

Seminario del 4 novembre 2022

---

Claudio Bernardi, Alessandra Ceroni, Elena Petterlini

***Proporzioni linguistiche***

Claudio Bernardi, ***Rette sghembe***

Cristina Antonelli, Paolo Magagnoli, Alex Saltuari,

***Questioni di aritmetica e algebra***

*(dai lavori del gruppetto con Alessandro Gambini)*

---

Nei **test d'accesso** compaiono “**proporzioni linguistiche**”.  
Cominciamo da un paio di esempi.

(*Medicina*, 2021) Completare la seguente proporzione  
**igrometro : umidità = X : vento**

- A) X = saturimetro
- B) X = anemometro
- C) X = sfigmomanometro
- D) X = tachimetro
- E) X = barometro

Per rispondere è richiesta una *competenza lessicale*.

---

Completa la proporzione verbale

$X : verme = ignifugo : Y$

- A)  $X = inerme,$                        $Y = legno$
- B)  $X = vermut,$                        $Y = ignorante$
- C)  $X = vermifugo,$                    $Y = fuoco$
- D)  $X = invertebrato,$                $Y = fungo$
- E)  $X = vermicida,$                    $Y = incendio$

Questa volta ci sono **due incognite**; se le incognite sono due, la proporzione si può completare *in più modi*.

---

Un esempio più difficile, da Medicina 2017.

Completa la proporzione verbale

esteriore : estremo =  $X$  :  $Y$

A)  $X$  = effimero     $Y$  = caduco

B)  $X$  = alto         $Y$  = supremo

C)  $X$  = ottimo       $Y$  = buono

D)  $X$  = finale         $Y$  = terminale

E)  $X$  = superiore     $Y$  = sommo

---

La risposta è E)

esteriore : estremo = superiore : sommo

Parallelismi *morfologici* e *storico-linguistici*:

sia a destra sia a sinistra del segno «=»

un aggettivo comparativo è associato a un superlativo;

tutti e quattro gli aggettivi hanno derivazione latina;

inoltre tutti e quattro sono eccezioni (il grado positivo non è un aggettivo).

---

Ci sono analogie fra proporzioni linguistiche e proporzioni matematiche?

Valgono proprietà analoghe; anzi le proprietà delle proporzioni matematiche possono aiutare nella risposta alle domande dei test.

***Una proporzione resta valida scambiando fra di loro i due medi, oppure i due estremi.***

Riprendiamo per esempio le proporzioni precedenti.

---

igrometro : umidità = anemometro : vento

Scambiando fra loro i medi otteniamo

**igrometro : anemometro = umidità : vento**

dove i due strumenti compaiono nel primo membro.

vermifugo : verme = ignifugo : fuoco

Scambiando fra loro i medi otteniamo

**vermifugo : ignifugo = verme : fuoco**

che è forse ancora più semplice (basta *semplificare* «fugo»).

---

## *Il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.*

Pensiamo che tutti i termini siano numeri naturali.

Se scomponiamo in *fattori primi* il prodotto dei medi e il prodotto degli estremi, *troviamo gli stessi fattori* (con la stessa molteplicità); l'ordine dei fattori non ha importanza.

In un contesto linguistico i fattori primi si possono interpretare come le *caratteristiche principali di una parola* (sostantivo, aggettivo, verbo, ..., singolare, plurale, di derivazione latina, superlativo, ecc.).

---

(*Medicina*, 2016) Quali termini completano la proporzione?

triangolo :  $X$  =  $Y$  : cubo

A)  $X$  = tre;  $Y$  = rettangolo

B)  $X$  = piramide;  $Y$  = quadrato

ecc.

**triangolo : piramide = quadrato : cubo**

*prodotto estremi:* triangolo \* cubo

poligono di 3 lati, poliedro con facce laterali di 4 lati

*prodotto medi:* piramide \* quadrato

poliedro con facce laterali di 3 lati, poligono di 4 lati

---

Completa la proporzione verbale

matematica :  $X = Y$  : insegnare

- A)  $X =$  contiamo       $Y =$  genetica
- B)  $X =$  concentrazione       $Y =$  pazienza
- C)  $X =$  ragionare       $Y =$  giocare
- D)  $X =$  imparare       $Y =$  didattica
- E)  $X =$  docente       $Y =$  discente

---

**matematica : imparare = didattica : insegnare**

“Fattori primi” di tipo morfologico:

suffisso per formare un sostantivo dal significato

“afferente a”; suffisso per formare il modo infinito.

A livello semantico profondo la relazione tra

“*matematica*” e “*imparare*” si ricava dalla radice

greca della prima parola, μαθ/μηθ (da μανθάνω,

imparo); invece “*didattica*” si ricava dalla radice greca

δακ (da διδάσκω, *insegno*).

---

## Rette sghembe nello spazio

Quale *definizione* è preferibile?

- Due rette si dicono *sghembe* se giacciono su piani diversi.
- Due rette si dicono *sghembe* se non esiste un piano che le contenga entrambe.

In un **cubo** ci sono **12 spigoli**, pensiamoli come rette.

Ogni spigolo di un cubo è : *parallelo* a ... spigoli,  
*incidente* a ... spigoli, *sghembo* con ... spigoli.

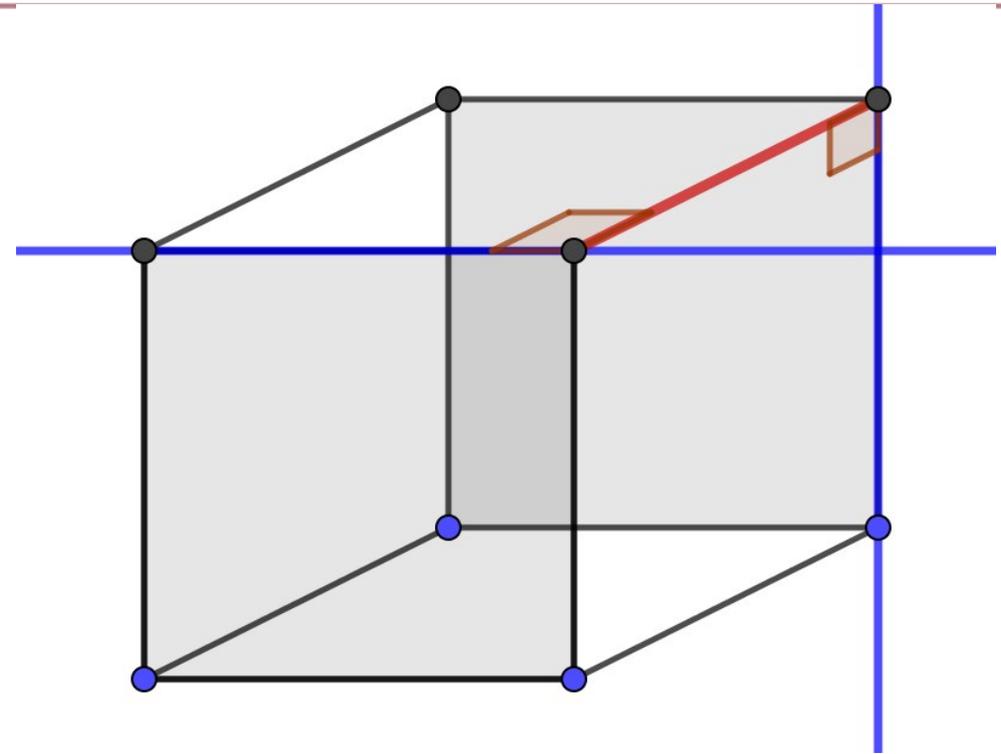
---

La capacità di **visualizzare rette sghembe** è di fondamentale importanza per capire le configurazioni tridimensionali, per riuscire a per «dominarle».

Date due rette sghembe c'è *una e una sola retta perpendicolare ad entrambe*.

La **distanza** fra le due rette sghembe è la lunghezza del segmento staccato dalle due rette su questa perpendicolare.

Un primo esempio.  
Due *spigoli sghembi* di un cubo hanno come **distanza** la **lunghezza dello spigolo** del cubo.



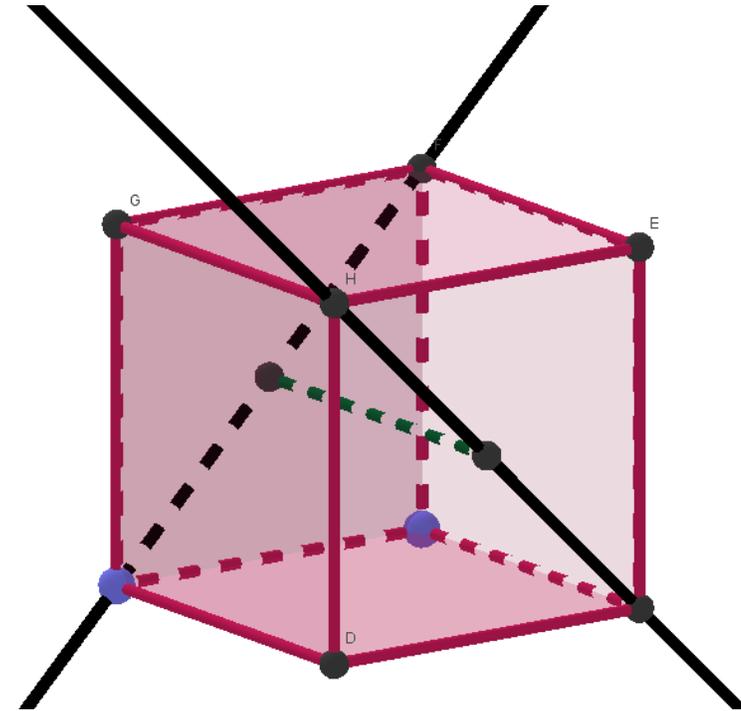
In generale, *la distanza fra due rette sghembe è la distanza fra due piani paralleli che contengono rispettivamente le due rette.*

---

Un altro esempio.

Consideriamo due *facce opposte*  
e due *diagonali* di queste facce,  
non parallele.

Si tratta di due rette sghembe.



Ancora si vede "abbastanza" bene la perpendicolare comune:  
è la congiungente dei centri delle facce.

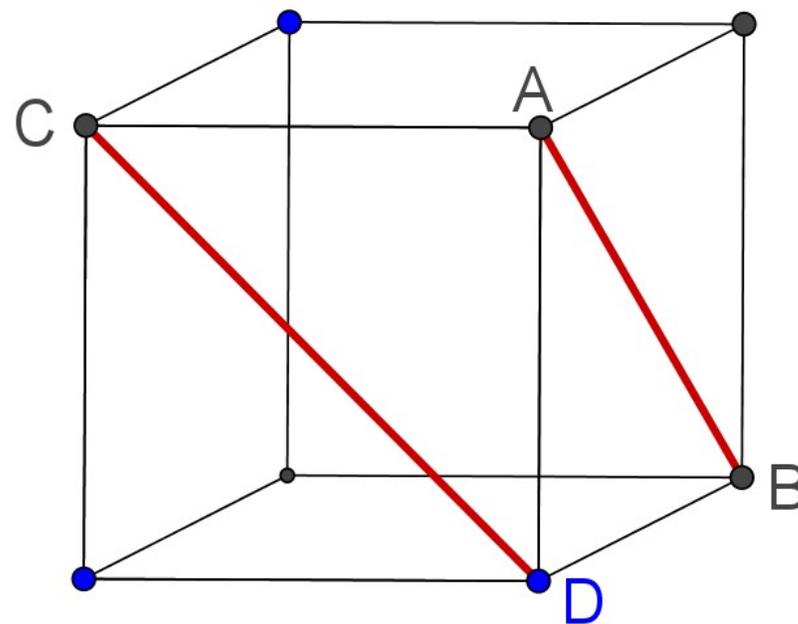
E si ritrova, come distanza, la lunghezza dello spigolo.

---

(da C. Càssola, *Geometria solida per le gare di matematica*,  
Scienza Express, 2022)

***Calcolare la distanza fra  
due diagonali non incidenti  
appartenenti a due facce adiacenti  
di un cubo.***

Le due rette sono sghembe;  
devo trovare la perpendicolare comune e la lunghezza del  
segmento individuato dai due punti in cui tale perpendicolare  
incontra le rette.



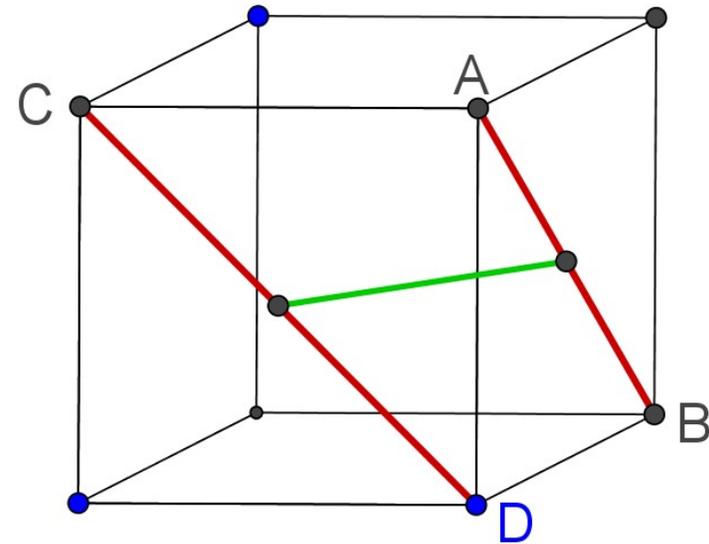
---

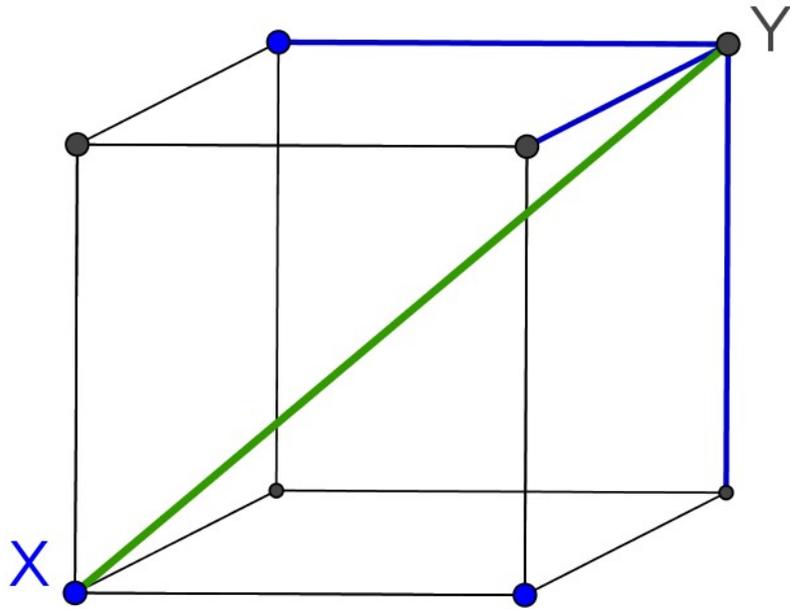
Da dove si comincia?

La perpendicolare comune è  
la congiungente dei punti medi  
delle diagonali?? No!

Per via analitica??

Tracciamo una **diagonale del cubo**, cioè il segmento che unisce due vertici opposti del cubo.



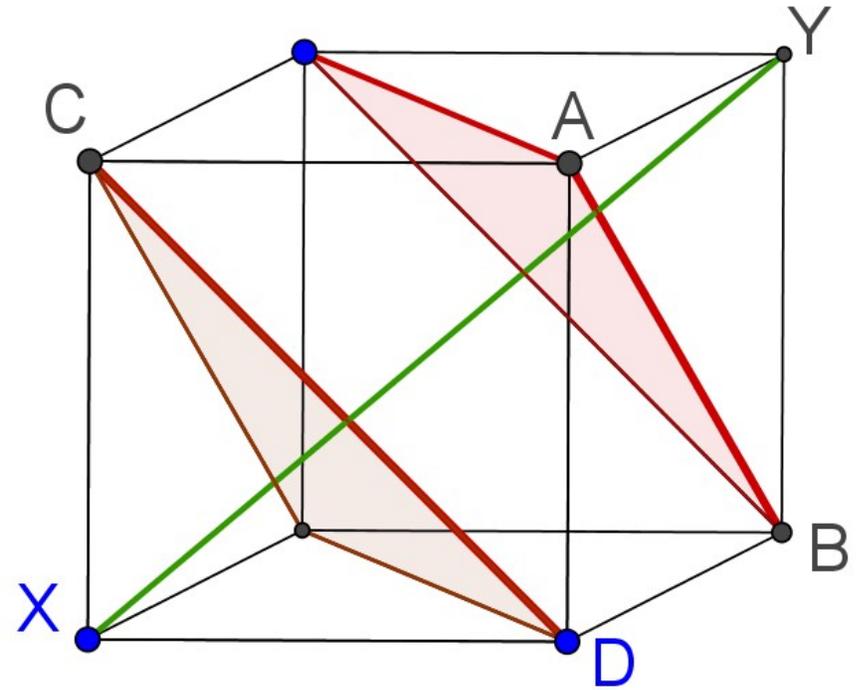


Le proiezioni degli spigoli del cubo sulla diagonale hanno tutte la stessa lunghezza.

Infatti, i tre spigoli che escono da  $Y$  (un estremo della diagonale) hanno uguale proiezione perché la rotazione di  $120^\circ$  intorno alla diagonale del cubo scambia fra loro questi spigoli. Inoltre, ogni altro spigolo è parallelo ad uno di questi tre.

---

Completiamo la figura con  
**diagonali di altre facce del cubo**  
(una diagonale per faccia),  
in modo da ottenere  
**due triangoli equilateri**.  
La configurazione è più regolare.



I piani dei due triangoli sono **perpendicolari alla diagonale del cubo** (perché la rotazione di  $120^\circ$  attorno alla diagonale manda ogni triangolo in sé); quindi **i due piani sono paralleli**.

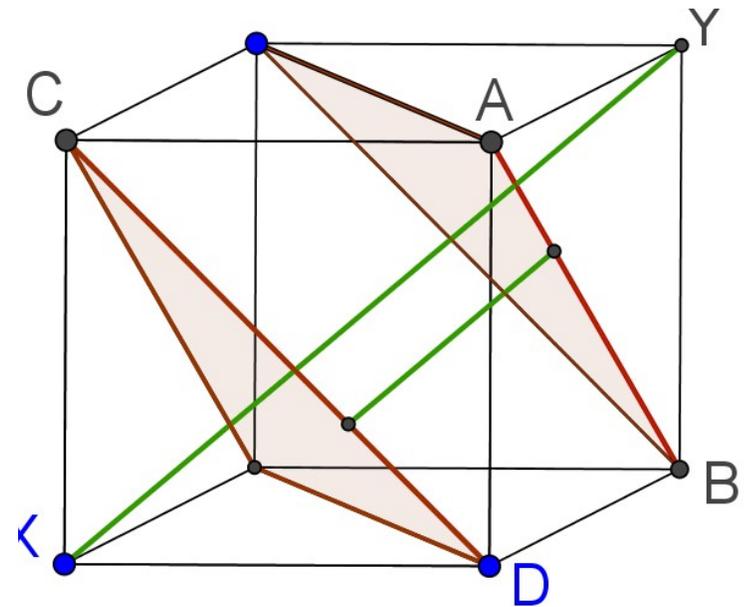
---

*Riassumendo: i due triangoli equilateri giacciono su piani paralleli e dividono la diagonale del cubo in tre parti uguali perché le proiezioni degli spigoli del cubo sono tutte uguali.*

La parte centrale di queste tre parti è la distanza cercata (è la distanza fra due piani paralleli che contengono le rette sghembe).

Risposta:

*un terzo della diagonale del cubo.*



---

In realtà, procedendo per *via analitica*, i calcoli non sono troppo complicati. E si trova che:

*la retta perpendicolare divide ciascuna diagonale in due segmenti uno doppio dell'altro.*

