



## Sommario

Premessa	7
Introduzione	9
Il Pantheon	29
La Meridiana di S. Maria degli Angeli e dei Martiri	48
Il Collegio Romano	65
La Meridiana di Piazza S. Pietro	81
Villa Adriana a Tivoli	95

# La Meridiana di S. Maria degli Angeli e dei Martiri

## Guida per l'insegnante

Nicoletta Lanciano, Mariangela Berardo, Stefano Scippo

Il meridiano locale: per ogni punto della Terra passa un meridiano  
Il segnale del mezzogiorno e il calendario – il mezzogiorno solare vero e l'ora dell'orologio  
La meridiana a tangente – similitudine e trigonometria  
Misure di angoli e misure lineari, misure lineari nella storia prima del sistema metrico decimale

### Cenni storici

La meridiana si trova all'interno della grandiosa basilica di S. Maria degli Angeli e dei Martiri. La basilica fu costruita sulle Terme di Diocleziano. Il progetto originario, affidato a Michelangelo nel 1561, subì molte modifiche fino all'ultimo restauro di cui si occupò l'architetto Luigi Vanvitelli a metà del '700.

Il calcolo e la costruzione della linea meridiana, sono opera del Canonico Francesco Bianchini, matematico e astronomo, oltre che archeologo e storico, allievo di G. D. Cassini già artefice della Meridiana della chiesa di San Petronio a Bologna.

La meridiana venne inaugurata nel 1702 da Clemente XI, Papa Albani, (da cui anche il nome di Linea Clementina) che fece eseguire l'opera allo scopo di verificare ulteriormente la validità della Riforma Gregoriana del Calendario avvenuta nel 1582. Infatti il 1700 era il primo anno secolare in cui era stato adottato il nuovo metodo: secondo il vecchio Calendario Giuliano (promulgato da Giulio Cesare nel 46 a. C.) il 1700 avrebbe dovuto essere un anno bisestile, ma tale non era stato in virtù della recente Riforma.

L'interesse della Chiesa per il calendario era legato alla determinazione della data della Pasqua che, a differenza del Natale che cade sempre il 25 Dicembre, è invece una festa mobile e dipende dai moti del Sole e della Luna. Infatti, come volevano le regole dettate dai Padri del Concilio di Nicea del 325 d. C., la Pasqua doveva essere celebrata nella prima Domenica dopo il primo Plenilunio che segue l'Equinozio di Primavera. La Meridiana serviva dunque a determinare con precisione l'istante dell'Equinozio di Primavera, che avrebbe poi permesso di definire la data della Pasqua.

### Le funzioni della meridiana

Cosa è una meridiana?

Come suggerisce la parola stessa, la Meridiana è quello strumento che ci indica il mezzogiorno (dal latino *meridies* = *medius dies*, metà del giorno). Parliamo qui del mezzogiorno solare vero, quel particolare momento della giornata in cui il Sole passa sul meridiano locale.

La meridiana di Santa Maria degli Angeli è costituita da una linea di bronzo lunga circa 44 metri che è la materializzazione di un tratto del meridiano locale che passa

proprio per quel punto del globo ed ha quindi la direzione Nord-Sud. Si estende dall'altare verso la parete del foro gnomonico: ad un'altezza di circa 20 m da terra, sul muro posto a Sud, si trova infatti un piccolo foro da cui entra il raggio del Sole circa mezz'ora prima del mezzogiorno. Nell'istante del mezzogiorno solare locale la luce arriva sulla linea meridiana ad indicarci questo particolare momento della giornata. Il foro è chiamato "gnomonico", per la sua funzione di "gnomone della meridiana", o "eliottrico", da Elios che in greco è il nome del Sole. Ma durante l'anno l'inclinazione dei raggi solari sopra l'orizzonte varia, ed è per questo che i punti della Meridiana colpiti dalla luce del Sole sono diversi di giorno in giorno: la Meridiana quindi funziona anche da calendario. In Estate il Sole è più alto e dunque il raggio di luce arriva più vicino al muro a Sud, viceversa in Inverno, quando il Sole è più basso sull'orizzonte, il raggio molto inclinato, raggiunge quasi i gradini dell'altare maggiore, a grande distanza dal foro. Poiché a Roma il Sole non è mai allo Zenit (dall'arabo "la direzione delle teste") la linea meridiana nel primo tratto meridionale, quello più vicino al muro, non è mai raggiunta dalla macchia di luce. Come facciamo a riconoscere in quale periodo dell'anno siamo?

Il giorno del Solstizio d'Estate, il 21 Giugno, è quello in cui il Sole ha altezza massima sull'orizzonte, la macchia di luce cadrà quindi nel punto più vicino al muro, indicato per terra da una rappresentazione del segno zodiacale del Cancro; allo stesso modo, al Solstizio d'Inverno, il 23 Dicembre, quando il Sole ha altezza minima sull'orizzonte, il raggio investirà la linea meridiana nel punto più a Nord, indicato dall'immagine del segno del Capricorno. Tra il Capricorno e il Cancro corrono tutti gli altri segni: a destra della linea, guardando verso Nord, sono rappresentati i segni zodiacali delle costellazioni estive e autunnali, a sinistra quelli delle costellazioni primaverili e invernali.

La chiesa di S. M. degli Angeli fu scelta per costruire questo strumento di precisione perché era assai grande e quindi permetteva di tracciare una linea Meridiana molto lunga con un foro a grande altezza da terra: in tal modo gli errori vengono ridotti, rispetto ad un oggetto di piccole dimensioni. Altro motivo che ha guidato la scelta di questo edificio è la stabilità rispetto a possibili terremoti, garantita dall'antichità delle fondamenta sulle quali l'edificio poggia e che hanno avuto il tempo di assestarsi nei secoli.

La durata minima della visita è di 1 ora.

Il momento ideale è intorno al mezzogiorno solare locale, col Sole.

### **Orientamento fuori dalla Basilica**

Chiediamo agli studenti di capire come siamo orientati rispetto a Nord – Sud – Ovest – Est. Per capirlo partiamo da quello che si vede.

Domande/stimoli guida: Dov'è il Sole adesso? Che ore sono? Quanto è alto il Sole sull'orizzonte? Indicatelo. Da che parte è sorto? Dove tramonterà? Dove passerà il Sole a mezzogiorno?

Dove siamo (sulla carta di Roma) e da quale direzione sono arrivati gli studenti, in quale quartiere è la loro scuola?

## Materiali

- cartina della città
- bussola

## Uso del Teodolite

Per questa attività è necessario che ci sia il Sole.

Mostriamo il teodolite e lo diamo agli studenti; li guidiamo finché non scoprono che serve a misurare l'angolo d'altezza del Sole dal piano dell'orizzonte e il suo azimut. (vedi scheda nell'Introduzione)

Domande/stimoli guida: a cosa serve questo strumento? Provate ad usarlo senza guardare direttamente il Sole ma facendo entrare la luce nella cannuccia.

Quanto è alto il Sole in questo momento?

Si possono fare osservazioni ripetute a distanza di mezz'ora.

## Cos'è una meridiana

Prima di entrare nella chiesa a cercare la meridiana si può chiedere quali aspettative hanno gli allievi rispetto a tale strumento, come se lo immaginano, che cosa evoca in loro questa parola.

Domande/stimoli guida: Com'è fatta una "meridiana"? Disegnatela. Che funzioni può avere? (risposte possibili: meridiano, orologio solare,...) Come funziona? (palo, luce, ombra,...)

Si entra in chiesa e si lascia del tempo perché gli allievi cerchino e riconoscano la meridiana e il suo foro.

## Osservazione della Meridiana

Questa attività può essere realizzata da gruppetti di studenti contemporaneamente, e poiché richiede che vadano in giro per la basilica è necessario invitarli ad usare un tono basso di voce. Poiché questa è una delle attività principali della visita, nel caso in cui si accompagna una classe con molti studenti, è possibile organizzarla in due gruppi che a turno lavorano sulla costruzione delle ellissi e sull'osservazione della meridiana.

Si formano dei gruppetti. Ogni gruppetto dovrà organizzare il lavoro richiesto dalla Guida alle osservazioni (**Allegato 1**, I parte – attenzione: l'**Allegato 1 bis** contiene le risposte). Raccolti i dati si comincia a formulare ipotesi sul funzionamento della meridiana. In questa fase, i gruppetti, mano a mano che capiscono qualcosa, possono rivolgersi all'insegnante per chiarimenti o conferme. In un secondo momento viene distribuita la II parte dell'**Allegato 1** e l'**Allegato 2**.

Poiché molte risposte alle domande contenute nella scheda si trovano sul pannello sotto al foro gnomonico, curato da M. Catamo, si consiglia di coprirlo prima di iniziare la visita.

Si consiglia anche di ricordare agli studenti di usare molto gli strumenti: rondelle metriche, bussole, decimetri, righelli.

Durante le osservazioni, l'insegnante non risponderà subito alle domande ma darà indizi con cui gli allievi possano risolvere i seguenti problemi (di difficoltà crescente):

- 1) come funziona la meridiana?
- 2) come segna le stagioni?
- 3) da che parte si vedrà in terra la macchia di Sole? La macchia di luce si sposterà da ovest verso est o viceversa?
- 4) sapete come si calcola la Pasqua?
- 5) sapete cos'è l'Equinozio?
- 6) che legame c'è tra le due numerazioni segnate lungo la linea Meridiana?
- 7) è possibile ora misurare esattamente altezza e lunghezza della meridiana con un semplice righello di 30 cm?

### **Le misure della Meridiana**

Una delle prime attività che gli studenti dovranno affrontare per familiarizzare con l'oggetto che stiamo studiando è quella di riconoscerne le dimensioni, sia di lunghezza che di altezza. Dapprima chiederemo loro di darne semplicemente una stima e di affinare via via i metodi di misura fino ad arrivare a dei valori il più possibile condivisi e corretti.

Gli studenti potranno cominciare con la stima ad occhio delle dimensioni di lunghezza della linea meridiana percorrendola tutta e dell'altezza del foro gnomonico; può essere abbastanza facile rendersi conto ad occhio che la lunghezza della linea è circa il doppio dell'altezza del foro: se si riesce a fare la misura di una delle due si può ricavare l'altra.

Dopo una stima ad occhio, che potrà essere più o meno corretta, gli studenti potranno iniziare a misurare, per esempio in passi, la lunghezza della linea, e misurando poi la lunghezza media di un passo, potranno fare una prima stima che dovrà poi essere confrontata con misure più accurate fatte con altri strumenti (righelli, metri).

Come sempre le misure di altezza sono più difficili da fare: per una prima stima ad occhio gli studenti dovranno trovare qualche riferimento, per esempio potranno chiedere ad un compagno di avvicinarsi al muro del foro gnomonico e utilizzare la sua altezza come unità di misura. La stima ottenuta in questo modo potrà essere confrontata per esempio con una misura ottenuta utilizzando un ipsometro precedentemente costruito (vedi scheda nell'Introduzione).

### **Osservazione della macchia solare**

Questa attività può essere realizzata verso il mezzogiorno locale, che può essere calcolato con la Tabella dell'Equazione del tempo.

Quando appare la macchia solare vicino alla meridiana si chiede a qualche studente di segnare su un foglio grande poggiato a terra e di continuare a disegnarla, fino a segnare quella del mezzogiorno, ovvero quella che si trova esattamente sulla

linea. Fare il disegno aiuta a rendersi conto della velocità dello spostamento della macchia di luce, cioè della velocità della rotazione diurna della Terra. Noi non ci accorgiamo che la Terra ruota, non perché tale rotazione è lenta: infatti, alla nostra latitudine, essa è di circa 1200 km l'ora! Questa è una delle occasioni per accorgersi di tale velocità. Inoltre si focalizzerà l'attenzione sul concetto di "attimo", quello in cui il Sole è esattamente in meridiano e la macchia sulla linea, e si userà di nuovo il teodolite per misurare come è cambiato, dall'inizio del lavoro, l'angolo d'altezza del Sole.

Domande/stimoli guida: da quale parte della linea si trova la macchia, a oriente o a occidente? E il Sole rispetto al meridiano è dalla stessa parte della macchia di luce? Quanto valeva nella prima misurazione l'angolo di altezza del Sole? Come è cambiato e perché? Riflettete sulla differenza tra angolo misurato dal teodolite e numeri non equidistanti.

### **Costruzione delle ellissi**

Questa attività va realizzata a piccoli gruppi. Le ellissi da costruire sono almeno 3 (piccola per il Solstizio Estivo – media per gli Equinozi – grande per il Solstizio Invernale) e rappresentano le macchie solari nelle loro dimensioni reali, nei 3 momenti dell'anno. Il lavoro può essere svolto all'interno della Basilica, nell'angolo dietro alle ringhiere attorno al monumento funebre ad Armando Diaz.

#### **Materiali**

- istruzioni per la costruzione delle ellissi (v. **Allegato 3**)
- spago
- ferma-campioni
- cartoncino bristol
- forbici

### **Il cerchio dello zodiaco**

Si chiede a ciascuno di cercare il proprio segno zodiacale lungo la meridiana e poi si forma un cerchio e si chiede di sistemarsi in ordine cronologico per data di compleanno, in senso antiorario. Si mette a terra al centro del cerchio una rappresentazione della meridiana in cui siano visibili i segni zodiacali e dal primo all'ultimo si chiede dove è posizionato il proprio segno, e di indicarlo sia sulla linea meridiana (da lontano, senza rompere il cerchio) sia sulla rappresentazione a terra.

Ci si accorgerà che i punti man mano indicati disegnano una sorta di pendolo sulla meridiana. Questo aiuterà a scoprire la funzione di calendario della meridiana, poiché la macchia solare compie questo movimento lungo l'anno.

#### **Materiali**

- foto della striscia della Meridiana (si compra in Basilica, al prezzo di 1 euro)

## Come si determina la Pasqua?

Il gruppo si riunisce intorno alle due ellissi per la determinazione degli Equinozi che si trovano in corrispondenza dei segni dell'Ariete e della Bilancia.

Si parte infatti dall'osservazione di queste due ellissi e dalle ipotesi su come funzionano e a cosa servono. Attraverso alcune domande guida, si cercherà di capire il meccanismo per conoscere l'istante esatto dell'Equinozio di Primavera, come questo sia legato alla determinazione della data della Pasqua, e a spiegare il perché la meridiana è stata costruita.

Per capire cos'è un equinozio si può "utilizzare" il mappamondo.

Domande/guida: Sapete quando cade la Pasqua? La Pasqua viene celebrata sempre nella stessa data tutti gli anni? Se no, come viene calcolata? Sapete che questa meridiana è stata costruita apposta per determinare la Pasqua? Quali sono lungo la Meridiana gli elementi che fanno riferimento alla Pasqua? (Risposta: "TERMINUS PASCHAE") Quali altri elementi particolari troviamo vicino alla scritta "TERMINUS PASCHAE"? (Risposta: Ellissi degli Equinozi) A cosa servono? Sono vicini ad una delle due iscrizioni "TERMINUS PASCHAE", perché non anche all'altra?

Si danno alcuni cenni storici sul passaggio dal calendario Giuliano (di Giulio Cesare) a quello Gregoriano (di Papa Gregorio XIII del 1582).

La Pasqua, la festa più importante del calendario cristiano, è una festa mobile, essa non cade sempre in una stessa data, ma la sua determinazione segue una precisa regola: la Pasqua viene celebrata nella prima domenica successiva al primo Plenilunio che si verifica dopo l'Equinozio di Primavera. A questa regola partecipano due elementi astronomici tanto importanti quanto variabili: l'Equinozio, che per tale ragione deve essere calcolato con grande precisione e il ciclo della Luna, che dura circa 28 giorni, e la cui relazione con l'Equinozio di Primavera varia di anno in anno.

Quindi, quando l'Equinozio cade il sabato con la Luna in Plenilunio, la Pasqua (detta bassa, perché più basso è il Sole sull'orizzonte in quel periodo) è celebrata il giorno dopo (domenica 22 marzo); quando l'Equinozio cade di domenica con la Luna in Plenilunio, la Pasqua (detta alta, perché più alto è il Sole sull'orizzonte) è celebrata dopo 35 giorni, 28 perché la Luna si trovi di nuovo in Plenilunio più 7 giorni per raggiungere la domenica successiva (domenica 25 aprile). Le date entro cui può cadere la Pasqua sono indicate sulla Meridiana da due iscrizioni con le parole latine "TERMINUS PASCHAE".

Altrettanta attenzione è stata data alla determinazione dell'Equinozio.

Il giorno dell'Equinozio di Primavera è intorno al 21 marzo perché può essere anche il 20 o il 22 marzo. All'Equinozio di Primavera lo spostamento della macchia del Sole da un giorno al successivo è da Nord verso Sud (mentre all'Equinozio di Autunno è da Sud verso Nord).

L'Equinozio è quel particolare momento astronomico in cui il Sole, nel suo moto annuo lungo l'Eclittica, incrocia l'Equatore Celeste. Se l'Equinozio avvenisse alle ore 12 locali vere, si vedrebbe l'immagine del Sole esattamente sovrapposta all'ellisse

incisa ad occidente della Linea Meridiana; dopo qualche minuto la si vedrebbe attraversare la Linea e dopo qualche minuto ancora sarebbe sull'ellisse orientale. Ma il verificarsi dell'Equinozio al Mezzogiorno solare vero di un dato luogo è un caso possibile, ma sicuramente molto raro. Dunque in prossimità dell'Equinozio l'immagine del Sole sarà sfasata rispetto all'ellisse incisa. Se al Mezzogiorno del 20 marzo si osserva il lembo inferiore (quello più a Sud) dell'ellisse Solare all'interno dell'ellisse incisa, vorrà dire che l'Equinozio non si è ancora verificato, ma è imminente: viceversa, se è il lembo settentrionale a trovarsi all'interno dell'ellisse incisa, significherà che l'evento astronomico si è già verificato. Il modo di quantificare questi tempi che mancano o sono trascorsi dall'evento è quello di fare riferimento alle tacche incise (anche se poco visibili per motivi di usura) sulle linee bronzee all'interno dell'ellisse incisa sul pavimento. Se per esempio il lembo meridionale dell'ellisse solare lambisce la tacca con il numero 20, al Mezzogiorno del giorno precedente (20 marzo), vuol dire che l'Equinozio si verificherà dopo 20 ore, ovvero alle 8 del mattino del giorno 21 marzo. (Vedi **Allegato 4**)

Tabella 1: Le date della Pasqua dal 2010 al 2050

Anno	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2010	4	24	8	<u>31</u>	20	5	<u>27</u>	16	1	21	Le date sottolineate si riferiscono al mese di marzo
2020	12	4	17	9	<u>31</u>	20	5	<u>28</u>	16	1	
2030	21	13	<u>28</u>	17	9	25	13	5	25	10	
2040	1	21	6	<u>29</u>	17	9	25	14	5	18	

### Quando è mezzogiorno?

Questa attività si svolge vicino al luogo in cui appare la macchia di luce del giorno. Probabilmente la macchia non è passata esattamente sulla linea meridiana a mezzogiorno (o all'una se c'è l'ora legale) e questo può suscitare domande e ipotesi. La spiegazione può essere presentata a diversi livelli di complessità e può essere accennata già in Basilica e ripresa poi in aula. (vedi Introduzione)

### Misuriamo gli angoli

Uno dei problemi più difficili da risolvere nella basilica è capire che cosa indicano le due numerazioni ai lati della linea Clementina. Anche per lavorare a questo problema si può impostare un percorso di osservazione e scoperta progressiva.

È utile far costruire un goniometro di compensato oppure un teodolite o un quadrante, con cui misureranno due angoli:  $\alpha$ ) l'angolo tra il raggio di Sole e il pavimento,  $\beta$ ) l'angolo tra il raggio e il muro verticale su cui si trova il foro (i due angoli sommati danno  $90^\circ$ , sono complementari) ovvero tra il raggio del Sole e la direzione dello Zenit (come in Fig. 1).

L'ideale è prevedere una serie di visite alla Meridiana. Oppure, dopo la prima visita, si può suggerire agli allievi di andare a visitare la meridiana nell'ora del mezzogiorno locale, magari di sabato o di domenica per misurare, con lo strumento costruito, i 2 angoli di cui sopra.

Dopo la misura sarà più evidente che la fila di *numeri non equidistanti* indica l'ampiezza degli angoli al vertice, cioè l'angolo  $\beta$ . Questa ipotesi potrebbe essere avanzata da qualcuno anche durante la prima visita, ma l'insegnante dovrà ricor-

dare che la coincidenza tra il numero e l'angolo misurato potrebbe essere casuale a meno che non ci sia una piena consapevolezza dal punto di vista geometrico.

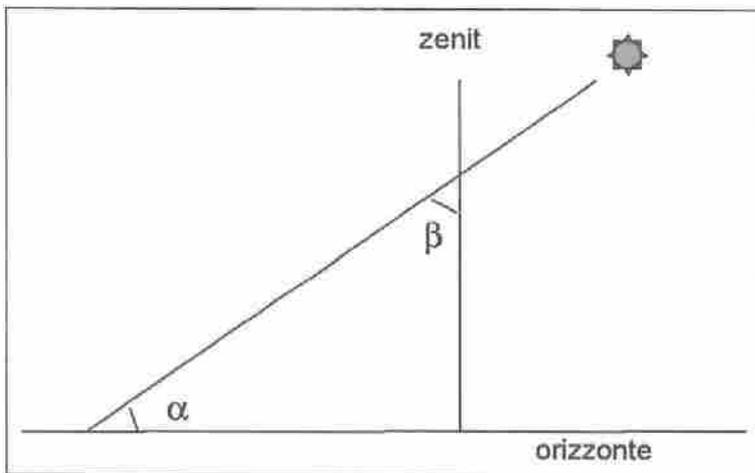


Figura 1

### I numeri equidistanti

Sul lato orientale della linea meridiana si trovano dei numeri che vanno da 37 verso Sud, a 220, a Nord. Si verifica con il righello che la loro distanza è sempre costante ed equivale a 20,3 cm, che è l'unità di misura della nostra meridiana ed è la centesima parte dell'altezza del foro dal pavimento ("radii partae centesimae": indicazione che troviamo

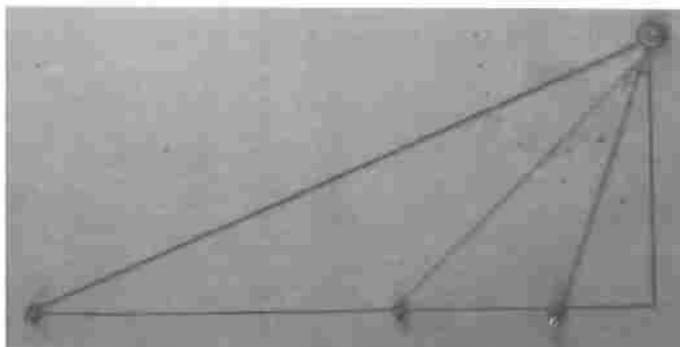
incisa nel pavimento nella parte iniziale della linea meridiana).

Quindi ogni "tacca" è pari a  $h/100 = 20,3$  cm

Un regolo di ottone con l'incisione di una tacca e delle sue sottoparti è conservato in una lapide alla sinistra dell'altare maggiore, oltre la balaustra. La lapide contiene anche altre legende rispetto alla Meridiana.

Che cosa indicano dunque questi numeri? Con essi è espressa la lunghezza della linea, non in metri, ma in "tacche". La meridiana infatti è stata costruita all'inizio del 1700 quando il sistema metrico decimale non era ancora in uso e ogni località usava le sue unità di misura. In tacche la Meridiana è lunga 220 unità a partire dal punto perpendicolare sotto il foro gnomonico.

### Prevedere i numeri non equidistanti



La scoperta di cosa misurano i numeri non equidistanti potrebbe far nascere in qualcuno l'ipotesi che la distanza tra loro aumenti in modo lineare, e in particolare che essa sia proporzionale all'ampiezza dell'angolo  $\beta$  misurato. Questa ipotesi è errata, perché invece tali valori crescono secondo una legge

di tangente, e la si può confutare, anche senza trigonometria, grazie alla manipolazione di un semplice modello geometrico mobile, come quello nella foto, da far costruire agli studenti o portare in classe. Infatti, ad esempio, quando la bacchetta mobile si sposta dalla posizione verticale fino a  $B'$ , formando con la verticale un angolo  $\beta$  di  $45^\circ$ , essa percorre sulla linea di base un certo spazio. Al raddoppiare di  $\beta$  da  $45^\circ$  a  $90^\circ$  lo spazio percorso dalla bacchetta mobile non raddoppia ma diventa infinitamente grande. Gli angoli  $\beta$  e i segmenti di base non seguono quindi una

legge di proporzionalità lineare. Ecco perché agli angoli più piccoli (nella meridiana quelli più vicini alla parete con il foro) corrispondono numeri più serrati, e agli angoli più grandi corrispondono numero meno fitti.

### La relazione tra le due numerazioni

Durante le osservazioni nella basilica, gli studenti hanno scoperto che la distanza tra i "numeri equidistanti" è sempre di 20,3 cm e che questa distanza è la centesima parte del "raggio", cioè dell'altezza del foro dal pavimento, che chiamiamo  $h$ , e che equivale appunto a 20,3 metri.

Dopo aver capito cosa indicano le due numerazioni si può porre agli studenti una nuova domanda, e su di essa si può avviare una nuova attività: che relazione c'è tra i valori delle due serie di numeri (lunghezze ed angoli) corrispondenti sulla linea? Per rispondere a questa domanda si possono guidare gli studenti a riflettere a partire dai triangoli rettangoli simili. Si fa osservare come il rapporto tra i cateti ha un valore diverso se si cambiano i valori degli angoli acuti, cioè ad ogni coppia di valori degli angoli corrisponde un determinato valore del rapporto tra i cateti. Nella meridiana, nei triangoli rettangoli formati dalla parete  $h$ , dalla porzione  $L$  della linea meridiana (espressa in cm) e dal raggio solare (ipotenusa),  $h$  è costante ed è m 20,34 = cm 2034. Ad ogni valore dell'angolo  $\beta$ , è legato un rapporto del tipo

$$\frac{L}{h}$$

Da questo rapporto si ricava, moltiplicandolo per 100, il numero di tacche corrispondente:

$$\text{numero di tacche} = \frac{L}{h} 100$$

Ogni valore di  $\beta$  è quindi espressamente "legato" ad un numero di tacche. Si può allora costruire insieme agli studenti una Tabella con alcune di queste coppie di valori:

Tabella 2

$\beta$	N di tacche	L in cm	Costellazione
18°33'	33,4	680,5	Cancro
22°	40,4	821,8	Gemelli/Leone
30°30'	58,9	1198,1	Vergine/Toro
41°30'	88,5	1799,5	Equinozio
42°	90	1831,5	Bilancia/Ariete
45°	100	2034	L = h
53°30'	135	2748,8	Scorpione/Pesci
62°	188	3825,4	Sagittario/Acquario
65°27'	219	4463,2	Capricorno

A questo punto, sia per verificare alcune delle misure prese dagli studenti con il metro sul pavimento della chiesa, sia per fornire un'occasione per fare qualche esercizio di calcolo, si può proporre di calcolare le lunghezze in metri, relative a porzioni di meridiana espresse in numero di tacche.

Quando, ad esempio, il raggio solare colpisce la linea dopo 90 tacche (valore di  $\beta = 42^\circ$  come dalla Tabella 2), la misura di L espressa in cm è:

$$\text{cm } (90 \cdot 20,34) = \text{cm } 1831,5 = \text{m } 18,315$$

Il raggio di luce cioè cade a 18,3 metri dalla parete a Sud quando l'angolo  $\beta$  è di  $42^\circ$ .

### Latitudine e angoli

Dopo aver lavorato un po' sugli angoli della meridiana, è possibile che qualcuno faccia una domanda, oppure può farla l'insegnante: "Perché non sono indicati valori di angoli più piccoli di  $18^\circ$  e più grandi di  $65^\circ 5'$ ?".

Per rispondere a questa domanda si possono invitare i ragazzi a fare un disegno schematico della meridiana, come quello in Figura 1 (e Allegato 2), se già non è stato fatto durante le attività precedenti. Si può chiedere quindi che cosa avrebbe indicato un angolo di  $0^\circ$ . Emergerà che il Sole in tal caso si troverebbe allo Zenit e a questo punto si chiede se a Roma questo succeda mai. La risposta è no, ma non è scontata per tutti. Allora si può introdurre il significato di "latitudine" e, con un mappamondo con Roma ( $42^\circ$  Nord), i due tropici e l'Equatore, studiare che cosa succede in quattro momenti dell'anno, particolari dal punto di vista astronomico: gli equinozi e i solstizi.

A questo punto è possibile proporre alcuni esercizi che mettono in gioco la capacità di lavorare sugli angoli (alterni interni, supplementari, ...). Un esempio di esercizio è il seguente: calcolare l'angolo tra la direzione del Sole e la direzione dello Zenit e quello tra la direzione del Sole e il piano di terra (orizzonte), come in Figura 1, quando il Sole ha una data declinazione.

Per risolverlo, si disegna, come in Figura 3, il cerchio del meridiano che passa per Roma, la retta della proiezione dell'Equatore, si considera la retta dello Zenit di Roma, e il segmento ad essa perpendicolare ossia il piano dell'orizzonte (nel disegno risulterà come segmento tangente al meridiano in Roma).

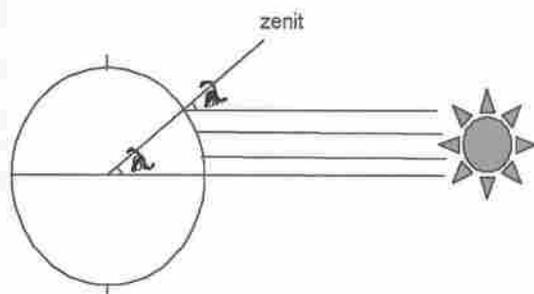


Figura 2

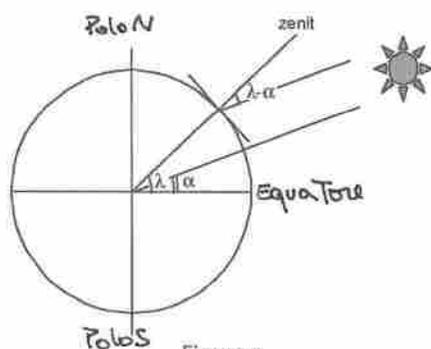


Figura 3

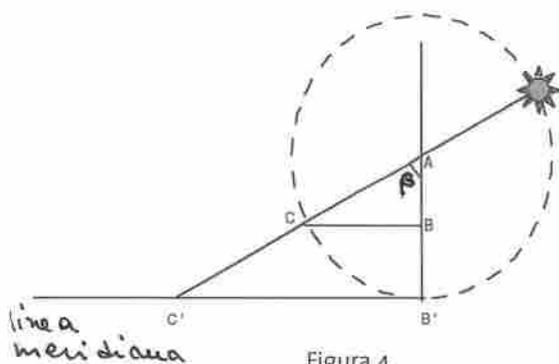


Figura 4

Possiamo considerare i raggi del Sole che arrivano sulla Terra tra loro paralleli. Quando, ad esempio la declinazione del Sole (altezza del Sole sull'Equatore) è  $\beta = 20^\circ$ , il raggio che arriva a Roma forma con la retta dello Zenit un angolo che è uguale a  $\lambda - 20^\circ$ . Nota la declinazione del Sole in un dato giorno è possibile così determinare l'angolo tra la direzione dei raggi solari e la direzione dello Zenit. Il suo complemento a  $90^\circ$  sarà l'angolo tra i raggi e il piano dell'orizzonte.  $\lambda$  è la latitudine di Roma e vale circa  $42^\circ$ .

### Perché si chiama Meridiana a tangente?

Questa parte del lavoro può essere affrontata solo da chi conosce la trigonometria. Altrimenti ci si basa solo sui triangoli simili.

La domanda può emergere dagli studenti o può essere posta dopo aver lavorato sugli angoli e la latitudine.

Per rispondere alla domanda si può partire da uno schema come quello riportato in Figura 4.

Se  $\beta = 52^\circ$  si ha  
da cui:

$$N^\circ \text{ di tacche (B'C')} = 128$$

$$\text{cm (B'C')} = 128 \cdot 20,34 = \text{cm } 2604$$

e

$$\tan(\beta) = \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)} = \frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{A'B'} = \frac{2604}{2034} = 1,28$$

quindi il numero di tacche, espresso da un *numero equidistante*, diviso per 100, corrisponde al valore della tangente dell'angolo indicato dal corrispettivo *numero non equidistante*. Infatti alla tacca 100 corrisponde l'angolo di  $45^\circ$  e la tangente di  $45^\circ$  vale 1.

### La Meridiana Boreale. Le ellissi della Polare

Vicino alla parete meridionale, alcune ellissi concentriche indicano le posizioni, osservate in ore successive, della Stella Polare. Possiamo leggere la seguente incisione: *Stella Polaris Orbitae ad Annos Octingentos* che significa: orbite della Stella Polare per ottocento anni.

Queste osservazioni si servivano di un foro, oggi non più esistente, praticato nella parete settentrionale e del quale resta solo una traccia in una croce poggiata sulla crociera del transetto. Un tondino sul pavimento non lontano dal segno dello Scorpione, ne indica il punto perpendicolare.

Poiché la Stella Polare non si trova esattamente in corrispondenza del Polo Nord Celeste e poiché, a causa della Precessione degli Equinozi, la sua posizione varia lentamente nel tempo, durante le 24 ore di un giorno essa compie un'orbita circolare nel Cielo intorno appunto al Polo Nord Celeste, orbita che in terra si proietta in un'ellisse più o meno ampia.

Al tempo della costruzione della Meridiana, la distanza della Polare dal Polo Nord Celeste era di circa  $2^\circ$ , questa distanza era però destinata a restringersi nei secoli, precisamente fino al 2100 per poi tornare ad aumentare, in maniera simmetrica, nei secoli successivi.

Il Bianchini calcolò e tracciò 16 ellissi, una per ogni anno giubilare (una ogni 25 anni), andando così dal 1700 (ellisse più esterna) al 2100 (ellisse più interna). Queste però

corrispondono, per ragioni di simmetria, anche alle ellissi dei secoli successivi: per esempio, quella del 2200 corrisponde a quella del 2000, quella del 2300 a quella del 1900, fino alla più esterna, l'ellisse del 2500, che coincide con quella del 1700.

Lo strumento è stato in uso solo 43 anni a causa dei successivi rimaneggiamenti della struttura architettonica della Chiesa, che ne hanno eliminato il foro. Peraltro oggi l'illuminazione della città ne renderebbe certo impraticabile l'uso. Inoltre era necessario montare nella chiesa un lungo tubo da telescopio per poter fare questa osservazione, ed oscurare con tendaggi neri, le ampie finestre.

Questa Meridiana, progettata per seguire il moto della Stella Polare, si trova nella parte meridionale dell'intero complesso, ma guarda verso Nord (alla Stella Polare) e per questo è anche detta Meridiana Boreale.

### **Le altre iscrizioni lungo la Linea Meridiana. Le Ascensioni Rette delle Stelle.**

Lungo la Linea Meridiana appaiono i nomi di alcune tra le Stelle più brillanti comprese tra i due Tropici, accompagnate dall'incisione di una stella di dimensioni variabili a seconda della magnitudine dell'astro al quale si riferiscono, e dall'indicazione della loro Ascensione Retta.

L'Ascensione Retta è quella coordinata Celeste che, insieme con la Declinazione, serve ad individuare la posizione di una Stella in Cielo.

La Declinazione si misura a partire dall'Equatore Celeste, lungo il cerchio massimo che intercetta l'astro e passa per la linea dei Poli Celesti.

L'Ascensione Retta si misura in senso antiorario a partire dal Punto  $\gamma$  (punto in cui l'Equatore Celeste interseca il cerchio dell'Eclittica) fino ad intercettare il cerchio massimo che passa per l'astro e per i Poli Celesti. Il Punto  $\gamma$  però non è un punto fisso, per il fenomeno detto di "Precessione degli Equinozi" arretra lentamente nel tempo, conseguentemente anche le Ascensioni Rette degli astri variano nel tempo. Quelle che troviamo indicate sulla Meridiana sono quindi le Ascensioni Rette relative alle varie Stelle al 1701.

Domande/stimoli guida: Perché compaiono solo i nomi di stelle comprese nella fascia tra i due Tropici? Perché è indicata solo l'Ascensione Retta e non la Declinazione delle Stelle?

La risposta alla prima domanda è relativa al fatto che il Sole si sposta solo tra i Tropici nel suo percorso annuale e quella è la fascia presa in considerazione dalla Linea Meridiana, quindi (risposta alla seconda domanda) la declinazione di ogni stella è quella stessa del Sole quando la macchia di luce si forma in quel punto della Meridiana.

### **Bibliografia**

N. Lanciano et al, *La meridiana della chiesa di Santa Maria degli Angeli a Roma*, Giornale di Astronomia, S. A. It., n 2, 1980

F. Foresta Martin, N. Lanciano, P. Lanciano, *Dalla Terra alle galassie – un viaggio astronomico attraverso la città*, ENEA-MUSIS, 1991

M. Catamo, C. Lucarini, *Il Cielo in Basilica*, A. R. P. A., Edizioni Agami, 2002

## La Meridiana di S. Maria degli Angeli e dei Martiri – Allegato 1

### Scheda per gli studenti

#### *I parte*

- Cerca sul pavimento la linea meridiana.
- Cerca il foro gnomonico.
- Orientati, anche con la bussola. Dov'è il Nord? Il Sud? L'Est e l'Ovest?
- Che orientamento ha la linea meridiana rispetto ai punti cardinali N-S-O-E?
- Fai un'ipotesi su qual è la funzione della scanalatura nella parete sotto il foro

.....  
• Stima ad occhio l'altezza del foro da terra: m .....

• Stima ad occhio la distanza tra l'inizio della linea meridiana e la parete su cui si trova il foro: m .....

• Stima ad occhio della lunghezza dell'intera linea meridiana: m .....

#### *II parte (con l'uso dell'Allegato 2)*

- Osserva le due file di numeri che si trovano ai lati della linea meridiana.

Indica per la fila Est

- a) il numero più basso ..... e il numero più alto .....
- b) che tipo di distanza c'è tra i numeri? .....
- c) quanto misura questa distanza? .....

Indica per la fila Ovest

- a) il numero più basso ..... e il numero più alto .....
- b) che tipo di distanza c'è tra i numeri? .....
- c) quanto misura la distanza tra i primi due numeri? .....
- d) quanto misura la distanza tra gli ultimi due numeri? .....

- Fai un'ipotesi su ciò che misurano le due numerazioni. Puoi aiutarti con le didascalie in latino incise nel marmo prima del segno del Cancro.

• Fila Est .....

Fila Ovest .....

- Segna altre cose sulla linea meridiana che colpiscono la tua attenzione e vicino a quale segno si trovano.

.....  
.....  
.....

## La Meridiana di S. Maria degli Angeli e dei Martiri – Allegato 1bis

### Scheda per gli studenti – COMPILATA

#### *I parte*

- Cerca sul pavimento la linea meridiana.
- Cerca il foro gnomonico.
- Ri-orientati, anche con la bussola, se c'è. Dov'è il Nord? Il Sud? L'Est e l'Ovest?
- Che orientamento ha la linea meridiana rispetto ai punti cardinali N-S-O-E?
- Fai un'ipotesi su qual è la funzione della scanalatura nella parete sotto il foro  
..... Verifica del "punto perpendicolare" .....
- Stima ad occhio l'altezza del foro da terra: m. 20,34.
- Stima ad occhio la distanza tra l'inizio della linea meridiana e la parete su cui si trova il foro: m. 6,77.
- Stima ad occhio della lunghezza dell'intera linea meridiana: m. 44,89.

#### *Il parte (con l'uso dell'Allegato 2)*

- Osserva le due file di numeri che si trovano ai lati della linea meridiana.

Indica per la fila Est

- a) il numero più basso 37 e il numero più alto 220
- b) che tipo di distanza c'è tra i numeri? costante
- c) quanto misura questa distanza? 20,3 cm

Indica per la fila Ovest

- a) il numero più basso 20 e il numero più alto 65
- b) che tipo di distanza c'è tra i numeri? crescente
- c) quanto misura la distanza tra i primi due numeri? Circa 40 cm
- d) quanto misura la distanza tra gli ultimi due numeri? Circa 190 cm

- Fai un'ipotesi su ciò che misurano le due numerazioni. Puoi aiutarti con le didascalie in latino incise nel marmo prima del segno del Cancro. Eh! A sapere il latino...

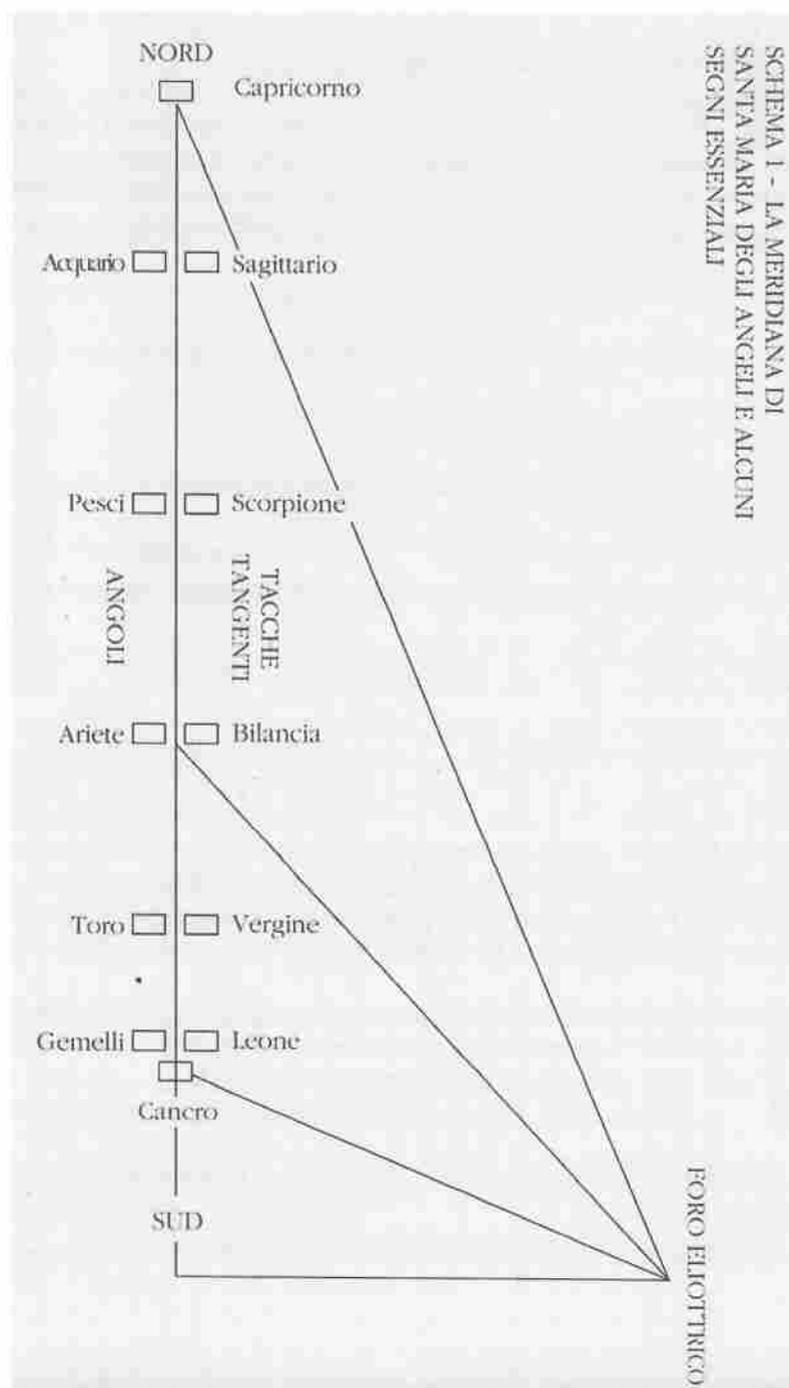
Fila Est "Partes radii centesimae" centesime parti del raggio .....

Fila Ovest "Gradus distantiae a vertice" gradi di distanza dal vertice .....

- Segna altre cose sulla linea meridiana che colpiscono la tua attenzione e vicino a quale segno si trovano.

..... Segni zodiacali, ellissi, terminus paschae, ascensioni rette .....

## La Meridiana di S. Maria degli Angeli e dei Martiri - Allegato 2



## La Meridiana di S. Maria degli Angeli e dei Martiri – Allegato 3

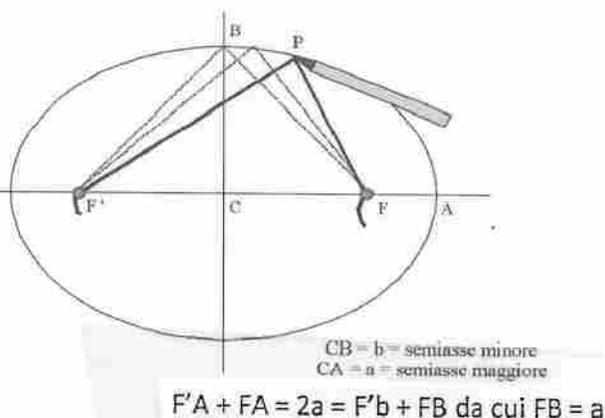
### Guida alla costruzione delle ellissi

#### Materiali

- 1) cartoncini Bristol di diverse dimensioni
- 2) riga e squadra
- 3) fermacampioni
- 4) spago

#### Come si costruisce l'ellisse

Le istruzioni da seguire valgono per tutte le ellissi che vogliamo costruire, per ognuna di esse però verranno indicate le dimensioni specifiche degli assi che sono gli elementi che caratterizzano ogni singola ellisse. Prima di iniziare a tracciare le ellissi, bisognerà fare attenzione alle lunghezze degli assi, per essere sicuri di scegliere un supporto (cartoncino) delle giuste dimensioni.



Ellisse del Solstizio d'Inverno:			
semiasse maggiore	a = 55,3 cm	asse maggiore	2a = 110,6 cm
semiasse minore	b = 23,1 cm	asse minore	2b = 46,2 cm
Ellisse degli Equinozi:			
semiasse maggiore	a = 17,1 cm	asse maggiore	2a = 34,2 cm
semiasse minore	b = 12,7cm	asse minore	2b = 25,41 cm
Ellisse del Solstizio d' Estate:			
semiasse maggiore	a = 10,35 cm	asse maggiore	2a = 20,7 cm
semiasse minore	b = 9,8cm	asse minore	2b = 19,6 cm

Tracciare sul cartoncino gli assi dell'ellisse, in modo che siano perpendicolari tra loro e che si intersechino entrambi nel loro punto di mezzo. Calcolare la distanza del fuoco F dal centro C secondo la seguente formula :

$$c = CF = CF' = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Segnare i due fuochi (F, F') sull'asse maggiore, a destra e a sinistra del centro C, a distanza  $CF=CF'$  dal centro; in corrispondenza dei fuochi praticare dei fori per inserire i fermacampioni. Tagliare uno spago di lunghezza qualche centimetro più lungo di  $2a$  e fissare lo spago in corrispondenza dei limiti della lunghezza  $2a$  ai due fermacampioni. Infine, tracciare l'ellisse con un pennarello guidato dallo spago. Lo spago evidenzia la proprietà dell'ellisse per cui ogni punto generico P della curva ha la somma delle distanze dai fuochi ( $PF+PF'$ ) costante e pari a  $2a$ , come si vede dal caso particolare in cui P coincide con A. Per il calcolo di c invece si utilizza il caso particolare in cui P coincide con B.

## La Meridiana di S. Maria degli Angeli e dei Martiri – Allegato 4

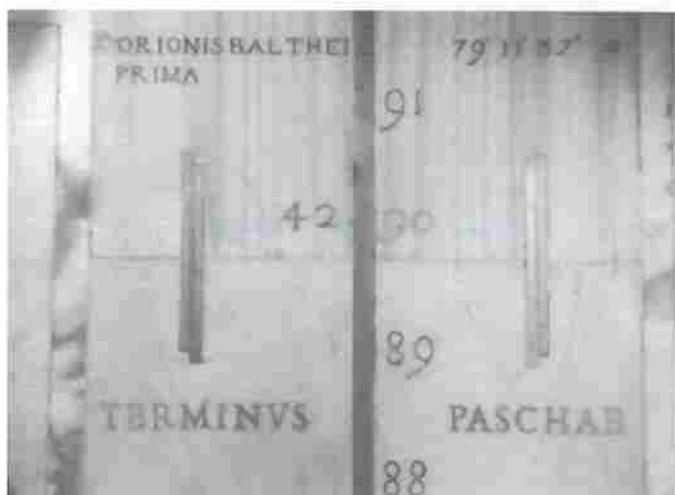


Foto 1: Le Ellissi degli Equinozi

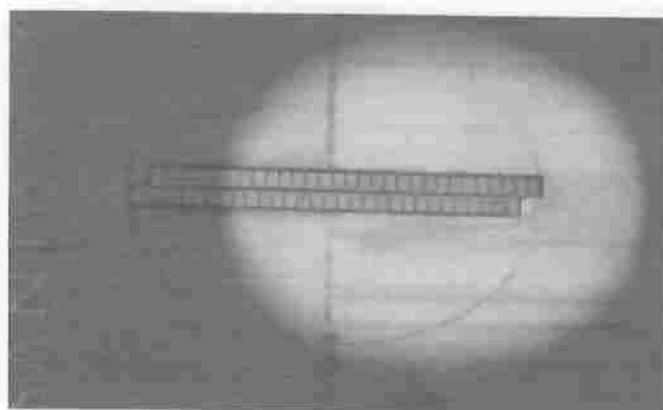
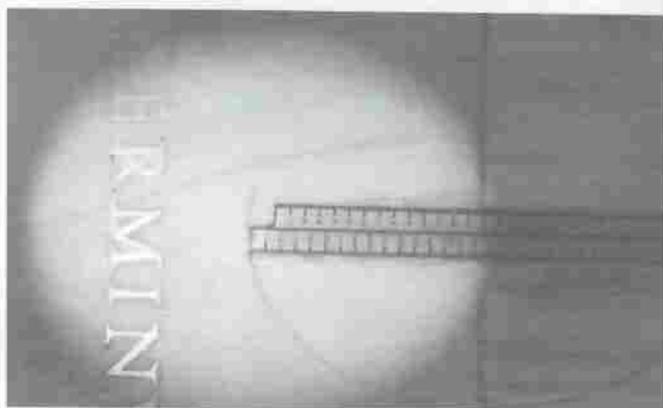


Foto 2: Il Cronometro degli Equinozi

Transito del Sole sul dispositivo per la determinazione dell'ora degli Equinozi (con la scala oraria conforme all'incisione originaria e sovrapposta alle lamine). In alto: 20 Marzo 2002 (circa 8 ore prima dell'Equinozio). In basso: 21 Marzo 2002 (circa 16 ore dopo l'Equinozio).



(fonte Foto 1 e 2: Fabio Gallo, [www.santamariadegliangeliroma.it](http://www.santamariadegliangeliroma.it))



Foto 3: Copia del Cronometro degli Equinozi (modello in cartoncino). Perché questo Cronometro degli Equinozi sia preciso sopra le ellissi del pavimento deve avere la lunghezza di 34 cm.