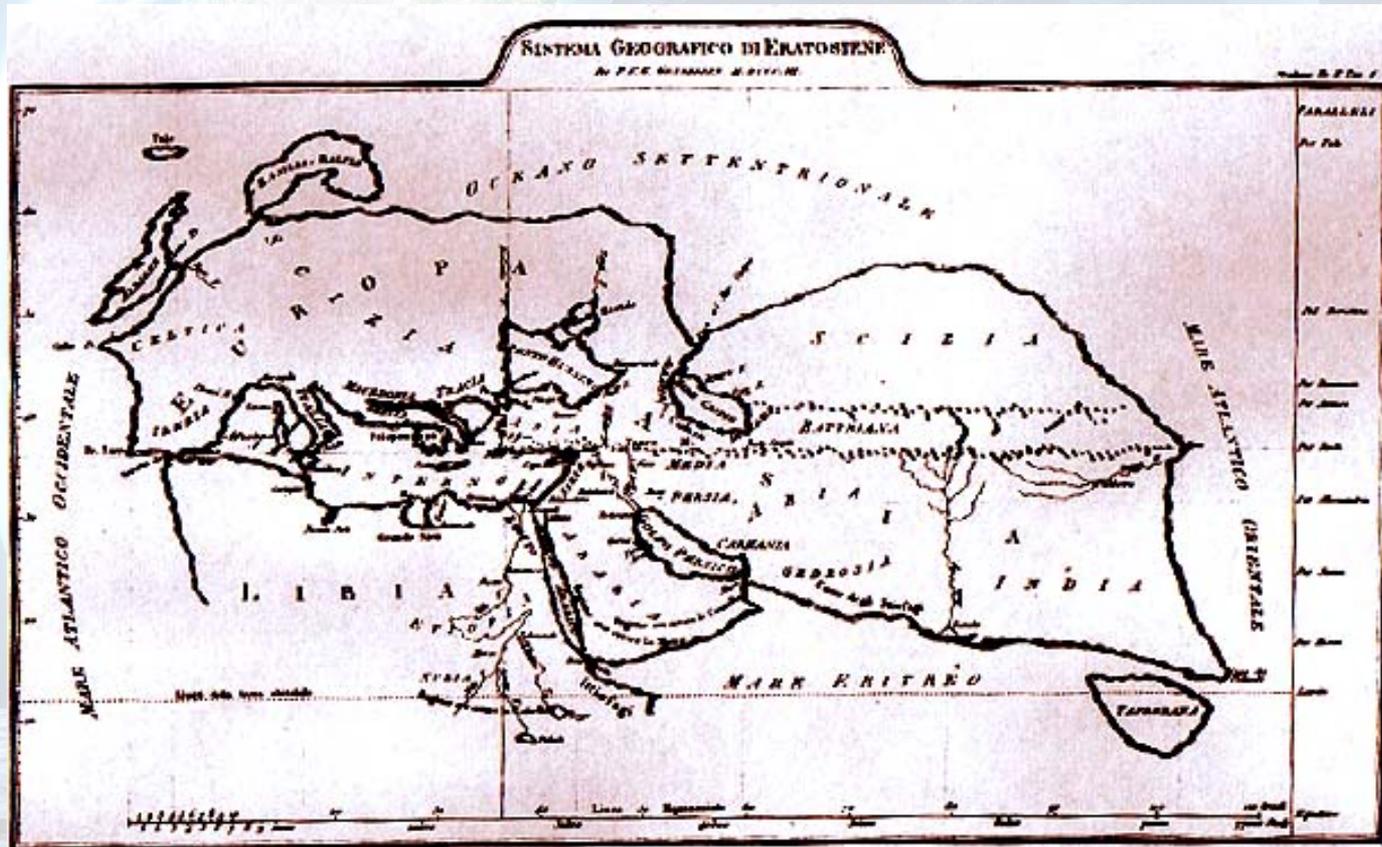
**III millennio a. C. : Babilonesi ed Egizi,
Persiani e Fenici**

Greci

**VI secolo a.C.: Anassimandro 1°
mappa del mondo conosciuto
(ecumene).**

**I geografi ionici disegnano la Terra
come un disco circondato dall'oceano**



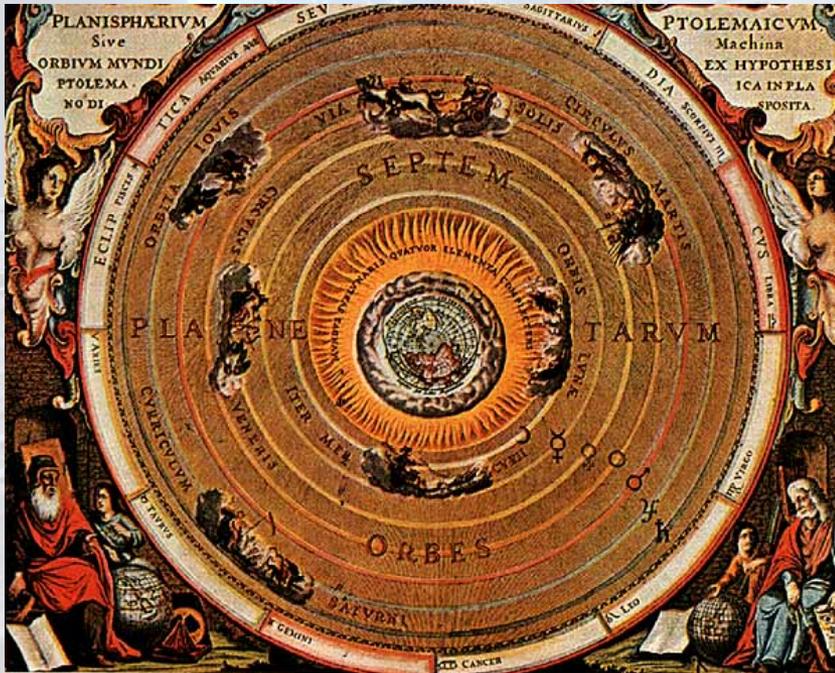


Eratostene (ricostruzione)

Inserisce un reticolo

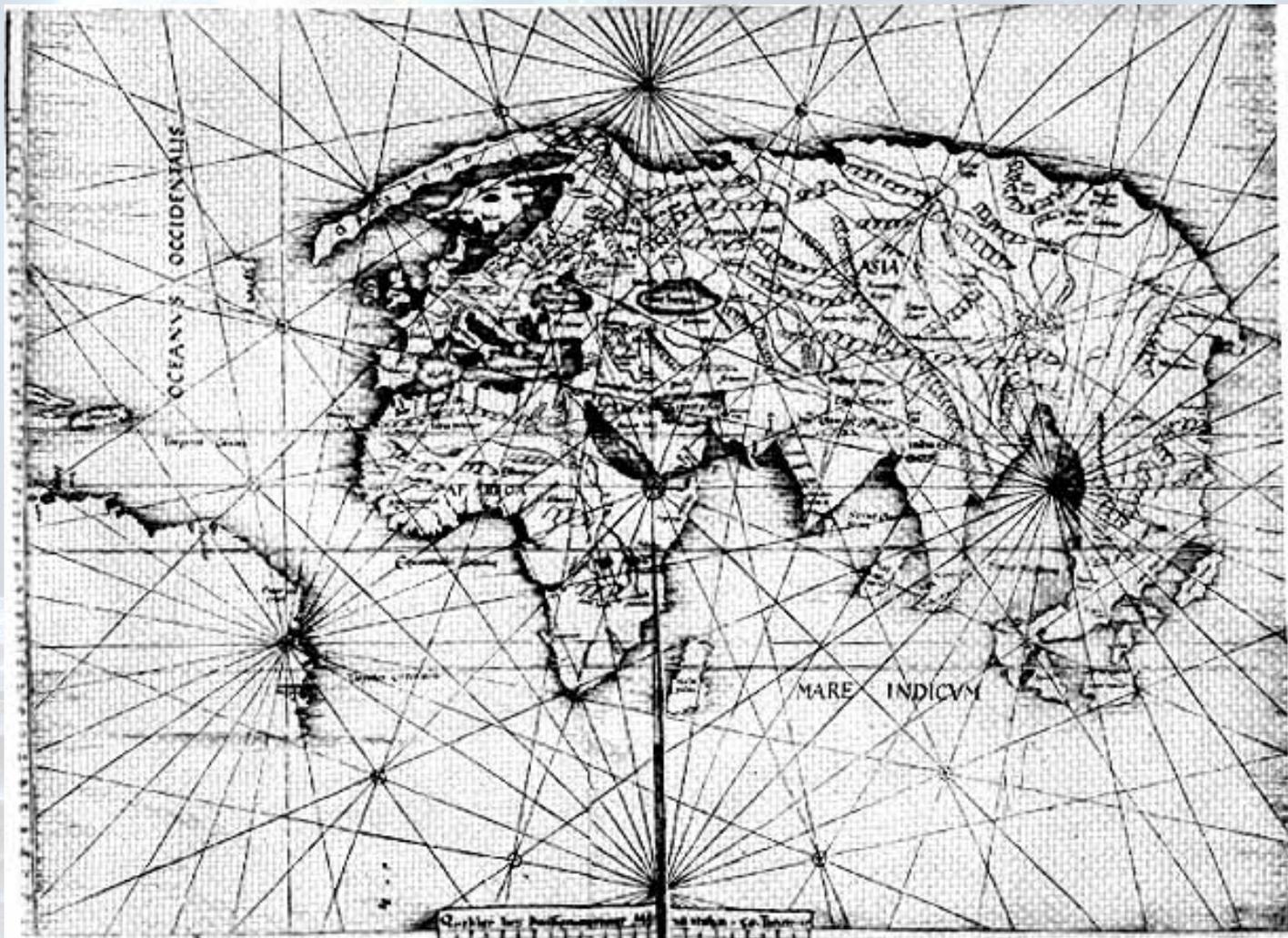
Tolomeo (90-170 d.C.)

Fondatore della cartografia Matematica
(raccolta di 27 carte di cui una generale del
mondo conosciuto)



Planisfero di Tolomeo (II sec d.C)





Mappamondo tolemaico nell'Atlante di Strasburgo (Strasburgo, Biblioteca)



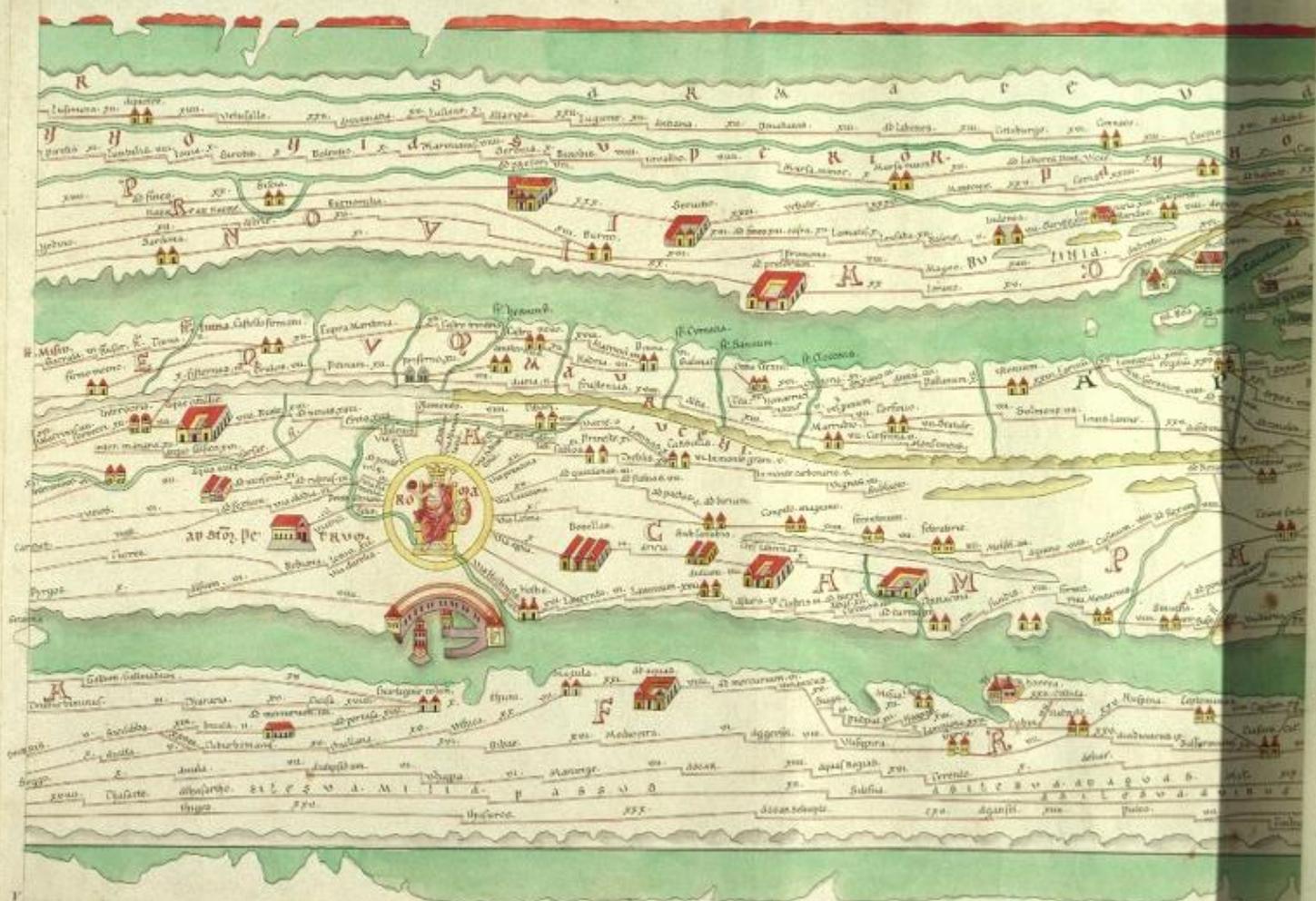


Cartografia romana

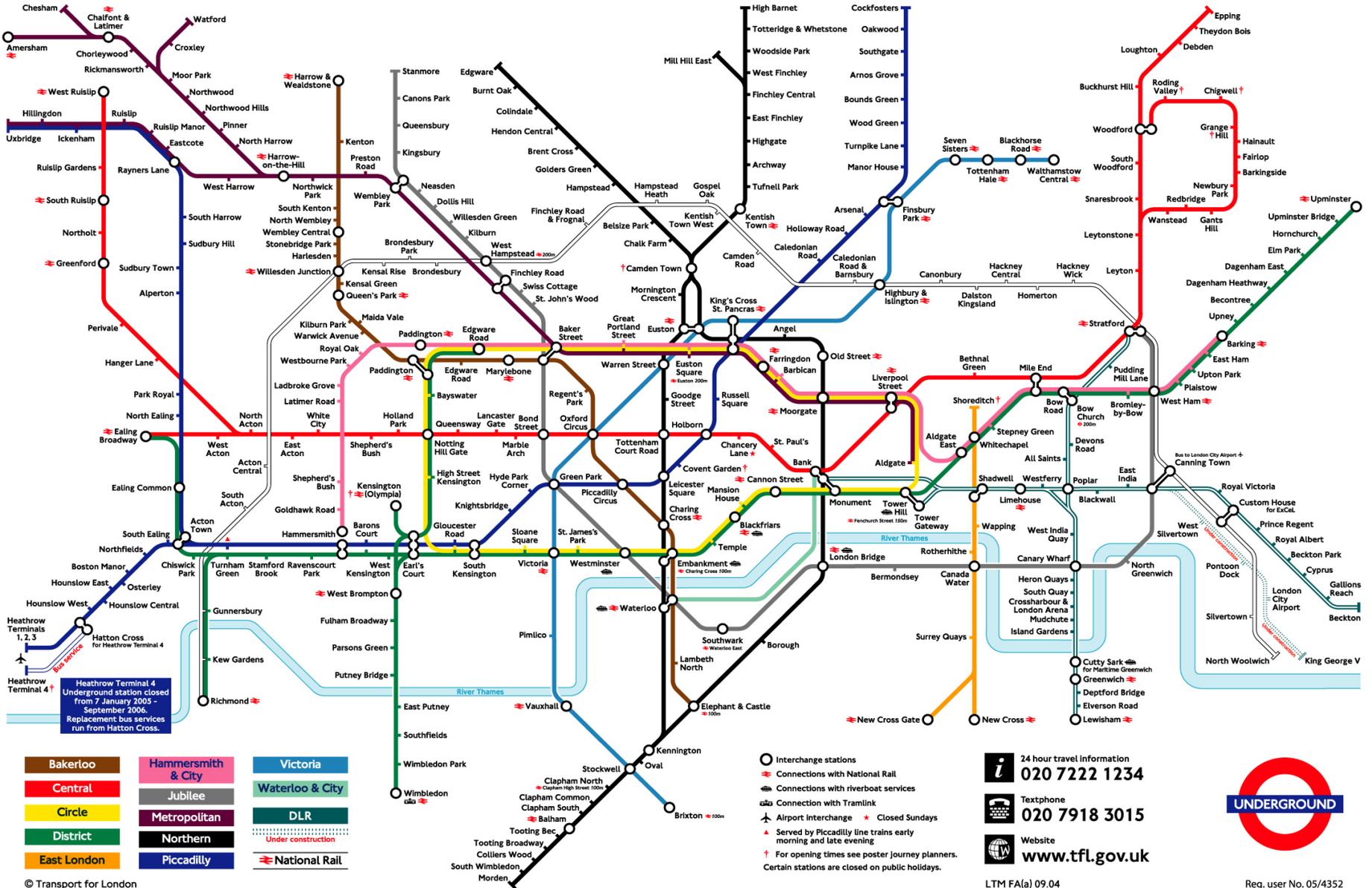
Indirizzo pratico

Finalità amministrative e militari

Tavola Peutingeriana copie medievali



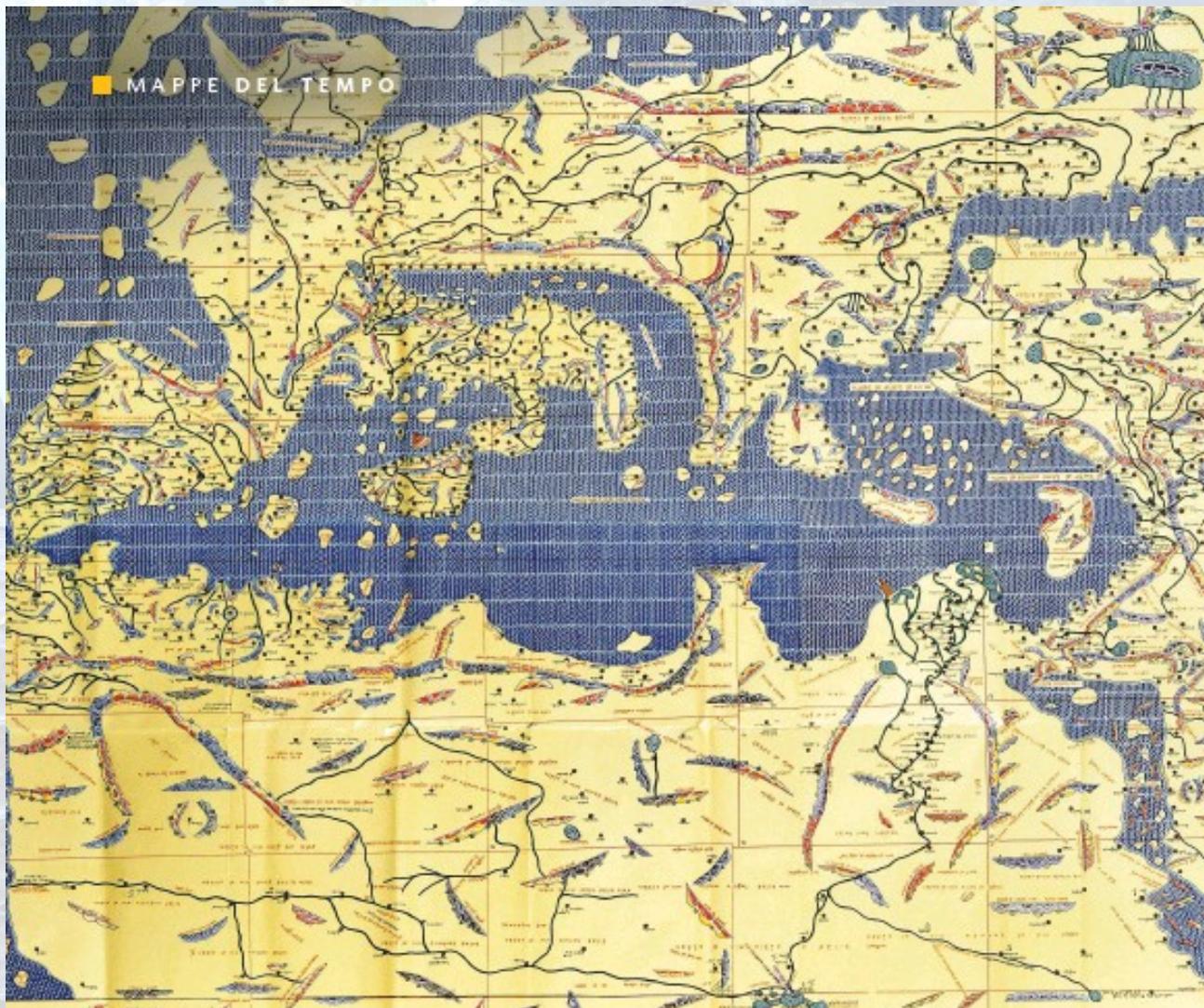




 24 hour travel information
020 7222 1234
 Textphone
020 7918 3015
 Website
www.tfl.gov.uk



Cartografia araba

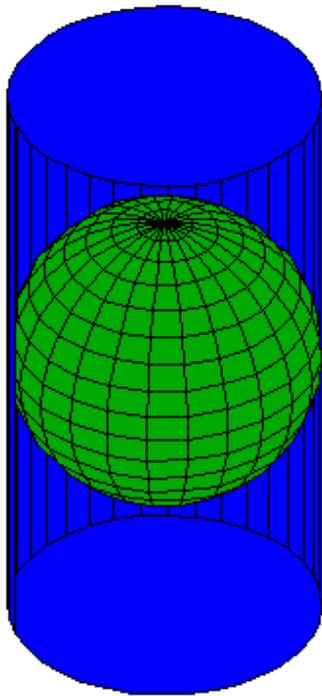


Il Rinascimento e la cartografia moderna

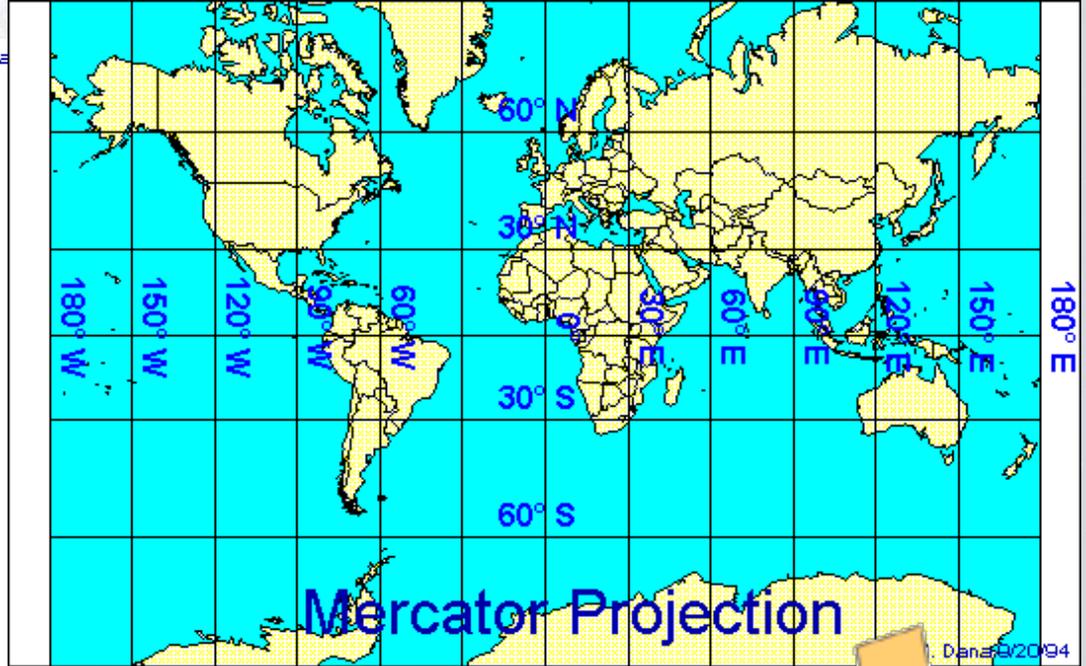




huius in sphaera corporis contextus super facie contemplationis Geographicae studium affra illa. Vbi in
 auctoritate varia, p[er] accidentia un[de]libet differet, quae ratione circ[um]stanti[um] quibusque aliis in rebus dicitur
 etiam super polo equatori proprio notis, duo uno respectum praeclaro obliquo equinoctiali fecerit et al[ia], cum
 diversis gradibus in illo ut per artem polen excedent, ubi tropicus Cancri et Capricorni aut Meridiana sunt
 et cetera per aequinoctia per hunc in quantum ex parte mundi de scripta ad Meridiana dicitur, quod in illo confusio
 huius in sphaera corporis contextus super facie contemplationis Geographicae studium affra illa. Vbi in
 auctoritate varia, p[er] accidentia un[de]libet differet, quae ratione circ[um]stanti[um] quibusque aliis in rebus dicitur
 etiam super polo equatori proprio notis, duo uno respectum praeclaro obliquo equinoctiali fecerit et al[ia], cum
 diversis gradibus in illo ut per artem polen excedent, ubi tropicus Cancri et Capricorni aut Meridiana sunt
 et cetera per aequinoctia per hunc in quantum ex parte mundi de scripta ad Meridiana dicitur, quod in illo confusio



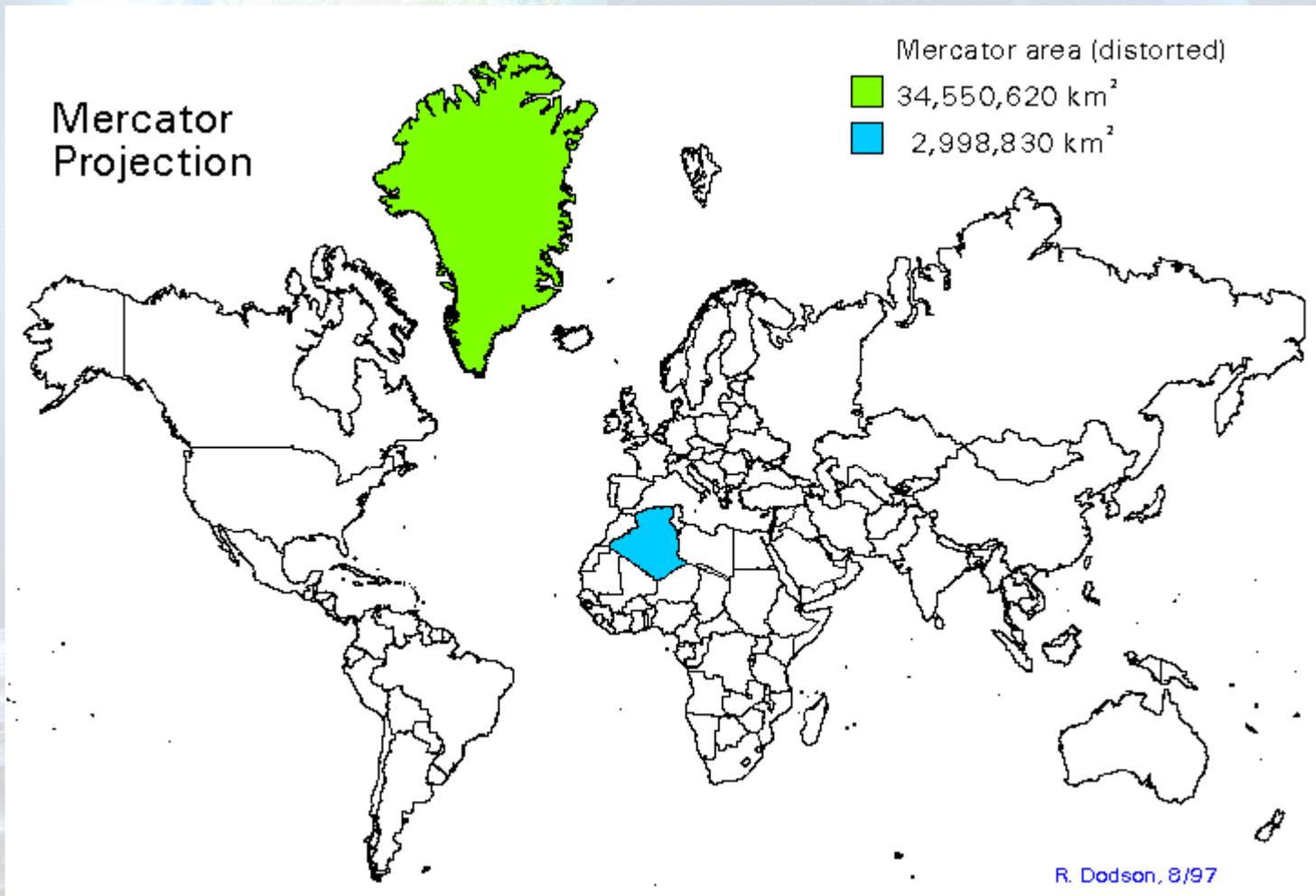
Peter H. Dana



Cylindrical Projection Surface

**Paralleli e meridiani sono
rette ortogonali.
La rappresentazione è
conforme**



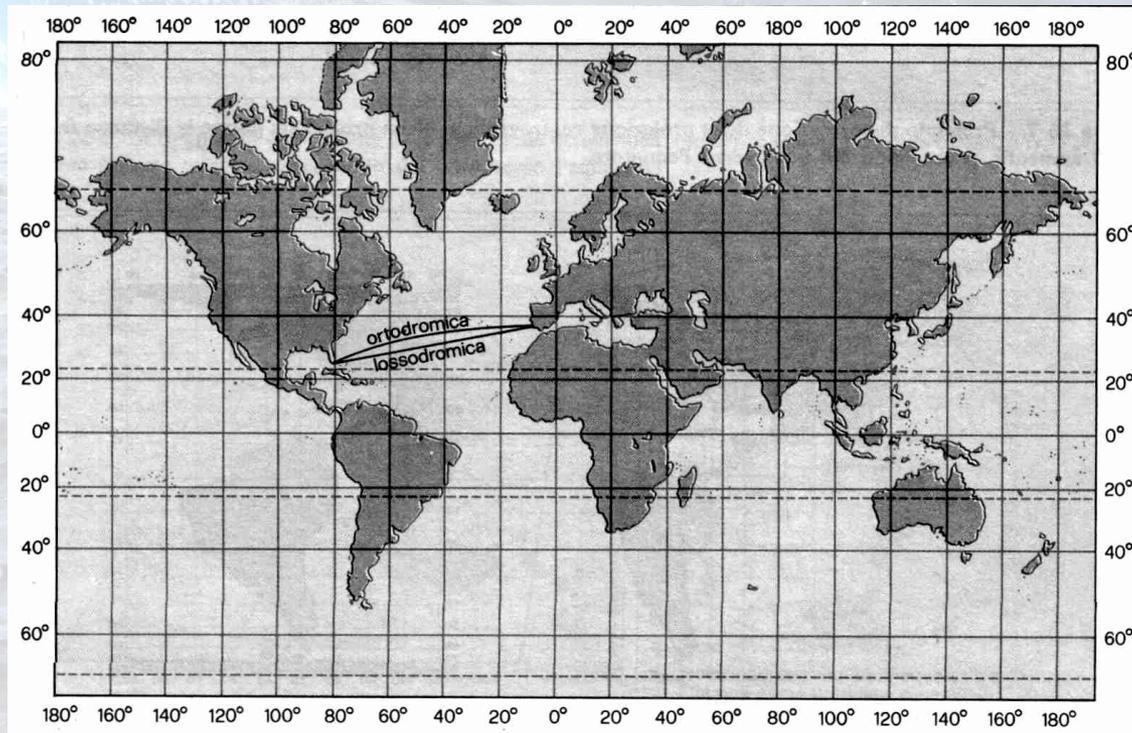


La mappa è «sbagliata»?

CARTA DI MERCATORE

Strettamente derivata da una proiezione con sviluppo cilindrico diretto e cilindro tangente all'equatore, ma con la condizione di rendere la rappresentazione conforme (la versione puramente geometrica non lo è).

- **Proiezioni dei meridiani rettilinee, parallele ed equidistanti**
- **Proiezioni dei paralleli parallele a distanze crescenti man mano che ci si allontana dall'equatore**
- **I poli non rientrano in carta**
- **Una lossodromia viene trasformata in una linea retta**
- **Utilizzabile soltanto a basse Latitudini**



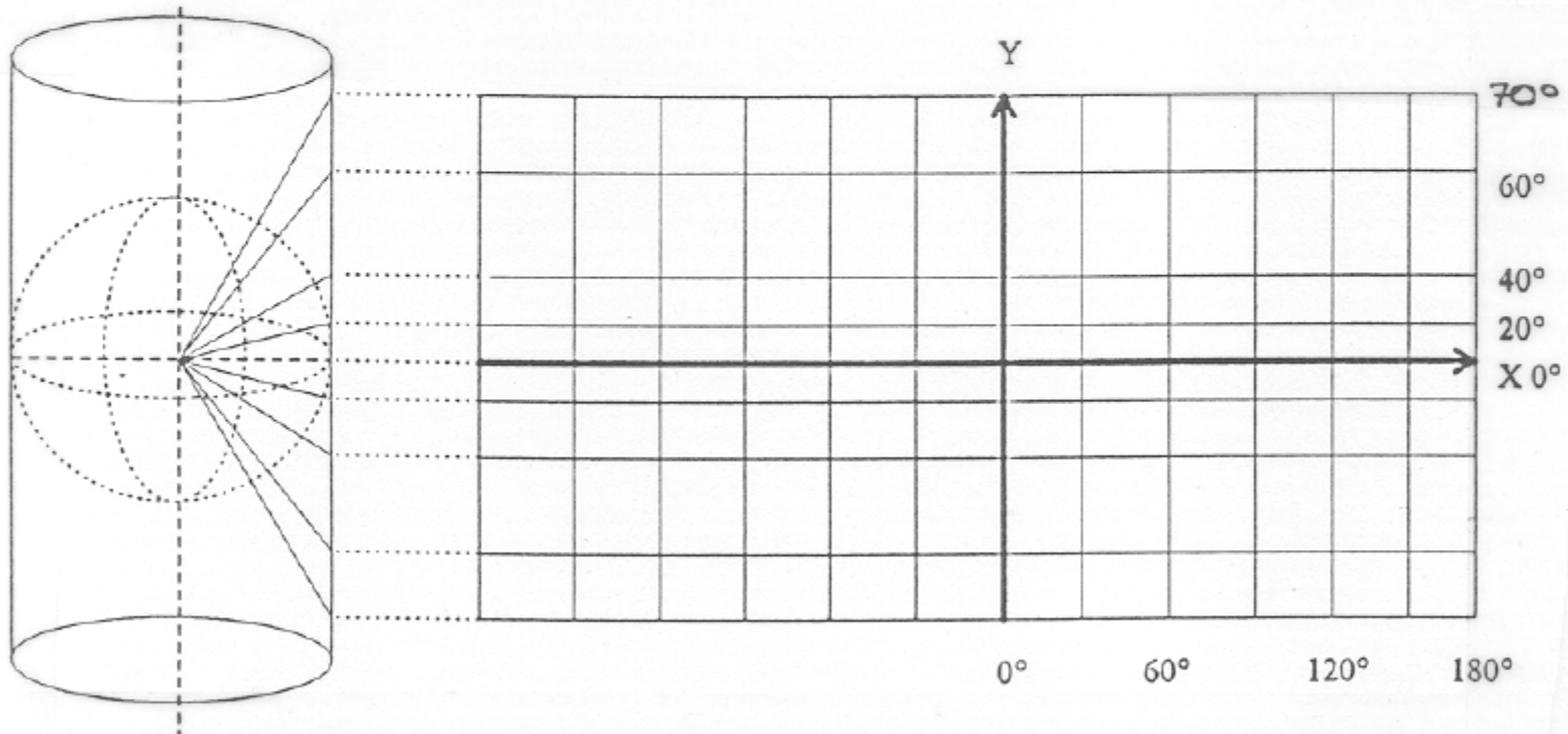
Proiezione cilindrica diretta

- La **proiezione cilindrica diretta** è afilattica, le sue equazioni sono:

$$X = R \lambda$$

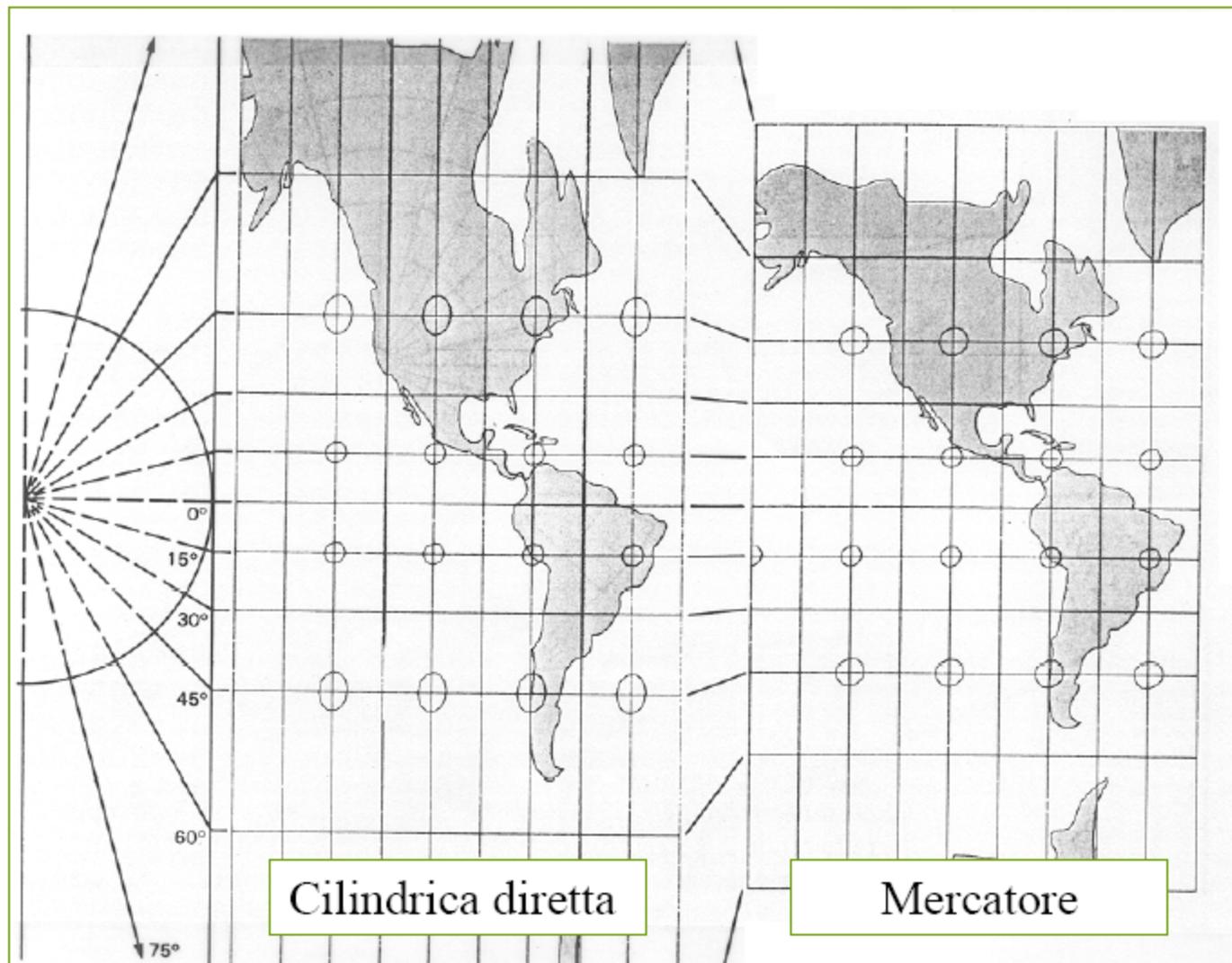
$$Y = R \operatorname{tg} \varphi$$

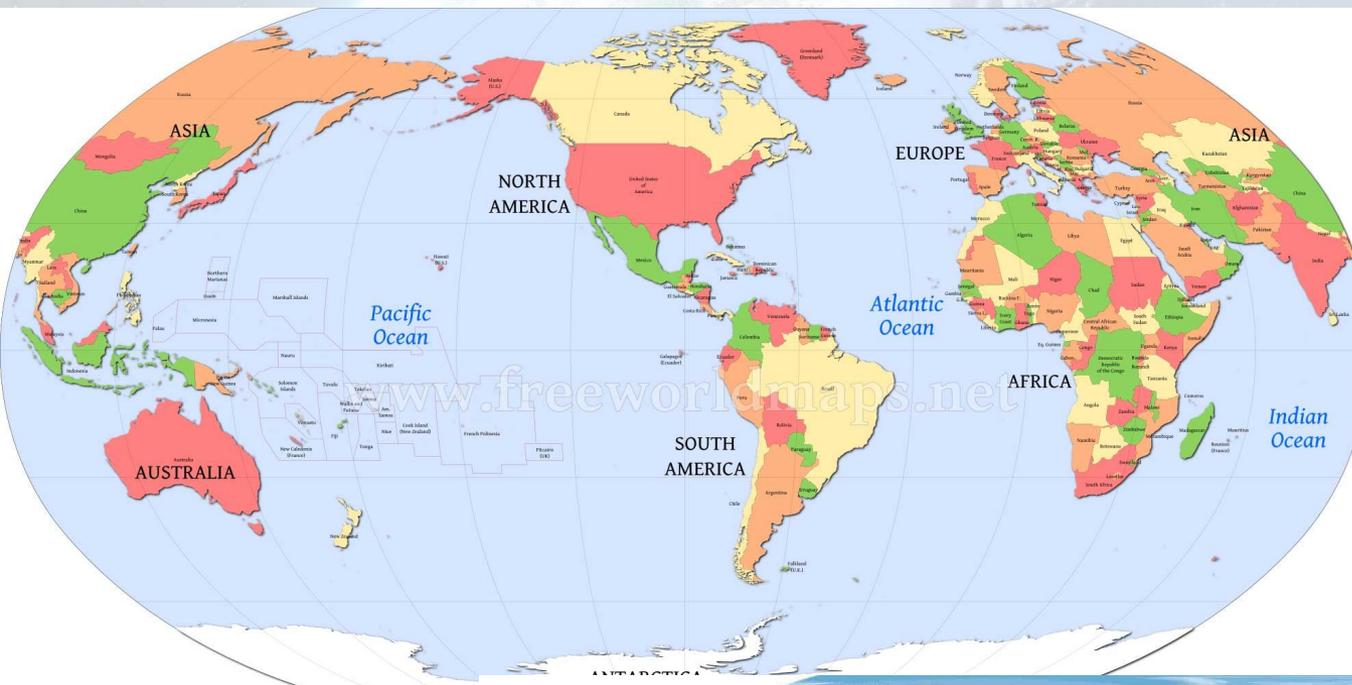
(considerando come superficie di riferimento una sfera di raggio R)



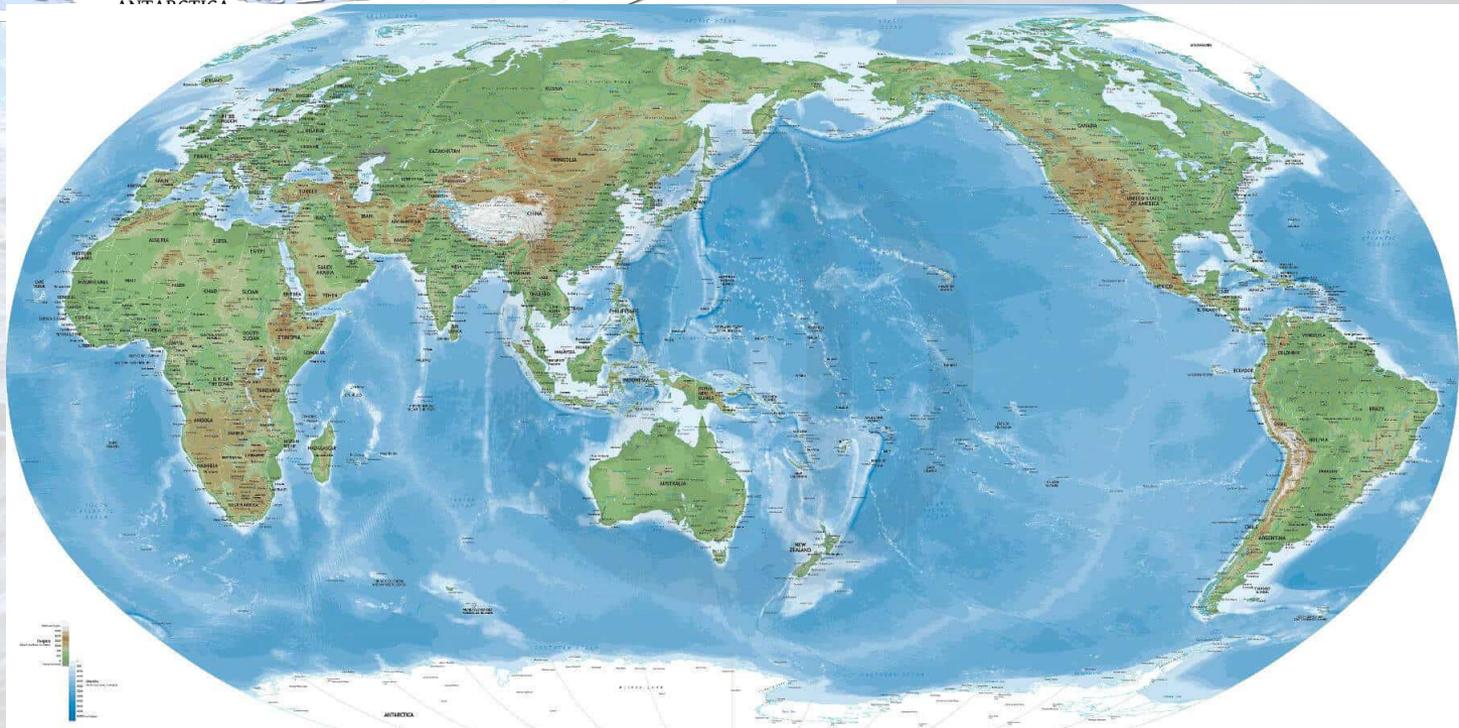
Confronto fra cilindrica diretta e carta di Mercatore

Mercatore ha modificato la proiezione cilindrica diretta, per renderla **conforme**.

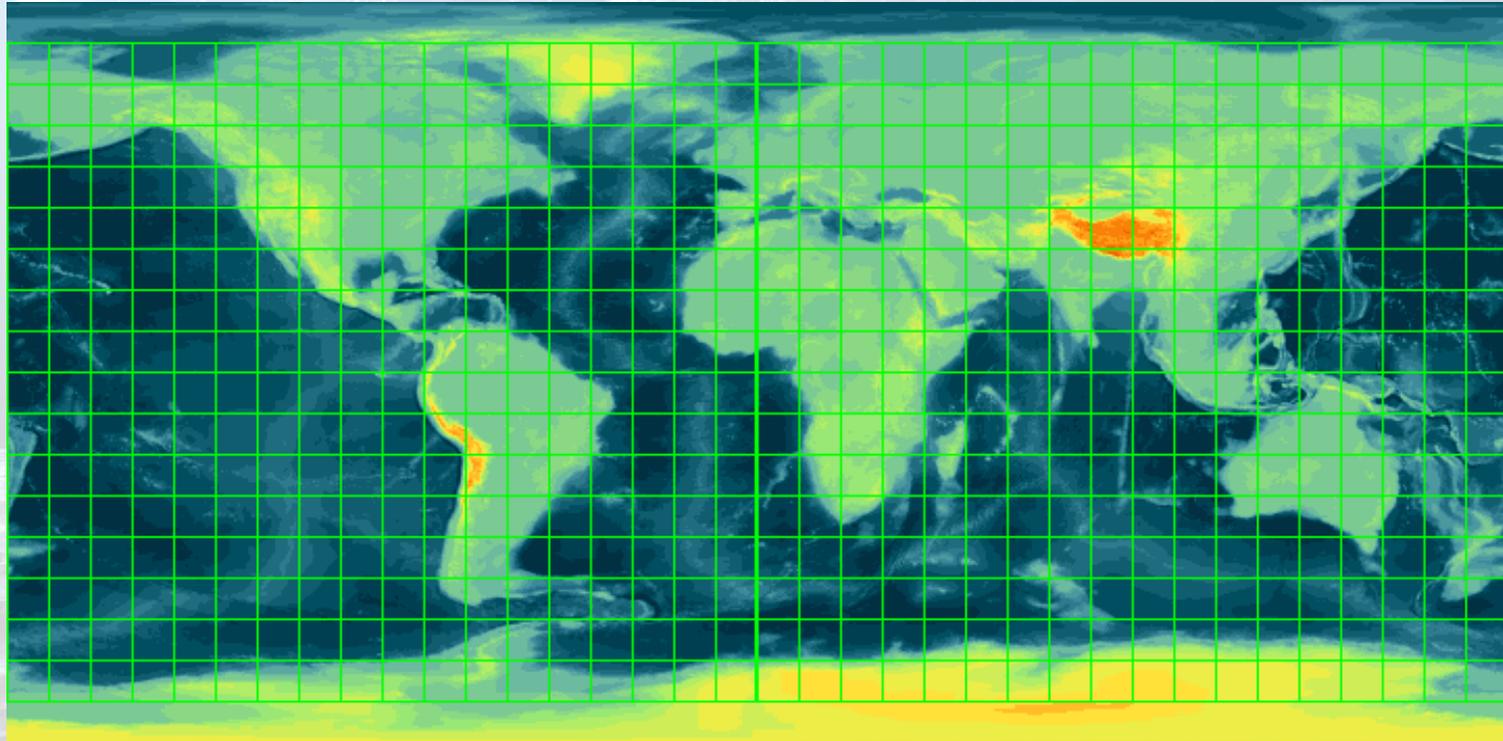




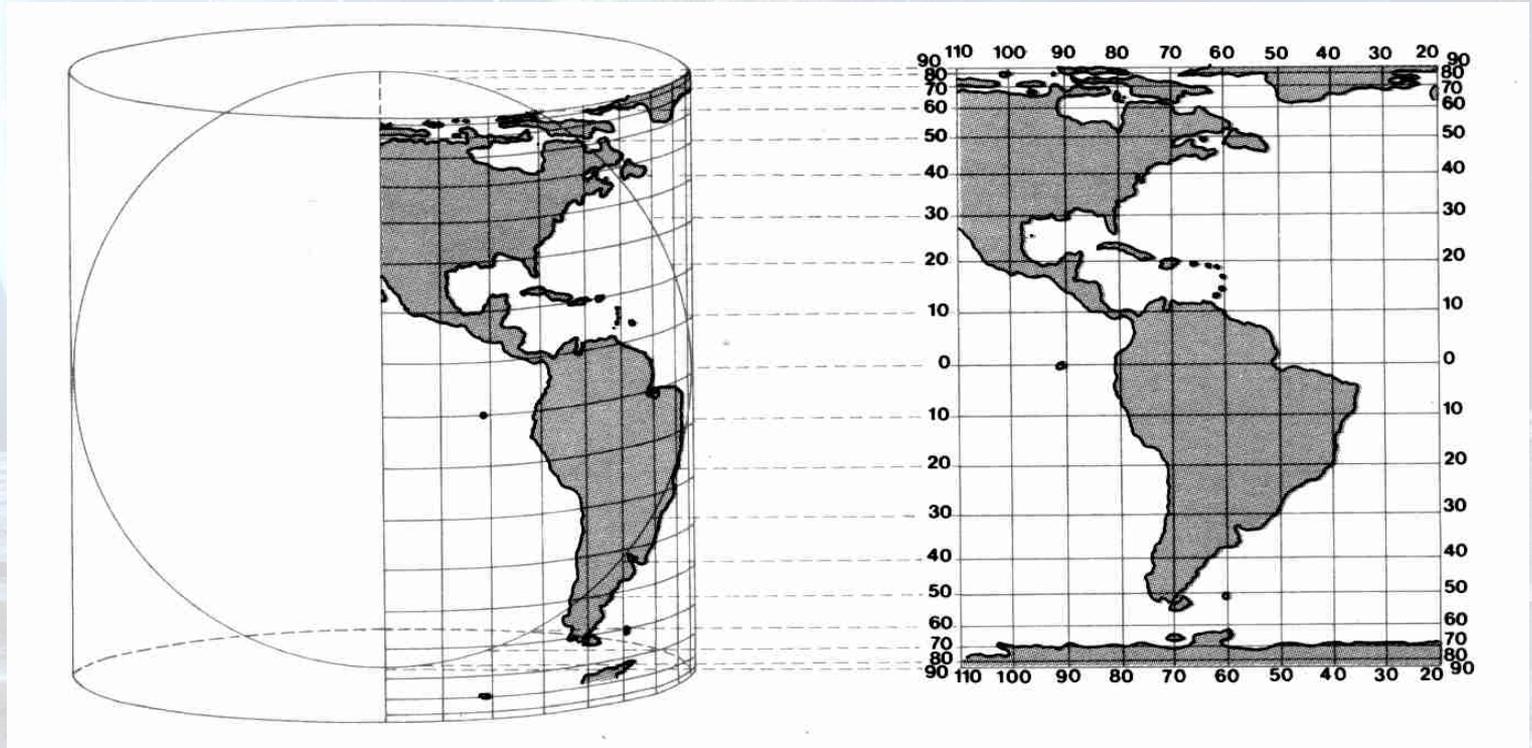
Altre rappresentazioni



Rappresentazione equivalente di Lambert



Il cilindro è disposto tangente all'equatore; i punti sono proiettati ortogonalmente all'asse del cilindro (proiezione dall'infinito).

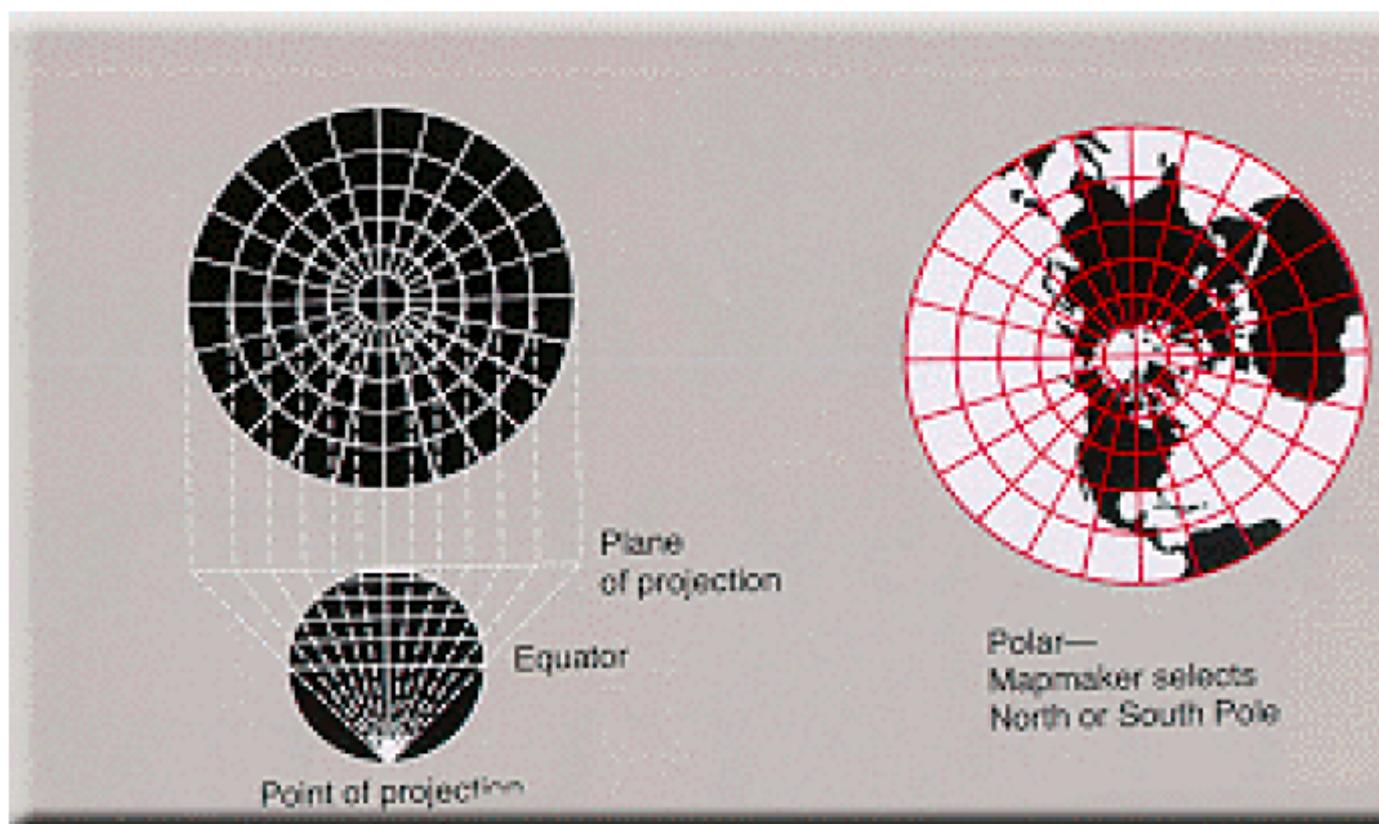


Stereografica polare

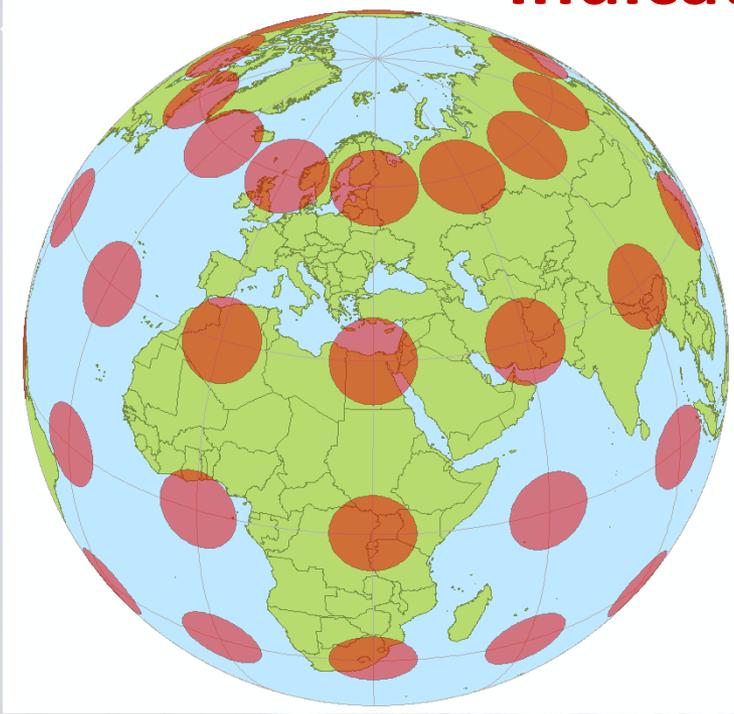
- Conforme**
- Usata per la navigazione ad alta latitudine**
- Le geodetiche sono molto vicine ad essere linee rette**
- Il modulo di deformazione lineare va da 1 al polo fino a 2 sull'equatore**
- I meridiani sono segmenti retti uscenti dal polo**
- I paralleli sono circonferenze a distanza crescente.**

Proiezione stereografica polare

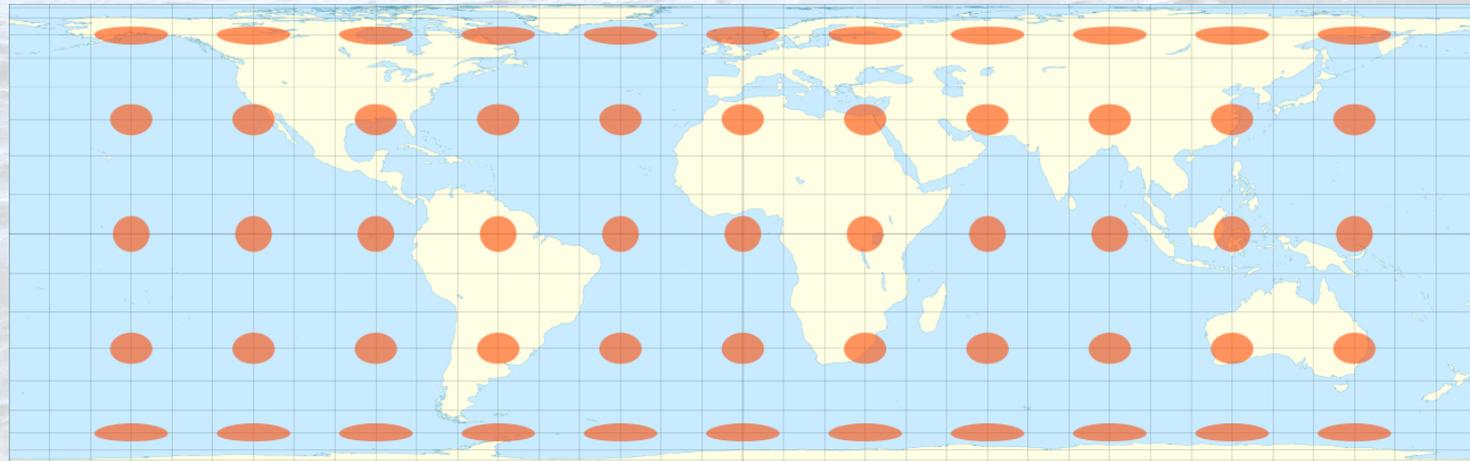
E' l'unica proiezione geometrica conforme. Viene usata per la cartografia delle calotte polari (latitudine da 80° N (S) a 90° N (S)).



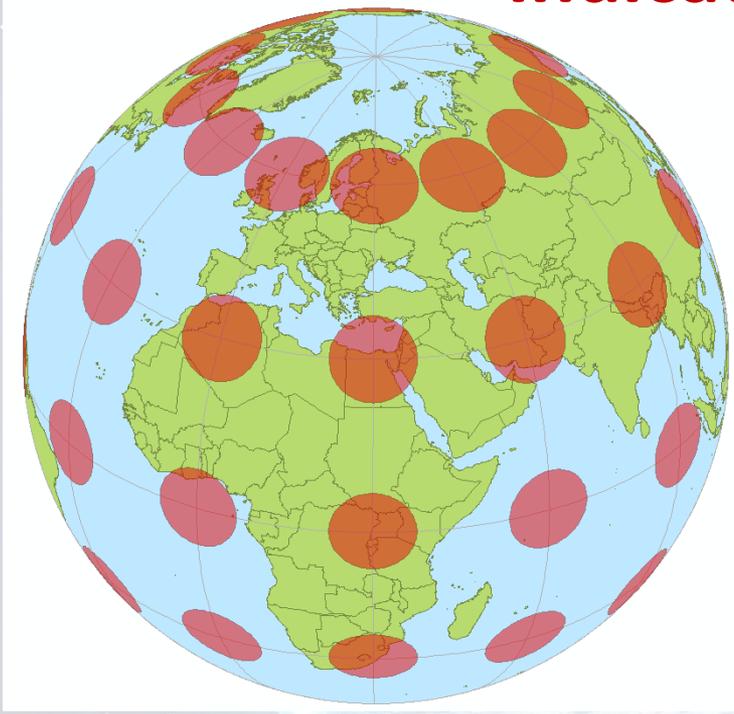
Indicatore di Tissot



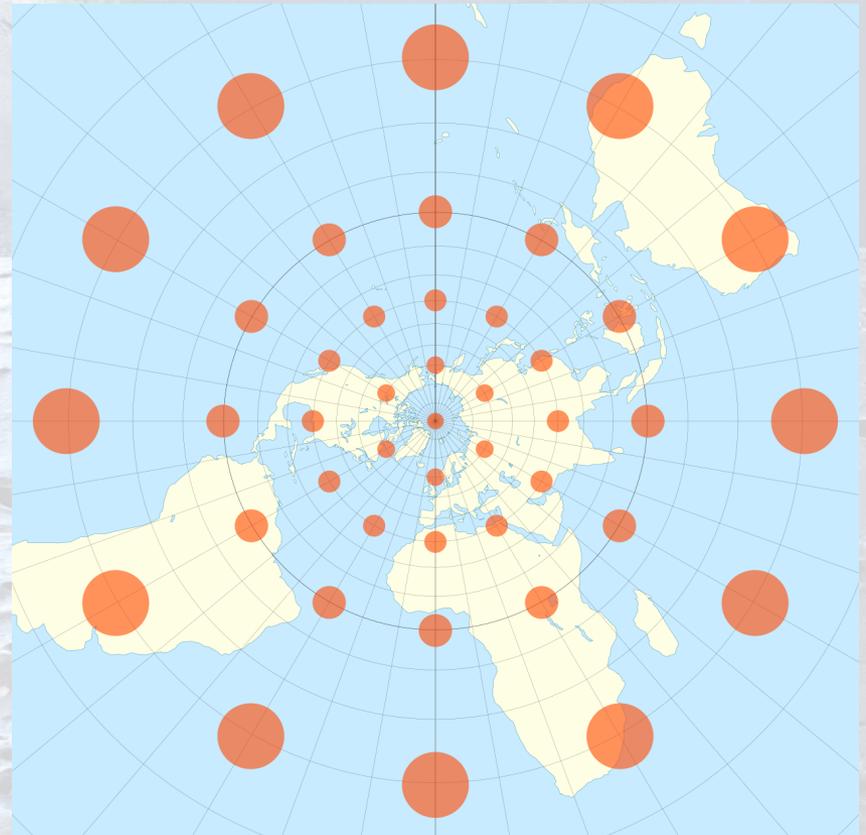
Lambert



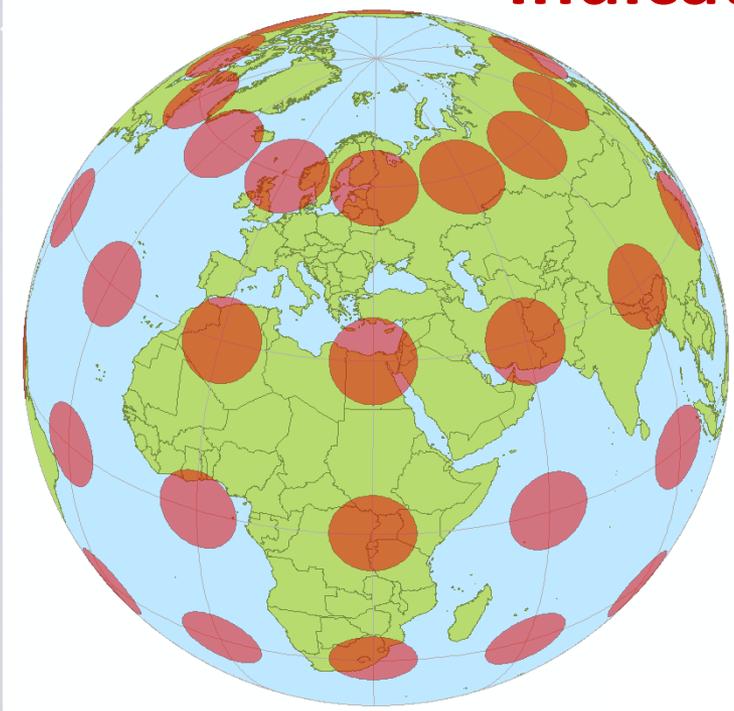
Indicatore di Tissot



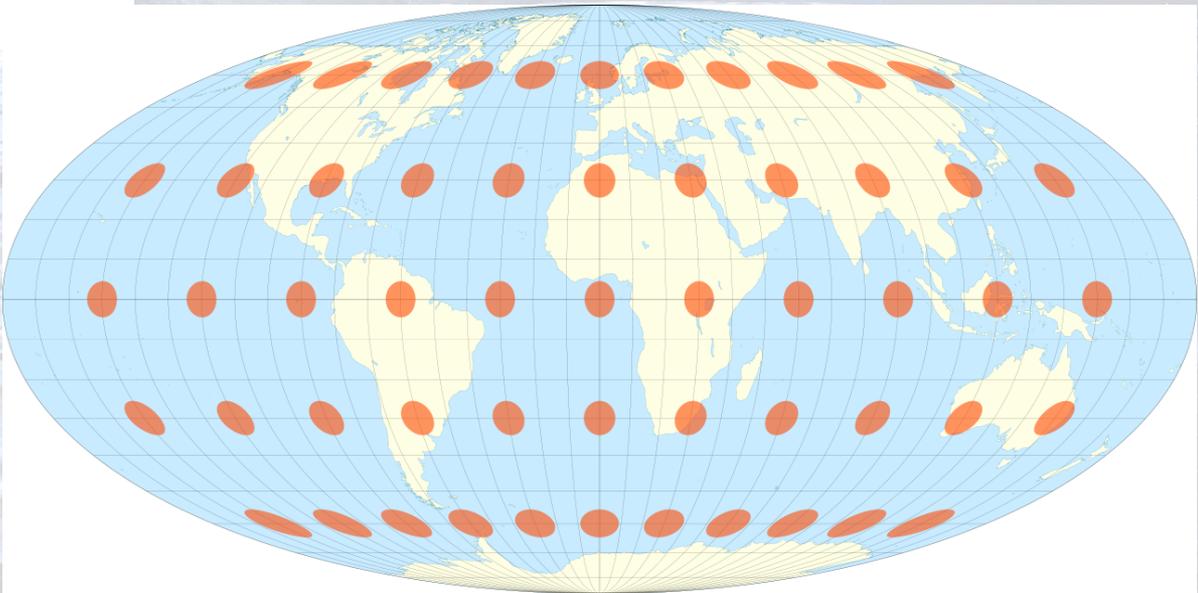
Stereografica



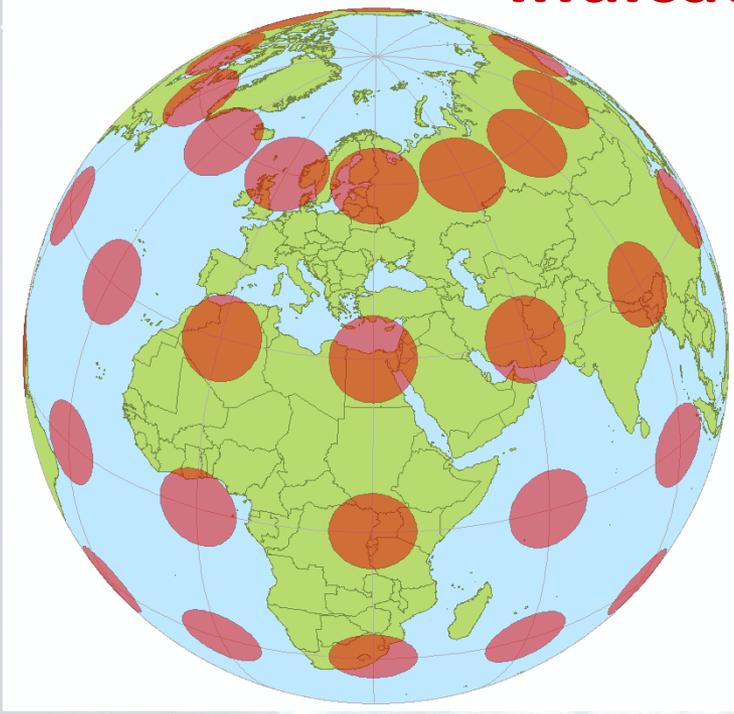
Indicatore di Tissot



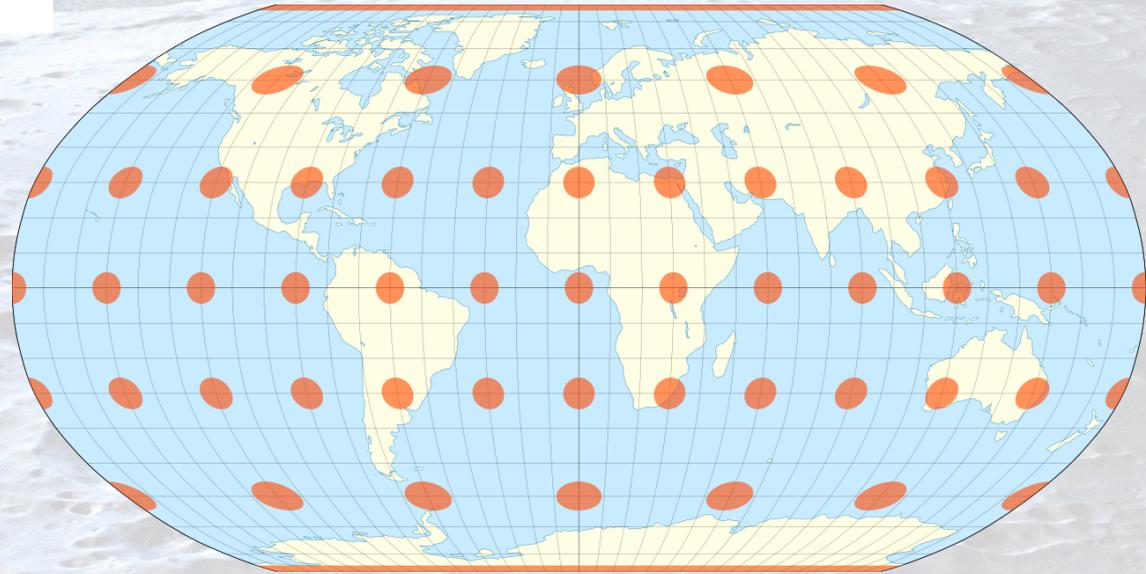
Mollweide

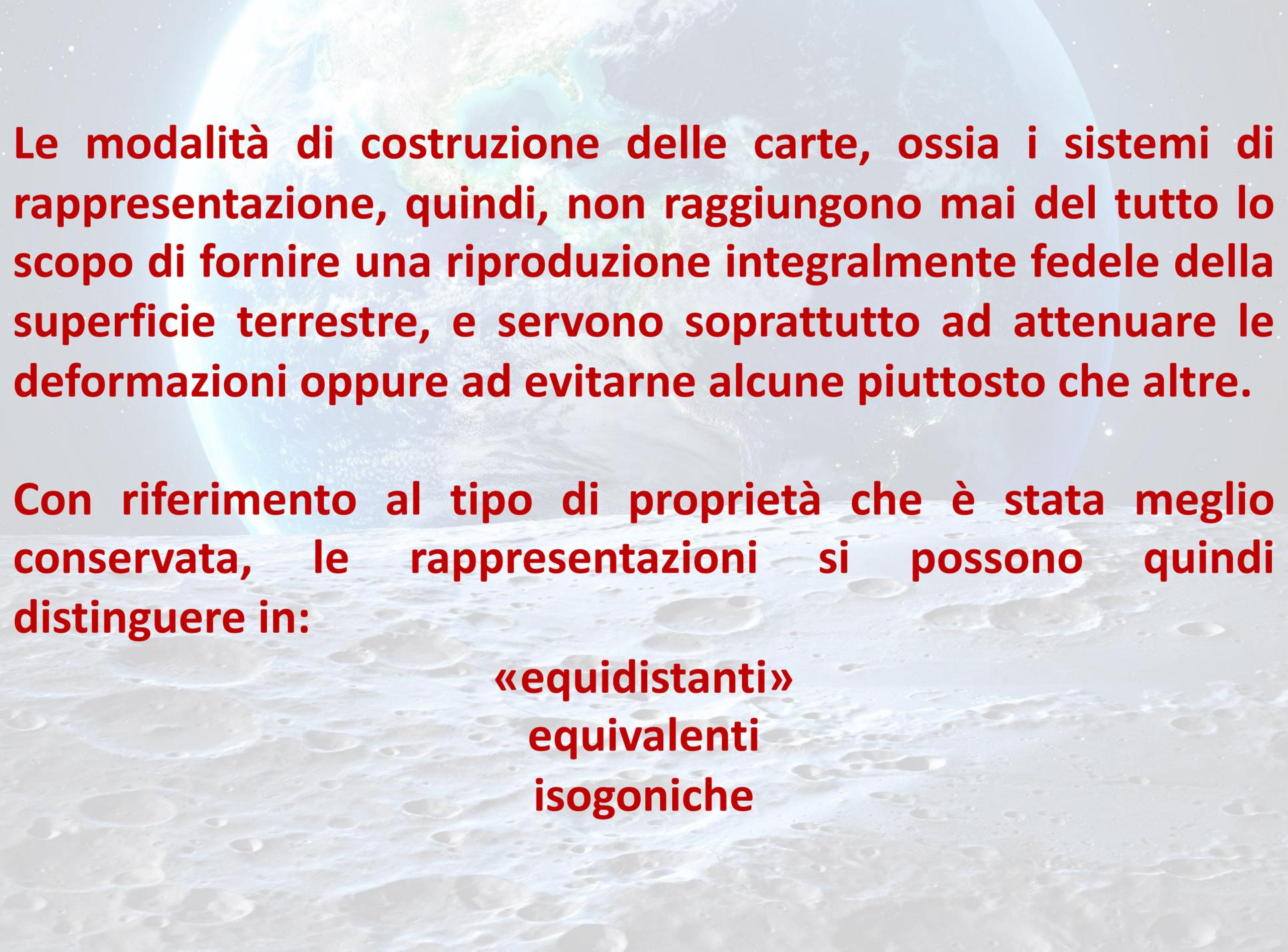


Indicatore di Tissot



Robinson



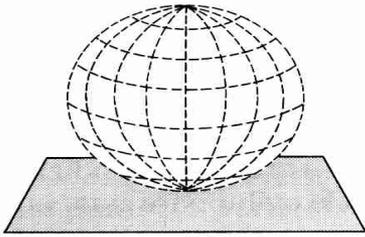


Le modalità di costruzione delle carte, ossia i sistemi di rappresentazione, quindi, non raggiungono mai del tutto lo scopo di fornire una riproduzione integralmente fedele della superficie terrestre, e servono soprattutto ad attenuare le deformazioni oppure ad evitarne alcune piuttosto che altre.

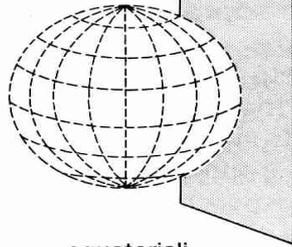
Con riferimento al tipo di proprietà che è stata meglio conservata, le rappresentazioni si possono quindi distinguere in:

**«equidistanti»
equivalenti
isogoniche**

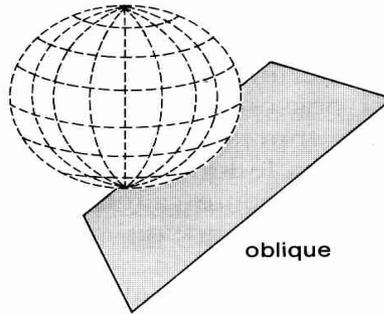
PROIEZIONI ORIZZONTALI



polari

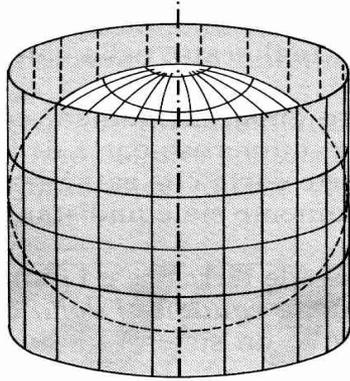


equatoriali

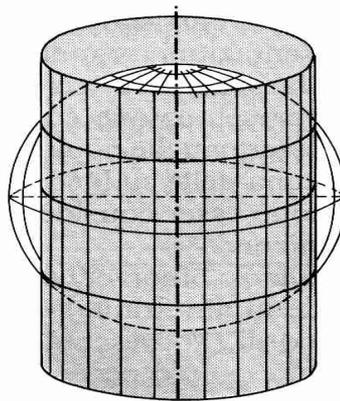


oblique

PROIEZIONI CILINDRICHE

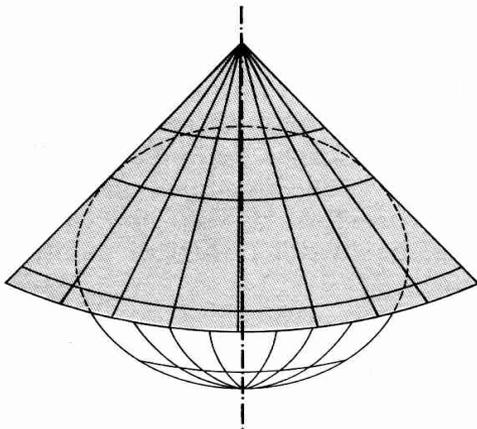


tangenti

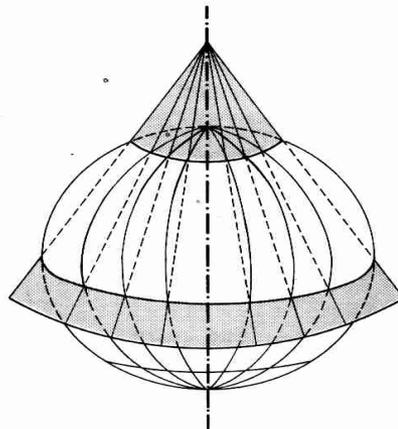


secanti

PROIEZIONI CONICHE



tangenti

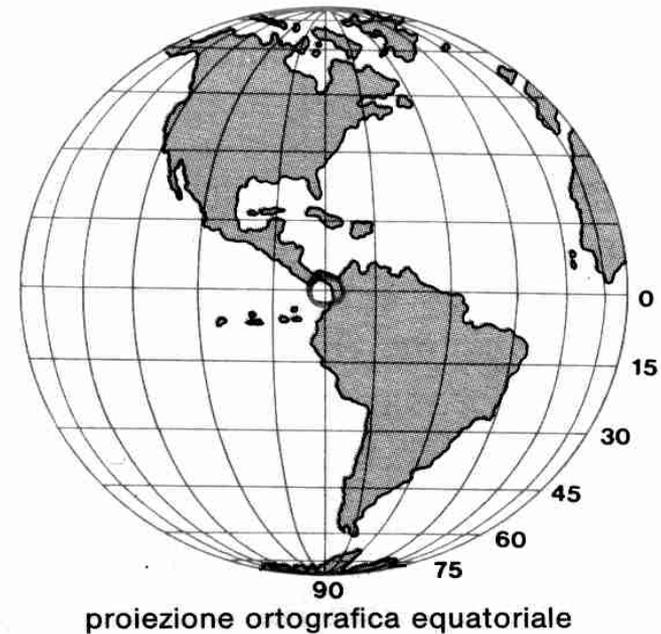
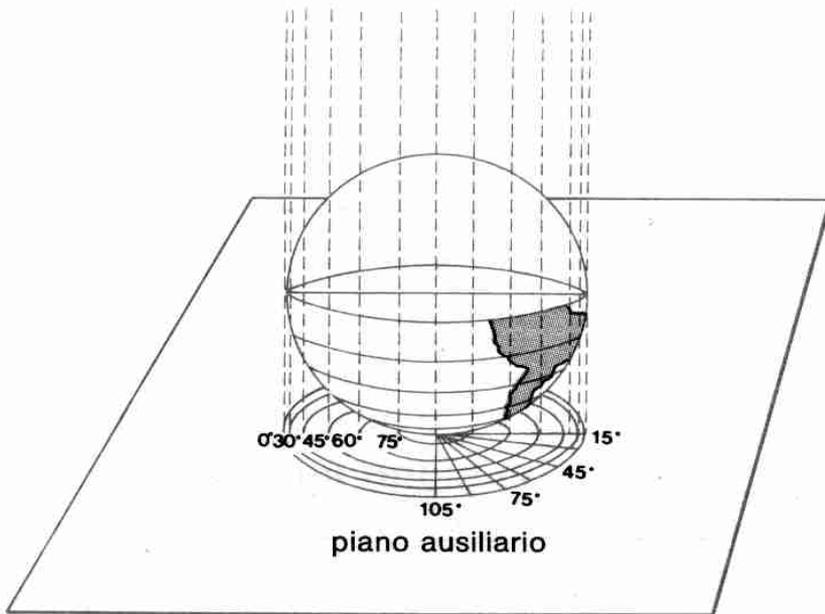


secanti

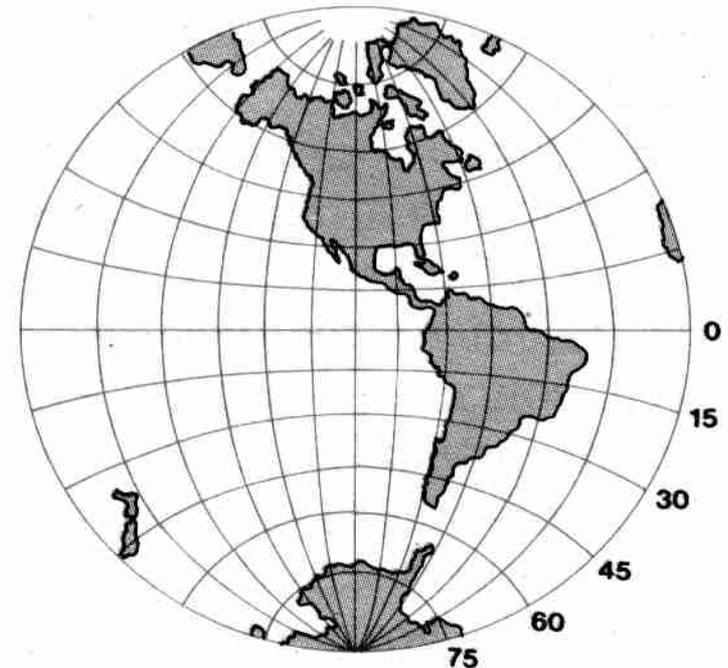
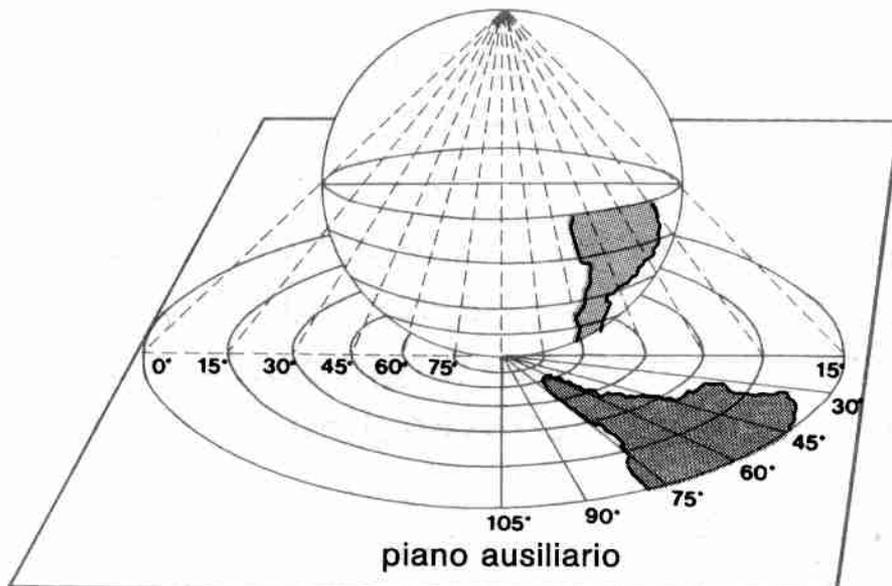
Piano di proiezione

Superficie di sviluppo

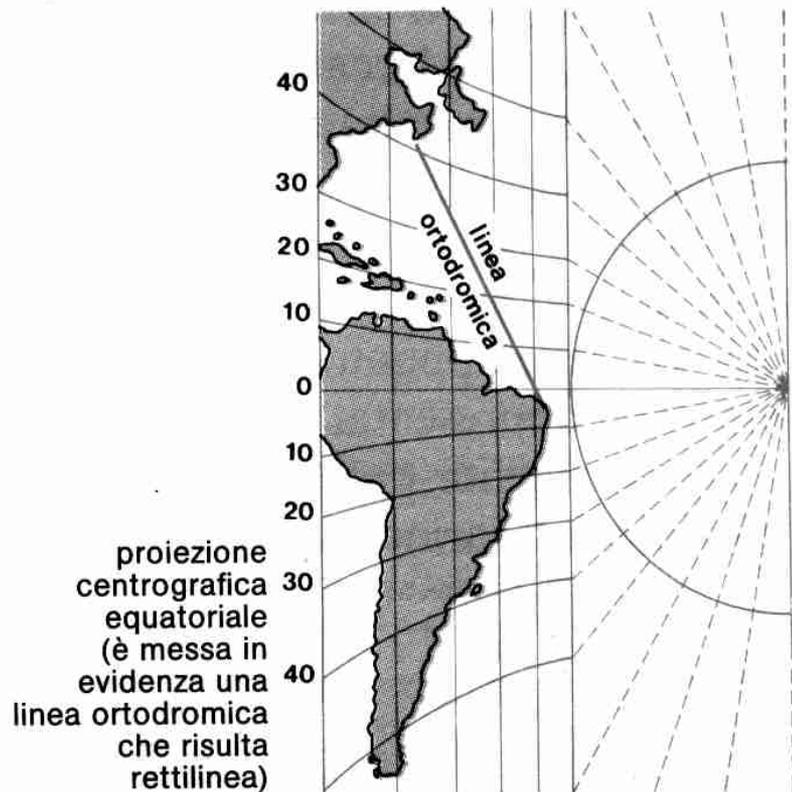
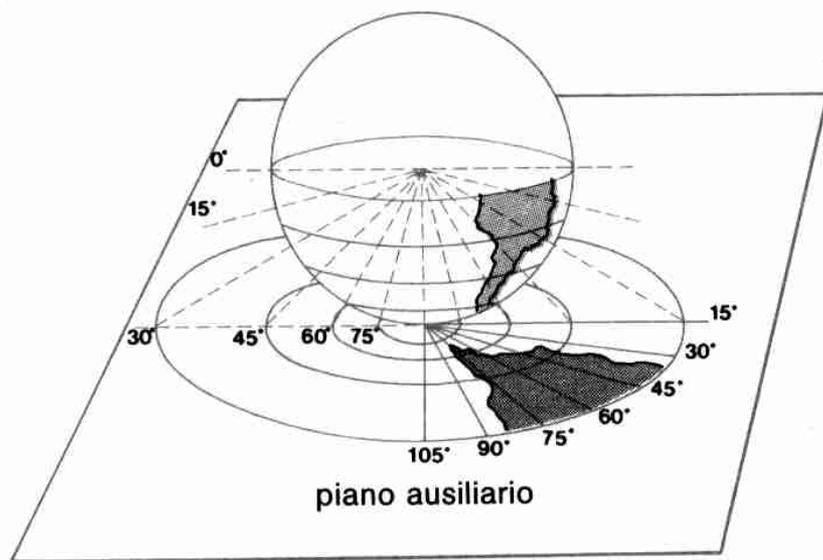
Nelle *proiezioni prospettive orizzontali ortografiche*,
l'equidistanza è rispettata solo su cerchi concentrici
rispetto al punto di tangenza; non sono né equivalenti né
isogoniche



Nelle *proiezioni prospettive orizzontali stereografiche*, l'equidistanza è rispettata solo su cerchi concentrici rispetto al punto di tangenza, ma con scale diverse in funzione dei rispettivi raggi. Non sono carte equivalenti ma sono però rigorosamente isogoniche.

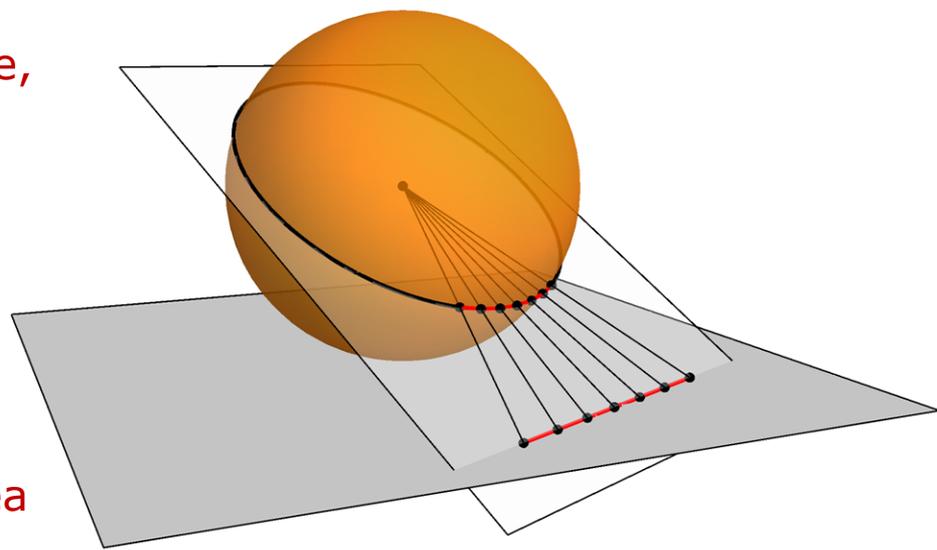


proiezione stereografica equatoriale
(si noti come meridiani e paralleli



*Proiezioni prospettive orizzontali
centrografiche (o gnomoniche)*

Non sono né carte equivalenti né isogoniche, ma possiedono l'importante proprietà della *ortodromia rettilinea*:
la **proiezione gnomonica** mostra tutti i cerchi massimi come linee rette, perciò la distanza più breve tra due località corrisponde a quella segnata sulla mappa, ossia quell'arco di circonferenza che costituisce, sulla superficie terrestre, la linea più breve congiungente due punti qualsiasi.



Lo storico tedesco **Arno Peters** propose, nel 1973, una nuova proiezione della terra criticando la proiezione eurocentrica di Mercatore e creando una proiezione in cui i paesi del mondo sono raffigurati mantenendo i rapporti di superficie.

Peters, quindi, propone un planisfero ad aree equivalenti che restituisce alle superfici della Terra la loro corretta proporzione. Questa carta è per molti considerata simbolo della *cooperazione internazionale*

