

Proposta di corso: Aspetti algebrici geometrici e combinatori dei gruppi classici

Claudio Procesi

29 novembre 2016

Possibili argomenti fra questi:

1. Funzioni simmetriche.
 - (a) Funzioni simmetriche elementari, di Newton e di Schur.
 - (b) Applicazioni classiche, discriminante, risultante, Bezoutiante.
 - (c) Formule di Cauchy.
2. Elementi di Teoria delle rappresentazioni.
 - (a) Richiami sulle rappresentazioni dei gruppi e loro caratteri.
 - (b) Algebre semisemplici e teorema del doppio centralizzatore.
3. Rappresentazioni del gruppo lineare e del gruppo simmetrico.
 - (a) La simmetria su $V^{\otimes n}$.
 - (b) Simmetrizzatori di Young.
 - (c) Caratteri del gruppo lineare e del gruppo simmetrico.
 - (d) Formule classiche di Frobenius, Young la "*hook formula*".
 - (e) Formula di Murnhaghham. Formule di Pieri.
 - (f) La *regola di Young* ed i numeri di Kostka.
 - (g) Il carattere di Frobenius.
4. L'approccio geometrico.
 - (a) Elementi della teoria dei gruppi algebrici.
 - (b) Rappresentazioni razionali.

- (c) Gruppi linearmente riduttivi (il problema 14^{mo} di Hilbert).
 - (d) La varietà Grassmanniana e delle bandiere.
 - (e) Varietà di Schübert.
 - (f) I gruppi classici.
 - (g) Cenni sui gruppi semisemplici.
5. La Teoria dei "tableaux standard".
- (a) La corrispondenza di Robinson–Schensted
 - (b) I bitableaux ed il gruppo lineare.
 - (c) I bitableaux ed il gruppo simmetrico.
6. I teoremi fondamentali della teoria degli invarianti.
- (a) Il *primo teorema fondamentale* per $GL(n)$.
 - (b) Il *primo teorema fondamentale* per $SL(n)$.
 - (c) Il *secondo teorema fondamentale* per $GL(n)$ e le varietà determinanti.
 - (d) Il *secondo teorema fondamentale* per $SL(n)$.
 - (e) Il *secondo teorema fondamentale* per il gruppo simmetrico.
7. I gruppi classici.
- (a) Primo e secondo teorema fondamentale per $O(n), SO(n), Sp(n)$.
 - (b) Varietà determinanti e Pfaffiane associate.
 - (c) L'algebra di Brauer–Weyl.
8. Applicazioni alla geometria enumerativa.
- (a) Il calcolo di Schübert.
 - (b) Chasles e le coniche complete.
 - (c) Cenni sulle compactificazioni meravigliose.