

IL PARERE DELLA MAGGIORANZA E I SISTEMI ELETTORALI

**CLAUDIO BERNARDI, ALESSANDRO GAMBINI,
LORENZO MAZZA, ANTONIO VEREDICE**

12 GENNAIO 2024

Il parere della maggioranza

L'argomento rientra a pieno titolo nell'educazione civica.

In molte situazioni vogliamo passare dalle singole preferenze a una scelta collettiva.

Una scelta è «democratica» se si rispetta il parere della maggioranza.

Ma qual è il *parere della maggioranza*?

Un primo esempio

A 100 persone viene proposta una mozione

40 votano **sì**

30 votano **no**

30 si astengono

La mozione è stata approvata?

Non vale la *proprietà transitiva*

Può capitare che per la maggioranza l'opzione A sia preferibile all'opzione B, questa sia preferibile all'opzione C, ma A non sia preferibile a C.

Esempio relativo alla scelta fra tre opzioni A, B, C da parte di 30 persone:

- per 10 persone, l'ordine di preferenza è A (prima scelta), B (seconda scelta), C;
- per 10 persone, l'ordine è B (prima scelta), C (seconda scelta), A;
- per 10 persone, l'ordine è C (prima scelta), A (seconda scelta), B.

Non vale la *proprietà transitiva*

In queste condizioni:

20 preferiscono A a B

20 preferiscono B a C

MA 20 preferiscono C ad A.

per 10 persone, $A > B > C$;

per 10 persone, $B > C > A$;

per 10 persone, $C > A > B$.

NON vale quindi la proprietà transitiva (cioè che 20 persone preferiscano A a C) come ci si aspetterebbe!

Elezione di una persona (es. il sindaco)

100 elettori; tre candidati: **A**, **B**, **C**
B è "di centro", più *vicino* ad A che a C

A	B	C
30	25	45

- turno unico: vince **C**
- doppio turno (ballottaggio): vince **A**
- in confronti diretti (a 2 a 2) **B** batte sia **A** sia **C**

Elezione di una persona (es. il sindaco)

100 elettori; tre candidati: **A**, **B**, **C**
B è "di centro", più *vicino* ad A che a C

A	B	C
30	25	45

- turno unico: vince **C**
- doppio turno (ballottaggio): vince **A**
- in confronti diretti (a 2 a 2) **B** batte sia **A** sia **C**

Osservazione: diamo per scontato che un elettore utilizza un criterio di gradimento che corrisponde ad una sorta di "minor distanza" dal candidato.

Necessità di un regolamento

È necessario quindi un regolamento

Il regolamento influisce sul comportamento dei candidati e sulle votazioni.

Nel caso precedente, se è previsto un unico turno, i candidati A e B dovrebbero accordarsi.

In ogni caso, ognuno vota in un certo modo sapendo come viene valutato il proprio voto dal regolamento in vigore

Sincerità o strategia

Problema concreto:

spesso nella pratica un elettore deve scegliere fra
“*sincerità*” e “*strategia*”.

Capita che una persona si senta molto vicino a un
candidato, ma decida di votare un altro candidato per non
“disperdere i voti”

Instant runoff

Instant runoff è un sistema elettorale con cui si supera il dilemma tra sincerità e strategia

Il metodo è usato in Australia:

Ogni elettore ordina i candidati secondo la sua preferenza. Al primo passo viene eliminato il candidato che riceve meno voti (intesi come prima scelta); il voto di chi lo aveva scelto viene assegnato al candidato indicato da quell'elettore come seconda scelta. E così via.

In questo modo, si può scegliere come primo un candidato che si pensa riceva pochi consensi, sapendo che, una volta che questo è eliminato, si convergerà su candidati più popolari.

Elezione di un parlamento

Caso in cui si devono eleggere molte persone

Sistemi elettorali maggioritari

(ad esempio: *Camera dei comuni* nel Regno Unito)

Si divide l'elettorato in circoscrizioni o collegi uninominali,
con uguale popolazione (teoricamente);

in ciascuna vince il candidato che riceve più voti.

Elezione di un parlamento

Esempio: supponiamo di avere due partiti **A** e **B** con tre circoscrizioni

	A	B	il seggio va a
I	80	20	A
II	40	60	B
III	40	60	B
totale	160	140	

A ha la maggioranza assoluta dei voti, ma riceve solo 1 seggio

Elezione di un parlamento

Rientrano in questo caso anche le elezioni del Presidente USA, in cui si eleggono i “grandi elettori” che poi sceglieranno il Presidente.

Negli USA ci sono 50 Stati più il Distretto di Columbia; nelle elezioni, il partito che ottiene più voti in uno dei 50 Stati prende tutti i grandi elettori di quello Stato (“*winner-takes-all*”).

Nel 2016 Donald Trump ha vinto pur avendo ricevuto quasi 3 milioni di voti in meno rispetto a Hillary Clinton.

Una situazione analoga, ma con una differenza minore, era capitata nel 2000 con Bush e Gore.

Osservazioni sui sistemi maggioritari

- Il modo in cui si tracciano i confini delle varie circoscrizioni influisce sul risultato finale. Si parla di *gerrymandering* per indicare un disegno delle circoscrizioni fatto apposta per favorire un certo risultato. In Italia, c'è qualche vincolo generale in merito alla formazione delle circoscrizioni.
- In un sistema elettorale maggioritario un partito piccolo ben difficilmente ottiene una rappresentanza; in concreto, si favorisce il *bipolarismo*, cioè la formazione di due grossi partiti (nel Regno Unito: laburisti e conservatori)

Sistemi elettorali proporzionali

I seggi vengono attribuiti ai partiti (o liste)
«*proporzionalmente*» ai voti.

Notazioni:

V numero votanti n numero seggi

le lettere A, B, \dots indicano sia i partiti sia i numeri dei voti
riportati dai partiti

$$A + B + \dots = V$$

Sistemi elettorali proporzionali

In un sistema proporzionale, detto n_A il numero dei seggi che spettano ad **A**, dalla proporzione

$$n_A : n = A : V \quad \text{segue } n_A = \frac{A \cdot n}{V}$$

$\frac{A \cdot n}{V}$ si chiama **Hare quota** di A;

Il guaio è che, in generale, non è un numero intero.

Le approssimazioni intere per difetto e per accesso si chiamano **Hare minimo e Hare massimo**.

Sistemi elettorali proporzionali

Notiamo che $\frac{A \cdot n}{V} = A : \frac{V}{n}$

In altre parole $\frac{V}{n}$ voti corrispondono a **1** seggio

Il metodo detto **proporzionale puro** consiste nell'assegnare i seggi corrispondenti all'Hare minimo e poi assegnare i restanti seggi ai resti più alti.

Sistemi elettorali proporzionali

Esempio $V = 300$ $n = 3$ $V/n = 100$

	Hare quote	resti	seggi
A = 160	1,6	0,6	1
B = 75	0,75	0,75	0+1
C = 65	0,65	0,65	0+1

Però... **A** ha la maggioranza assoluta dei voti ma riceve solo 1 seggio.

Se **B** e **C** si fondono? Se **A** si scinde in due partiti con 80 elettori ciascuno?

Proporzionale corretta

Nota anche come *sistema D'Hondt*

In questo sistema i partiti grandi sono favoriti
(si incoraggia la fusione di partiti).

Si compila una graduatoria che *non* dipende dal
numero dei seggi.

Proporzionale corretta

Esempio: $V = 100$ elettori

quattro partiti: $A = 48$, $B = 31$, $C = 15$, $D = 6$

Calcoliamo i quozienti

$A/1, A/2, A/3, \dots, B/1, B/2, \dots, C/1, \dots$:

A	48	24	16	12	9,6	8	...
B	31	15,5	$10,\bar{3}$	7,75	...		
C	15	7,5	...				
D	6	...					

Proporzionale corretta

Disponiamo i quozienti in ordine decrescente:

$$A/1 > B/1 > A/2 > A/3 > B/2 > C/1 > A/4 > B/3 > A/5 > A/6 > \dots$$

Si distribuiscono gli n seggi nell'ordine indicato: il primo seggio spetta ad A, il secondo a B, il terzo e il quarto seggio spettano ad A (A può "pagare" 3 seggi con 16 voti per ciascuno), ecc.

Si arriva così alla graduatoria: A, B, A, A, B, C, A, B, A, A, ...

Se $n = 10$, allora:

6 seggi ad A, 3 a B, 1 a C, 0 a D

Proporzionale corretta

Riassumiamo il risultato

numero di elettori:	A = 48,	B = 31,	C = 15,	D = 6
numero di seggi:	6	3	1	0

L'Hare quota di A è $48 \cdot 10 / 100 = 4,8$ ma A riceve 6 seggi!

Ad ogni partito va almeno l'Hare minimo,
ma capita che si superi l'Hare massimo.

Notiamo anche che:

A ha ottenuto il doppio dei seggi di B, pur avendo molto meno del doppio dei voti di B; a sua volta B ha il triplo dei seggi di C.

Proporzionale corretta

Una curiosità

Nelle Gare di Matematica, alla Finale di Cesenatico partecipano 300 studenti.

L'attribuzione dei 300 posti ai vari distretti è fatta con la proporzionale corretta (in relazione al numero di scuole iscritte ai Giochi di Archimede, ai risultati dell'anno precedente, ecc.).

Le votazioni in Italia: elezione del sindaco e del consiglio comunale

Comuni con popolazione superiore a 15.000 abitanti

Se nessun candidato sindaco raggiunge la maggioranza assoluta, si procede al *ballottaggio* fra i due che hanno ricevuto più voti.

Per l'assegnazione dei consiglieri a ciascuna lista (o partito) si segue la *proporzionale corretta*. Opportune norme garantiscono che almeno il 60 per cento dei seggi del consiglio vada alla lista o al gruppo di liste collegate al sindaco eletto.

Questo purché gli elettori del sindaco abbiano votato per le liste a lui collegate. In realtà è consentito il *voto disgiunto*.

Le votazioni in Italia: elezione del sindaco e del consiglio comunale

Comuni con popolazione sino a 15.000 abitanti
(si tratta di quasi il 70% dei comuni, ma solo del 17% della popolazione)

Sistema maggioritario a turno unico.

Alla lista collegata al sindaco eletto sono attribuiti 2/3 dei seggi. I restanti seggi sono ripartiti alle restanti liste con la proporzionale corretta.

[Per le Regioni non ci sono norme nazionali]

Le votazioni in Italia: Parlamento

[Legge del 2017, detta *Rosatellum*, e legge costituzionale del 2019]

Camera: vengono eletti 400 deputati di cui 147 (37%) con maggioritario a turno unico, 245 (61%) con proporzionale, 8 (2%) eletti dagli italiani all'estero.

Senato: vengono eletti 200 senatori di cui 74 (37%) con maggioritario a turno unico, 122 (61%) con proporzionale, 4 (2%) eletti dagli italiani all'estero.

Le votazioni in Italia: Differenze tra Camera e Senato

Per la **Camera**, abbiamo in tutto 147 *collegi uninominali*, usati per la parte maggioritaria. A questi si aggiungono 49 *collegi plurinominali*, usati per la parte proporzionale; questi collegi sono un'aggregazione di collegi uninominali contigui (in ciascun collegio plurinomiale si eleggono da 3 a 8 deputati).

Per il **Senato**, abbiamo in tutto 74 *collegi uninominali*, usati per la parte maggioritaria. A questi si aggiungono 26 *collegi plurinominali* (in ciascuno si eleggono da 2 a 8 senatori), usati per la parte proporzionale.

Le votazioni in Italia

Sistema maggioritario a turno unico in collegi uninominali (il 37% dei seggi): significa che è eletto *il* candidato che prende più voti nel collegio, anche se non ha la maggioranza assoluta.

Sistema proporzionale (il 61% dei seggi): si usano i collegi plurinominali. La ripartizione dei seggi è effettuata a *livello nazionale* per la Camera e a *livello regionale* per il Senato. Non è previsto voto di preferenza: nei limiti dei seggi a cui ciascuna lista ha diritto, sono eletti i candidati secondo l'ordine della lista.

Le votazioni in Italia

Collegi plurinominali (*proporzionale pura*):

- si verifica che la lista o la coalizione di liste apparentate abbiano superato le soglie di sbarramento (sono diverse a seconda che si tratti di singole liste o coalizioni, di Camera o Senato);
- i seggi sono attribuiti alle liste con la proporzionale pura (Hare minimo e resti maggiori)
- i seggi così attribuiti a coalizioni e a liste sono ripartiti con un procedimento analogo fra i vari collegi (la distribuzione dei seggi conquistati nei vari collegi è regolata da norme complesse).

Le votazioni in Italia

Ricordiamo che l'art. 57 della Costituzione dice che
«*Il Senato è eletto a base regionale*»

Che significa questa frase? Una possibile interpretazione è che non si possono fare compensazioni a livello nazionale (sommando i resti delle singole regioni).

Il problema si era posto in particolare a proposito del “*premio di maggioranza*”.

Elezioni Europee (9 giugno 2024)

Le norme variano da Paese a Paese, ma tutti devono usare un *sistema proporzionale*.

In totale il Parlamento europeo avrà 720 membri (il numero può subire piccole variazioni). In Italia si eleggono 76 membri. In Francia 81, in Germania 96; Malta e Lussemburgo (poco più di 500 mila abitanti) hanno 6 parlamentari ciascuno.

Il numero di seggi assegnati a ciascun Paese dipende dalla sua popolazione, secondo un criterio di *proporzionalità "degressiva"*: più popoloso è il Paese e maggiore è il numero di cittadini rappresentati da un eurodeputato. Se ci fosse proporzionalità con Malta, l'Italia dovrebbe avere circa 600 parlamentari.

Elezioni Europee (9 giugno 2024)

In Italia i seggi sono attribuiti in ambito nazionale (*collegio unico nazionale*) con la proporzionale pura. È previsto lo sbarramento al 4%.

Per l'assegnazione dei seggi l'Italia è suddivisa in 5 circoscrizioni elettorali: Nord Occidentale, Nord Orientale, Centrale, Meridionale, Insulare.

L'uso della proporzionale pura è preferibile per i partiti piccoli (purché raggiungano il 4%). Non è necessario formare grandi coalizioni; anche se, comunque, per via dei resti un seggio “costa” in genere un po' di più a un partito piccolo rispetto a un partito grande

Problemi con le circoscrizioni

Supponiamo di avere 2 circoscrizioni, con 50 elettori ciascuna;
3 partiti; 10 rappresentanti da eleggere

	A	B	C	totale
(I)	14	24	12	50
(II)	16	26	8	50
tot.	30	50	20	100

Distribuzione dei seggi:

	5
	5
tot.	3	5	2	10

Se proviamo a compilare la tabella rispettando i totali
dobbiamo rinunciare alla "*monotonia*"

Un sistema assiomatico

Quattro requisiti ragionevoli per un sistema elettorale:

- monotonìa: $X \geq Y$ implica $n_X \geq n_Y$
- rispetto dell'Hare minimo
- rispetto dell'Hare massimo
- se X ed Y si uniscono e formano il partito $X+Y$, allora non perdono seggi:

$$n_{X+Y} \geq n_X + n_Y$$

Questi assiomi sembrano ragionevoli, ma sono *contraddittori*: non esiste un sistema elettorale che goda di queste 4 proprietà (ciascuno di noi deve scegliere a quale condizione è disposto a rinunciare).

Un sistema assiomatico

Esempio:

$V = 77$ elettori ed $n = 7$ seggi;

5 partiti con i seguenti voti:

A	B	C	D	E
16	16	15	15	15

A e B devono avere almeno 2 seggi ciascuno

Se A e B si fondono, ricevono almeno 4 seggi;
ma $A+B = 32$ e l'Hare quota di $A+B$ è $32/11$,
l'Hare massimo di $A+B$ è 3

Bibliografia

C. Bernardi, M. Menghini, Sistemi elettorali proporzionali. La "soluzione" italiana, Boll. Un. Mat. Ital. (serie VII), vol. **IV-A**(1990), pag. 271-293.

https://www.researchgate.net/publication/377402182_Bernardi_Menghini_Boll_UMI_1990

Alberto Saracco, Giorgio Saracco, Rivista UMI
Matematica ed elezioni, paradossi e problemi elettorali

http://www.bdim.eu/item?fmt=pdf&id=RUMI_2020_1_5_1_17_0

Per i Comuni

<https://www.openpolis.it/parole/come-funziona-la-legge-elettorale-nei-comuni/>

Per Camera e Senato

<https://www.openpolis.it/parole/come-funziona-la-legge-elettorale-nota-come-rosatellum/>

Video relativo all'elezione di una persona (es. sindaco) in inglese

<https://youtu.be/yhO6jfHPFQU?si=f4xrC4leRIMGxIY9>

Sul voto "instant-runoff" si veda

https://en.wikipedia.org/wiki/History_and_use_of_instant-runoff_voting

Regolamento Olimpiadi di Matematica

http://olimpiadi.dm.unibo.it/wp-content/uploads/2017/05/regolamento_quote_hondt-1.1.pdf