

Seminario per docenti - Università La Sapienza 2023

5 aprile 2024

Vito Volterra, chi era costui? *Una proposta pluridisciplinare di matematica applicata*

Annalisa Malusa
(Sapienza Università di Roma)

Noemi Stivali
(Liceo Newton, Roma)

Donatella Ricalzone
(IIS Pascal, Roma)



Vito Volterra

Mister Italian Science

Esperienza didattica

Biografia

Documenti

1923-2023 La nascita del CNR

Percorsi pluridisciplinari

La matematica di Volterra

La Fisica di Volterra


Documentari e interviste

Math++ 2023

Seminario Nazionale dei

Licei Matematici

Bibliografia e sitografia



LICEO MATEMATICO@SAPIENZA

Gruppo2: Calcolo infinitesimale e applicazioni a.s. 2022-2023

Coordinatori Sapienza: Annalisa Malusa e Alessandro Gambini

Docenti referenti: Noemi Stivali (Newton), Donatella Ricalzone (Pascal)

Perché Vito Volterra (1860-1940)?

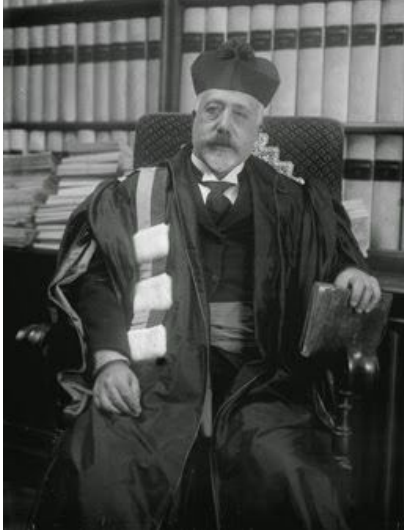
- ❖ perché era un *uomo libero* che ha “respirato il mondo” tra la fine del 1800 e la prima metà del 1900
- ❖ appassionato delle applicazioni della scienza alla realtà
- ❖ innamorato della storia e alla continua salvaguardia delle fonti storiche
- ❖ impegno costante nell’organizzare e “fondare” istituzioni scientifiche
- ❖ Impegno politico sempre visto come “aiuto alla comunità”
- ❖ sarebbe stato un grande sostenitore del Liceo Matematico! Ha sempre sostenuto l’interdisciplinarietà delle scienze e il ruolo della matematica come “strumento mirabile”
- ❖ **“Chi era costui?” ... l’importanza della memoria storica.**

Scrive Volterra nel *Discorso inaugurale* letto alla solenne apertura dell’università di Roma nel 1901 pubblicato nell’annuario dell’Università dell’anno 1901-1902 . (Pag 1 e 2)

... Ma negli uomini di scienza la curiosità è ben più grande di guardare fuori e lontano;

vivo è il desiderio di frugare nella vetrina degli altri per ben conoscere il valore della propria...

Il matematico si trova in possesso di uno strumento mirabile e prezioso, creato dagli sforzi accumulati per lungo andare di secoli dagli ingegni più acuti e dalle menti più sublimi che siano mai vissute. Egli ha, per così dire, la chiave che può aprire il varco a molti oscuri misteri dell’universo, ed un mezzo per riassumere in pochi simboli una sintesi che abbraccia e collega vasti e disparati risultati di scienze diverse...





<https://www.museoebraicobo.it/eventi/primo-piano/vito-volterra-il-coraggio-della-scienza>

**Nel 1907 viene eletto
preside della Facoltà di
Scienze dell'Università di
Roma**


1860	Nasce ad Ancona il 3 maggio da Abramo Volterra e Angelica Almagià
1862	Muore il padre
1874	Si iscrive all'istituto tecnico 'Galilei' di Firenze dove incontra docenti come Antonio Roiti (Fisica) e Cesare Arzelà (Geometria)
1878	Si iscrive all'Università di Pisa, dove frequenta le lezioni di Ulisse Dini ed Enrico Betti
1880	Viene ammesso alla Scuola Normale Superiore di Pisa
1882	Consegue la laurea in Fisica
1883	È nominato professore di Meccanica Razionale all'Università di Pisa
1888	È eletto socio corrispondente dell'Accademia dei Lincei
1893	Viene chiamato all'Università di Torino
1894	È eletto socio dell'Accademia Italiana delle Scienze, detta dei XL
1899	Socio nazionale dell'Accademia dei Lincei
1900	L'11 luglio sposa Virginia Almagià; in settembre viene chiamato dall'Università di Roma
1905	È nominato senatore
1908	Diviene socio dell'Accademia delle Scienze di Svezia
1909	Si reca per la prima volta negli Stati Uniti; vi tornerà ancora nel 1912 e nel 1919
1915	Si arruola come volontario dopo l'entrata in guerra dell'Italia
1917	Dirige l'Ufficio Invenzioni e Ricerche del Ministero per le Armi e Munizioni

**Nel 1887 ricevette la
prestigiosa medaglia d'oro
per le matematiche dalla
"Società dei XL", per i suoi
lavori d'analisi matematica**

**Grande amicizia con
Gustav Mittag-Leffler**

1918- 1919	Partecipa alla costituzione del Consiglio Internazionale delle Ricerche, che nel 1932 si trasformerà in Consiglio Internazionale delle Unioni Scientifiche, e ne diventa vicepresidente
1920	È eletto presidente della Società dei XL
1921	È eletto presidente del Bureau International des Poids et Mésures, carica che conserverà fino alla morte
1923	È eletto presidente dell'Accademia dei Lincei; alla fine dell'anno diviene presidente del Consiglio Nazionale delle Ricerche, istituito nel novembre
1925	Firma il 'Manifesto Croce'
1926	Lascia la presidenza dell'Accademia dei Lincei
1927	Viene sostituito da Guglielmo Marconi alla presidenza del CNR
1931	Rifiuta il giuramento di fedeltà richiesto dal fascismo ai docenti universitari e viene privato della cattedra
1934	Rifiuta il giuramento di fedeltà richiesto dal fascismo ai membri delle accademie e viene espulso da tutte le accademie italiane
1936	Viene nominato socio dell'Accademia Pontificia delle Scienze appena costituita
1938	È colpito dalle leggi razziali
1940	Muore a Roma l'11 ottobre

Nel 1915 l'astronomo americano, George Ellery Hale promuoverà la creazione negli USA del "National Research Council", che qualche anno dopo, nel 1919, darà spunto a Volterra di proporlo per l'Italia con il "Consiglio Nazionale delle Ricerche".



Dal 1926... estromesso da tutto si dedica agli studi di Biomatematca con il genero Umberto D'Ancona



Cenni storici sull'Unione Matematica Italiana

L'Unione Matematica Italiana (UMI) nacque in seguito al voto formulato a Bruxelles (luglio 1919) dall'International Research Council, che auspicava il sorgere di comitati scientifici nazionali. L'Italia in tale occasione era stata rappresentata dall'Accademia dei Lincei e in particolare da Vito Volterra che nel 1920 propose, insieme a un gruppo di matematici, fra cui Luigi Bianchi, Pietro Burgatti, Roberto Marcolongo, Carlo Somigliana e Giovanni Vacca, la costituzione di Unione Matematica Italiana (BUMI numero speciale 1° luglio 1922, p. 1, Archivio Storico UMI, Documenti riguardanti la costituzione dell' Unione Matematica Italiana) e redasse un primo schema di programma ponendo fra gli scopi dell'Unione l'incoraggiamento alla scienza pura, il ravvicinamento tra la matematica pura e le altre scienze, l'orientamento ed il progresso dell'insegnamento e l'organizzazione, la preparazione e la partecipazione a congressi nazionali ed internazionali. L'Accademia dei Lincei accolse la proposta e il 18 marzo 1921 Volterra informava Salvatore Pincherle, illustre matematico dell'Università di Bologna, della sua designazione a Presidente:

Mi pregio di comunicarLe che si è costituita la "Unione Matematica Italiana" la quale entra così a far parte della "Unione Matematica Internazionale" che insieme alle altre Unioni Scientifiche, compone il "Conseil International de Recherches". Sono lieto di aggiungere che la Presidenza della "Unione Matematica Italiana" è a Lei affidata; ed a Lei è pure connessa la nomina del Segretario della Unione stessa; nomina della quale, a suo tempo, Ella vorrà dare comunicazione al prof. Emilio Picard Presidente del "Conseil International".(Archivio Storico UMI, Corrispondenza Volterra-Pincherle)

Il 18 marzo 1921 Volterra informava Salvatore Pincherle, illustre matematico dell'Università di Bologna, della sua designazione a Presidente

Vito Volterra propone nel 1920 la Costituzione dell'**Unione Matematica Italiana** e scrisse il primo schema del programma:

...

- ravvicinamento tra la matematica pura e le altre scienze
- l'orientamento e il progresso nell'insegnamento

Alcune attività svolte nel 2023 e nel 2024 dedicate a Vito Volterra

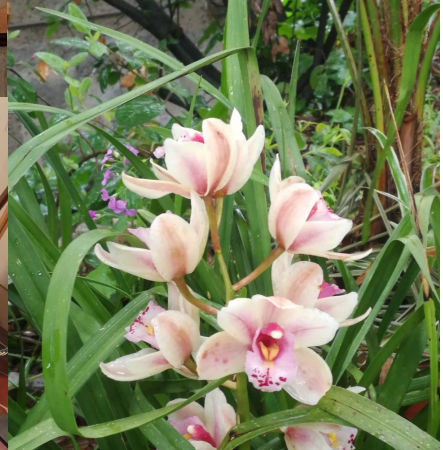
Tutta l'attività è raccolta nel sito dedicato a Vito Volterra

- ❖ **Visita al Villino Volterra - Ariccia**
- ❖ **Spettacolo teatrale: “Matematica in scena”**
La funzione del mondo: la vita coraggiosa di Vito Volterra
- ❖ **Math++ 2023 (e Math++ 2019)**
- ❖ **Laboratorio didattico in Sapienza (prof.ssa A.Malusa)**
L'eredità scientifica di Vito Volterra: dinamica della popolazioni e dislocazioni



15 aprile 2023 -Visita al Villino Volterra e intervista a Virginia Volterra Liceo Newton e Liceo Pascal





Spettacolo teatrale su Vito Volterra:

Matematica in scena

Teatro 7 - Roma, 10 novembre 2023



"La funzione del Mondo: La vita coraggiosa di Vito Volterra". Il testo teatrale interpretati da Roberto Natalini e Maria Eugenia D'Aquino sono stati scanditi dai disegni dal vivo di Dario Grillotti



Si tratta di un libero adattamento teatrale dell'omonima storia a fumetti realizzata da Alessandro Bilotta e Dario Grillotti per Feltrinelli Comics



Il CNR, Consiglio Nazionale delle Ricerche celebra il centenario della fondazione (1923-2023).

13 NOVEMBRE **INGRESSO LIBERO**

LA FUNZIONE DEL MONDO La vita coraggiosa di Vito Volterra

disegno dal vivo e contesto grafico Dario Grillotti
testi Alessandro Bilotta, con la supervisione di Andrea Plazzi
e Roberto Natalini, direttore dell'Istituto per le Applicazioni del
Calcolo del CNR
adattamento teatrale Maria Eugenia D'Aquino
interpreti Maria Eugenia D'Aquino, Riccardo Magherini
musiche Giovanna Natalini
collaborazione Monica Conti, matematica del Politecnico di Milano
assistenza tecnica Jacopo Peretti Cucchi
comunicazione Stefania Giuffrida
coproduzione Istituto per le Applicazioni del Calcolo del Cnr,
Symmaceo Communications, PACTA . dei Teatri

Performance teatrale con live painting

Lo spettacolo celebra il Fondatore del CNR **Vito Volterra**, scienziato, politico, patriota, senatore del Regno, Presidente dell'Accademia dei Lincei. Volterra è stato anche *uno dei dodici* gli unici docenti universitari italiani, su oltre mille duecento, che nel 1931 rifiutarono di prestare giuramento di fedeltà al fascismo, a costo di essere privati della cattedra. Una performance tratta dell'omonima storia a fumetti, realizzata da Alessandro Bilotta e Dario Grillotti per Feltrinelli Comics, in cui si alternano testi, musica e proiezioni dei disegni eseguiti in scena dal vivo in tempo reale.





DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA



Istituto Tecnico Tecnologico
e Liceo Scientifico Biagio Pascal di Roma



Il 9 MAGGIO dalle 9.30 alle 12.00

Nella bellissima sala ODEION
nell'Edificio di Scienze dell'Antichità
all'interno della più grande gipsoteca d'Italia,
dentro alla Sapienza,
gli studenti del

Liceo Matematico Newton e Pascal

illustreranno le attività di Alternanza Scuola Lavoro
del progetto Sapienza

“Lavoro matematico”

In tale occasione verranno consegnati gli attestati ASL.

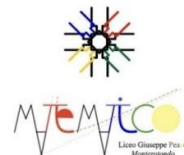
**Due scuole circa
100 studenti**



Organizzazione del convegno MATH++ 2023



**Quattro
scuole,
circa 300
studenti**



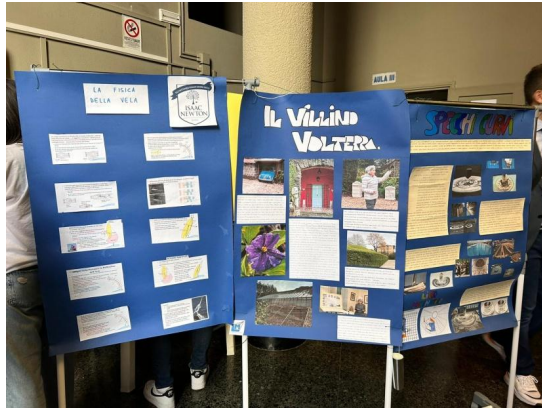
Gli studenti dei Licei Matematici Grassi, Newton, Pascal e Peano di Monterotondo presentano

MATH++ 2023

12 Maggio 2023, ore 9.30-13.00, aula III

Dipartimento di Matematica G. Castelnuovo, Sapienza Università di Roma







Laboratorio presso La Sapienza

L'eredità scientifica di Vito Volterra:

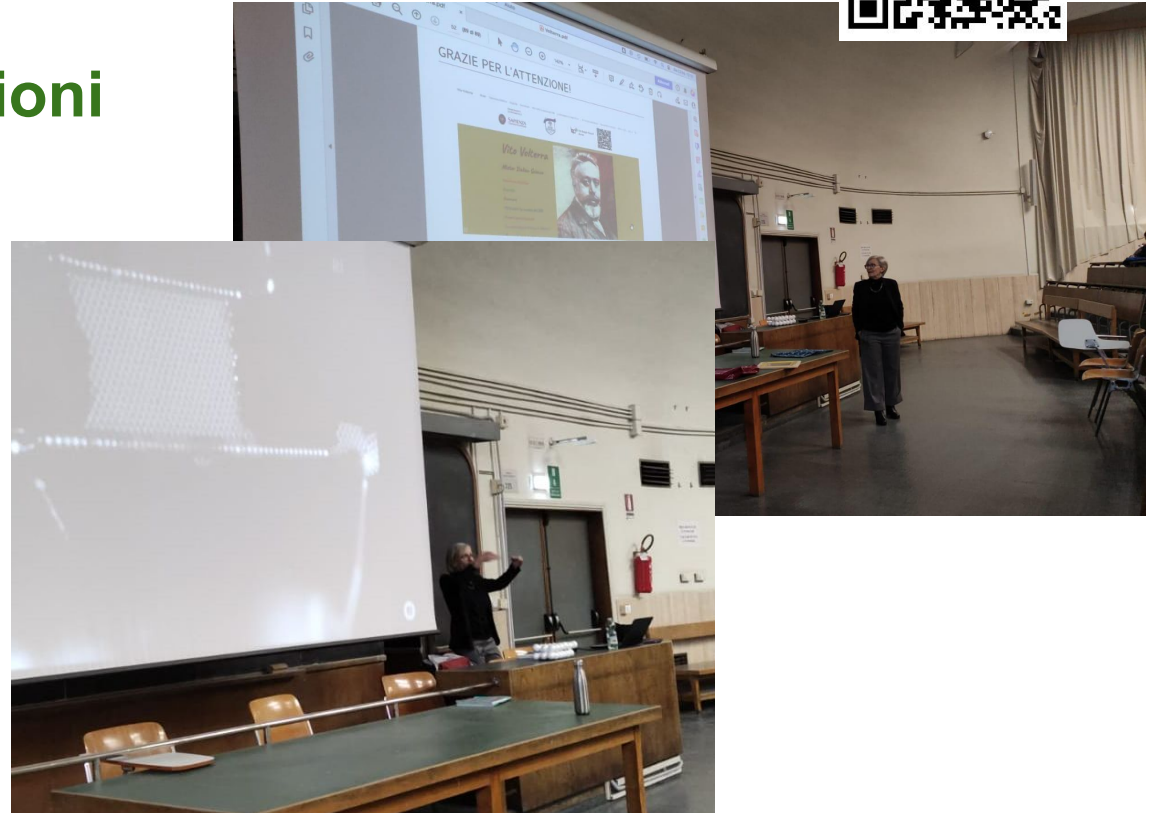
dinamica della popolazioni

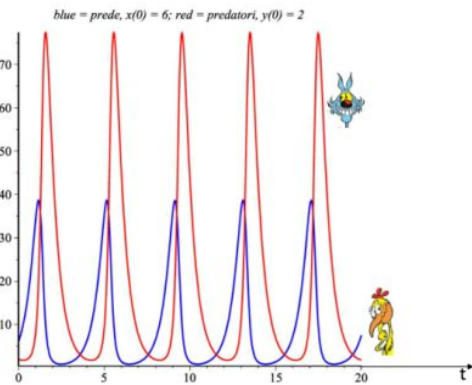
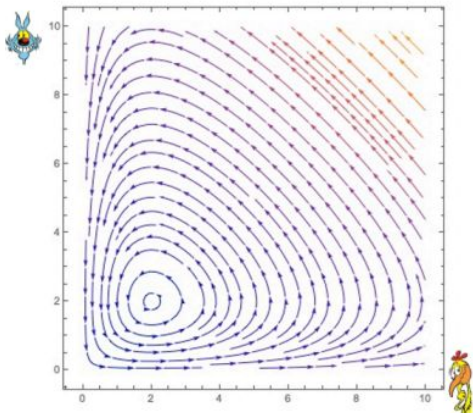
e dislocazioni

Relatrice:

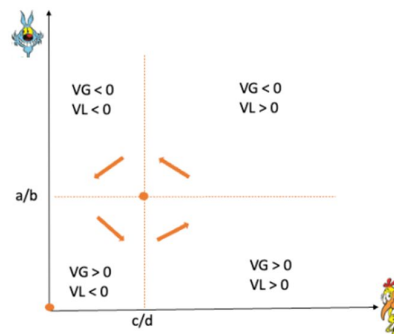
prof.ssa Annalisa Malusa

Roma, 22 febbraio 2024

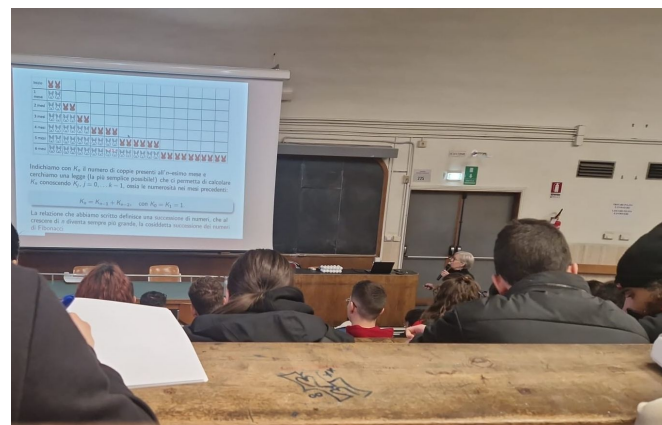




$$G_{n+1} = G_n + \overbrace{G_n(a - bL_n)}^{VG} \quad L_{n+1} = L_n + \underbrace{L_n(dG_n - c)}_{VL}$$



**Circa 300 ragazzi di classi 4 e 5
provenienti da 5 Istituti di Roma**



Presentazioni
degli alunni
dell'IIS B.Pascal di Roma

Percorsi pluridisciplinari e analisi dell'attività didattica sviluppata nel sito su Volterra.

Alice Laugeni e Chiara Santonocito 4F
a.s. 2023-2024

Two posters titled 'Percorso pluridisciplinare 1' and 'Percorso pluridisciplinare 2' are displayed on a yellow background. Each poster features a grid of subjects and associated images or book covers. The subjects listed include Science, Italian, Informatics, Mathematics, History, Physics, and Art. The posters are for 'Vino Volterra' and include various educational materials and references.

Percorso pluridisciplinare 1

Vino Volterra La dedizione nei secoli

Scienze
Pisa
Levi
Montalenti

Matematica
Fisica
1925
Montalenti
Pascari

Italiano
Erasmo Montale

Storia
1925
Montalenti
Pascari

Storia dell'arte
Geri
Mangi
Vilino Volterra

Informatica
Modello Ledge-Volterra
Con Foglio di calcolo e
Biancamano

Ed. Civica:
Art 33 Costituzione
Italiana

Filosofia
Giovanni Uboldi

Scienze Motorie:
Statuto Calvesciani
Campione Pugliese

Fisica
La dedizione nei secoli

Storia
1925
Montalenti
Pascari

Storia dell'arte
Geri
Mangi
Vilino Volterra

Informatica
Modello Ledge-Volterra
Con Foglio di calcolo e
Biancamano

Ed. Civica:
Art 33 Costituzione
Italiana

Filosofia
Giovanni Uboldi

Scienze Motorie:
Statuto Calvesciani
Campione Pugliese

Percorso pluridisciplinare 2

Vino Volterra

Scienze
Ecologia e
il modello
preda-predatore

Matematica
Equazioni di Lotka
Volterra

Storia
1938
Leggi razziali

Fisica
Teoria luminosa dei
mezzi rifrangenti

Italiano
Primo Levi

Inglese
Corrispondenza
con Griffiths
Conrad Evans

Storia
1938
Leggi razziali

Storia dell'arte
Mancio Piamonte
Sapozza
Cina universalista

Informatica
Geogebra:
Modello Lotka-Volterra

Ed. Civica:
Art 3 della
Costituzione Italiana

Filosofia
Biancamano
Croce

Storia dell'arte
Mancio Piamonte
Sapozza
Cina universalista

Scienze Motorie
Gioco della TICampese
Amvera 1920

Lo studio liceale come lavoro di ricerca:

"il liceo matematico: un "matematico al liceo"

Da alcuni anni L'Università Sapienza ha dato la possibilità di inserire le ore svolte durante il liceo matematico nel percorso PCTO (40 ore per 3 anni);

il progetto ha come titolo:

Il Lavoro Matematico: interdisciplinarietà, laboratorio di ricerca, sperimentazione e divulgazione.

In questo contesto si inserisce il lavoro dei nostri alunni che diventano dei veri "ricercatori".

Il primo obiettivo è raggiunto: **"La ricerca è un lavoro"!**

Il metodo utilizzato è descritto nella seconda pagine del sito

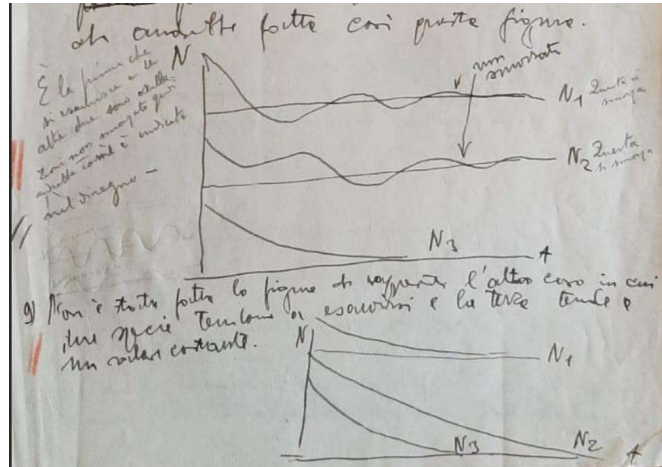


Fase zero: Ricerca delle fonti in particolare quelle inedite

Intervista alla prof. **Virginia Volterra** presso il **Villino di Ariccia**.



Studio dei documenti raccolti dalle nostre professoresse all'Accademia dei Lincei



Studenti del Pascal visiteranno il "Villino Volterra"

Da Redazione - 10 Aprile 2023

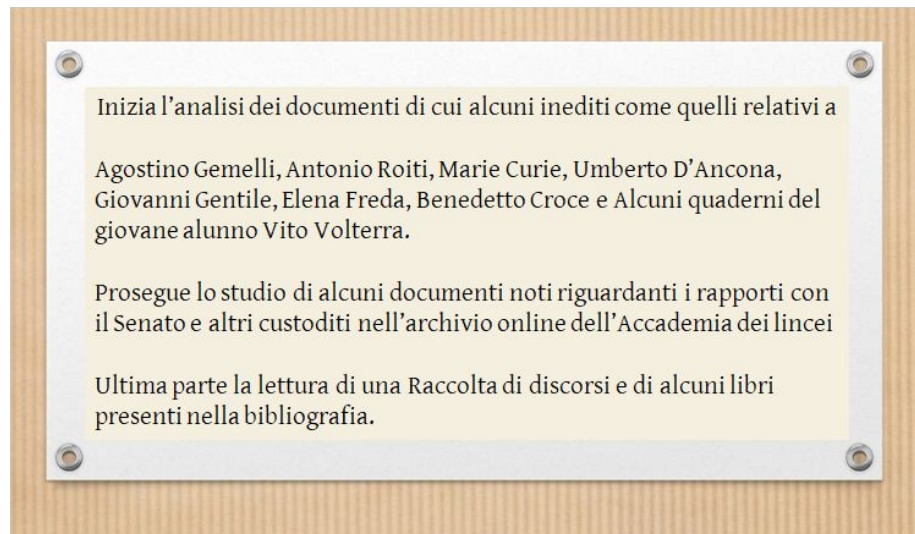


Lettera di D'ancona a
Vito Volterra
8 giugno 1931

Fase uno: ricerca analisi e studio di tutte le fonti

Ogni scuola divide le classi del triennio in gruppi di 4/5 alunni:

Ogni singolo gruppo di **alunni ricercatori** sceglie o propone un argomento dopo aver studiato i materiali proposti (eventualmente lo curva in base ai risultati della ricerca).



Nel sito sono presenti questi “messaggi” che raccontano la storia dell’esperienza.

Fase due: sperimentazione

Calendarizzazione di **microlezioni** dove gli alunni (a rotazione) scandiscono la struttura di una presentazione da fare ai loro compagni che comprenda una spiegazione, una esercitazione e un feedback.



Fase due: sperimentazione

Il particolare come esercitazione vengono proposte

- la costruzione di alcuni percorsi pluridisciplinari che partano da Vito Volterra (classi quinte),
- la costruzione di un gioco didattico che ripercorra il modello "preda predatore di Lotka-Volterra"
- alcuni esperimenti di fisica, tra i quali: il modello a bolle di una struttura metallica

Percorso pluridisciplinare 1

Vito Volterra

Scienze
Rita Levi Montalcini

Matematica
Equazioni differenziali

Storia 1925
Manifesto intellettuali Fascisti

Fisica
Le dislocazioni nei cristalli

Italiano
Eugenio Montale

Inglese
Discorso letto alla solenne inaugurazione del Rice Institute in Houston, Texas 10 ottobre 1912.

Informatica
Modello Lotka- Volterra
Con foglio di calcolo e flowgorithm

Ed. Civica:
Art.33 Costituzione Italiana

Filosofia
Giovanni Vailati

Scienze Motorie:
Manlio Gelsomini
Campione Partigiano



Percorso pluridisciplinare 2

Vito Volterra

Scienze
Ecologia e il modello preda predatore

Matematica
Equazioni di Lotka Volterra

Storia 1938
Leggi razziali

Fisica
Teoria luminosa dei mezzi rifrangenti

Italiano
Primo Levi

Inglese
Corrispondenza con Griffith Conrad Evans

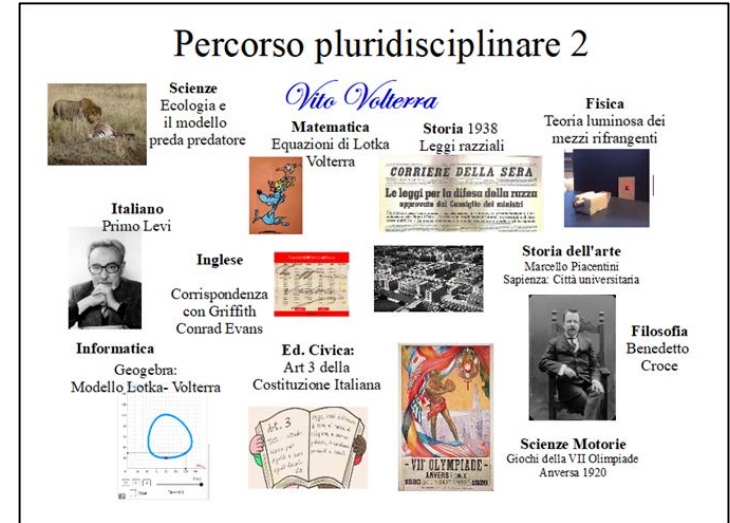
Informatica
Geogebra:
Modello Lotka- Volterra

Ed. Civica:
Art 3 della Costituzione Italiana

Storia dell'arte
Marcello Piacentini
Sapienza: Città universitaria

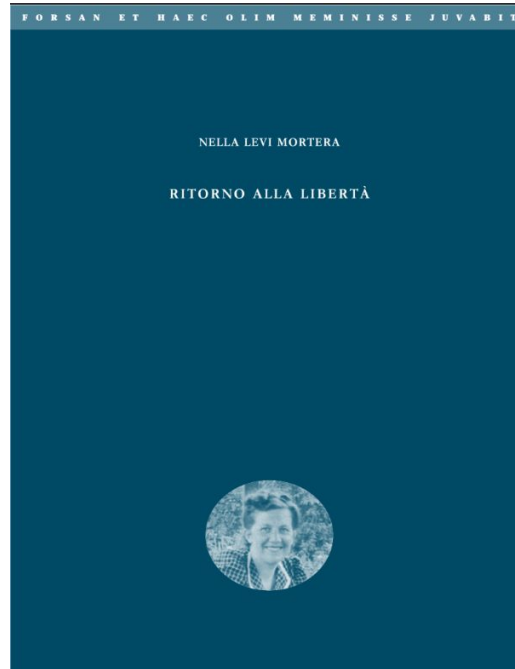
Filosofia
Benedetto Croce

Scienze Motorie
Giochi della VII Olimpiade Anversa 1920



Alcuni esempi

NELLA LEVI MORTERA
RITORNO ALLA LIBERTÀ
:
La Mamma di Virginia
Volterra racconta la
storia della famiglia alla
fine degli anni 30



Nella con il marito Edoardo



pag.8

... I bambini hanno la testa rapata: il loro aspetto macilento e spaurito attesta fin troppo le ansie e le paure attraverso cui sono passati, la fame che hanno patito. Ormai ne hanno viste tante che sono divenuti indifferenti a tutto, anche ai colpi di tosse che squassano di tanto in tanto i loro corpicini e alle croste che pur devono non poco torturarli e che sono evidentemente residuo di qualche eczema epidermico scoppiato nel campo...



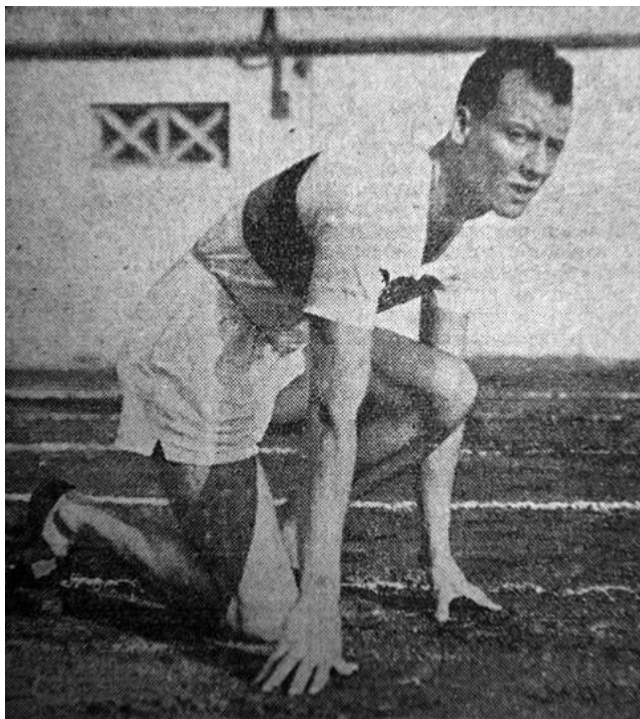
Nella con la figlia Laura



Nella con il marito Edoardo

pag.19

*... Mi rivedo nell'ottobre del '40 in un cimitero di campagna, dove abbiamo accompagnato **mio suocero***, che ci ha lasciato per sempre nel momento più tragico, quando nemmeno uno spiraglio di luce poteva far pensare che fosse possibile **il ritorno alla libertà**. Egli, che in un periodo in cui la maggioranza dei cittadini veniva a compromessi con la propria coscienza e cambiava casacca a ogni mutar di vento, è stato uno dei pochi che ha saputo lasciare alla famiglia e all'umanità un esempio luminoso di rettitudine, non è vissuto tanto da assistere al crollo delle dittature!...*



**Il Coraggio di dire NO!
come Vito Volterra**

**Manlio Gelsomini - il
fulmine del Duce che
morí partigiano alle
Fosse Ardeatine a Roma**



Fase tre: divulgazione

- organizzazione del convegno MATH++ 2023,
- pubblicazione sul questo sito dedicato
- presentazione di tutto il lavoro al colloquio orale dell'Esame di Stato



IIS Biagio Pascal
Roma



Vito Volterra

Mister Italian Science

Esperienza didattica

Biografia

Documenti

1923-2023 La nascita del CNR

Percorsi pluridisciplinari

La matematica e la Fisica di Volterra

Documentari e interviste

Math++ 2023

Bibliografia e sitografia



LICEO MATEMATICO@SAPIENZA

Gruppo2: calcolo infinitesimale e applicazioni a.s. 2022-2023

Coordinatori Sapienza: Annalisa Malusa e Alessandro Gambini

Docenti referenti: Noemi Stivali (Newton), Donatella Ricalzone (Pascal)

Per tutto l'arco dell'anno ogni gruppo di alunni costruisce una pagina di un sito dedicato alla propria ricerca, nel quale raccogliere tutto il materiale prodotto e una presentazione riepilogativa.

Quest'ultima sarà preziosa per la presentazione del PCTO durante il colloquio dell'esame di stato.

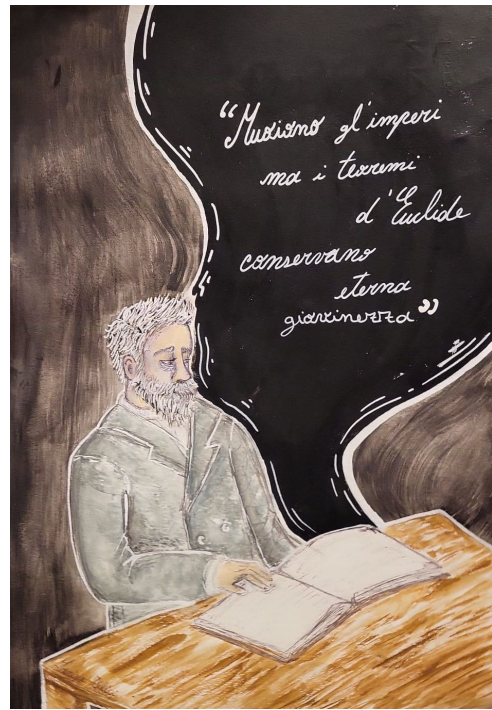
Il liceo matematico: alla scoperta dei talenti



Ruolo del liceo matematico nella crescita personale culturale e nella scoperta del proprio talento: disegni che ritraggono momenti importanti della vita dello scienziato (piccola mostra)

Larisa Florentina Tilici (5 G a.s. 2023-2024)





Approfondimento sulla fase 0 di Noemi

Approfondimento sul laboratorio all'università

Annalisa Malusa

Approfondimento sui laboratori scolastici
Noemi con il modellino per le dislocazioni

Approfondimento sui laboratori scolastici

- Traduzione di un filmato del 1952 della Royal Institution of Great Britain sulle dislocazioni
- Traduzione dell'articolo di P.P. Claxton nella rivista SCIENCE del 18 settembre 1914
- Gioco da tavolo Preda-Predatore

Traduzione di un filmato del 1952 della Royal Institution of Great Britain sulle dislocazioni

Gordon Jr Addo, Daniele Bartolomei, Francesco Mazzoneschi e Alessia Ventura, Alessandro Rossi (4F e 4G a.s. 2023-2024)



Traduzione dell'articolo di Philander Priestly Claxton nella rivista SCIENCE del 18 settembre 1914 segnato da Vito

Volterra con una crocetta: Gordon Jr Addo 4F a.s. 2023-2024



USA 1914: la guerra è un'occasione - 1

"This is America's opportunity. Thousands of students who have been attending universities in Europe will be obliged to look elsewhere for higher education, not only this year, but perhaps for years to come. Many foreign students are already coming to us, many more will come as the result, direct and indirect, of present events. We have now a supreme opportunity to demonstrate our capacity for intellectual leadership"

P.P. Claxton (US commissioner of education), *Foreign Students and the United States*, "Science", 18 settembre 1914, copia nei *Volterra Offprints*, l'articolo è segnato da V.V. con una crocetta

IA 1914: guerra è un'occasione - 2

"Within the last two decades the increase in opportunity for graduate study and research, and for professional and technical education, has been very remarkable, much greater than most people even in America realize. The recent raising of standards and the better equipment of medical schools, the large endowments and appropriations for all forms of engineering, the marvelous growth of our colleges of agriculture, the development of colleges and schools of education, and the rapid increase in income of all the better colleges make it possible for this country to take the lead in education in a way that would have been impossible even at the beginning of the century"

P.P. Claxton (US commissioner of education), *Foreign Students and the United States*, "Science", 18 settembre 1914, copia nei *Volterra Offprints*, l'articolo è segnato da V.V. con una crocetta

USA 1914: la guerra è un'occasione - 3

"Whether the war continues three months or three years, our opportunities and obligations to take the lead in education and civilization will be the same, and America should respond by offering the best opportunity in the world for her own students and for those who may come from other countries"

Claxton (US commissioner of education), *Foreign Students and the United States*, "Science", 18 settembre 1914, copia nei *Volterra Offprints*, l'articolo è segnato da V.V. con una crocetta

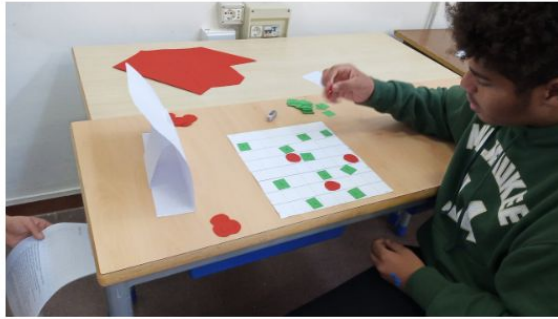
Gioco da tavolo Preda-Predatore

con riferimento ai grafici spiegati dalla
Prof.ssa A. Malusa nella conferenza del
22 febbraio 2024

Gordon Jr Addo e Daniele Bartolomei
4F a.s. 2023-2024



Costruzione di un gioco didattico che ripercorra il modello preda-predatore di Lotka e Volterra



Gioco da tavolo: Preda e predatore

Il gioco mostra, attraverso la costruzione di un grafico, come varia la numerosità delle prede e dei predatori in determinate condizioni.
Vince chi ha più animali alla fine delle partite.
Il numero delle partite è assegnato.

Obiettivi:

- Conoscere il modello preda-predatore di Lotka -Volterra
- Studio delle fonti storiche sulla nascita del modello
- Costruzione di un modello matematico
- Descrizione delle soluzioni

Caratteristiche del modello:

Puoi visualizzare, stampare e scaricare le regole del gioco e i materiali premendo in quadratino in alto a destra.

Il gioco mostra, attraverso la costruzione di un grafico, come varia la numerosità delle prede e dei predatori in determinate condizioni.

Vince chi ha più animali alla fine delle partite.

Il numero delle partite è assegnato.

Obiettivi:

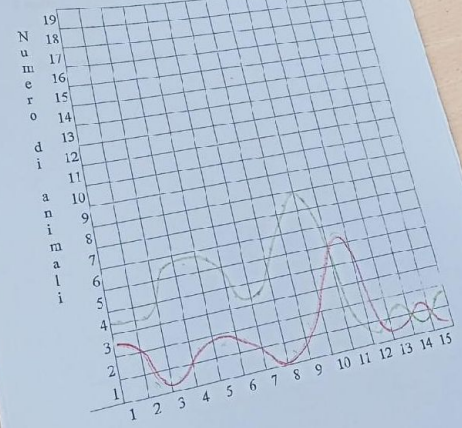
- Conoscere il modello preda-predatore di Lotka -Volterra
- Studio delle fonti storiche sulla nascita del modello
- **Costruzione di un modello matematico**
- Descrizione delle soluzioni

Caratteristiche del modello:

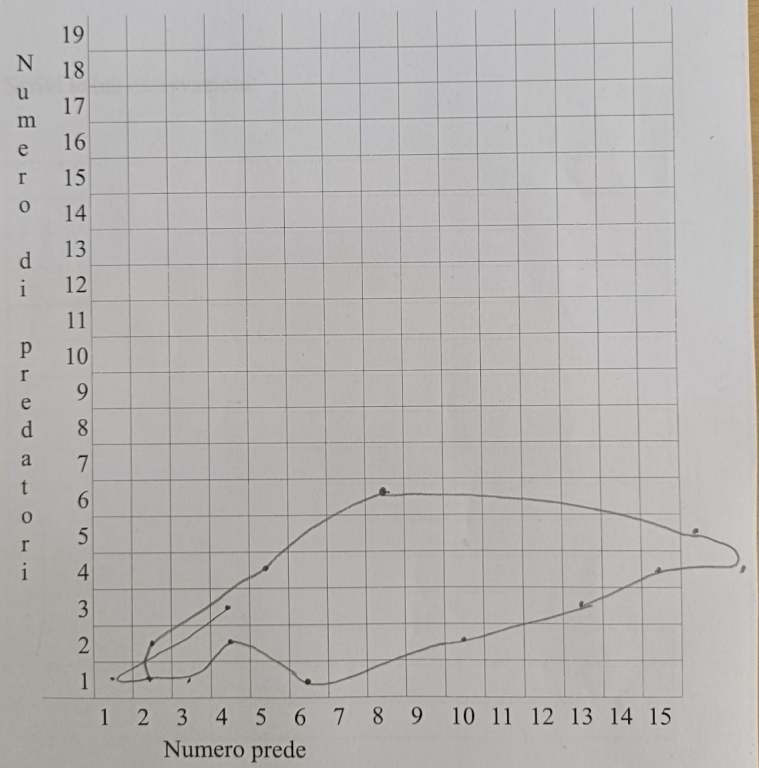
- Le prede si riproducono in maniera proporzionale alla loro numerosità e diminuiscono in base agli incontri con i predatori.
- I predatori muoiono in assenza delle prede e aumentano in base agli incontri con le prede.

Grafico (fig. 3)
 Asse x: numero di parita
 Asse y: numero di animali (linea Rossa per i lupi e blu per le galline)

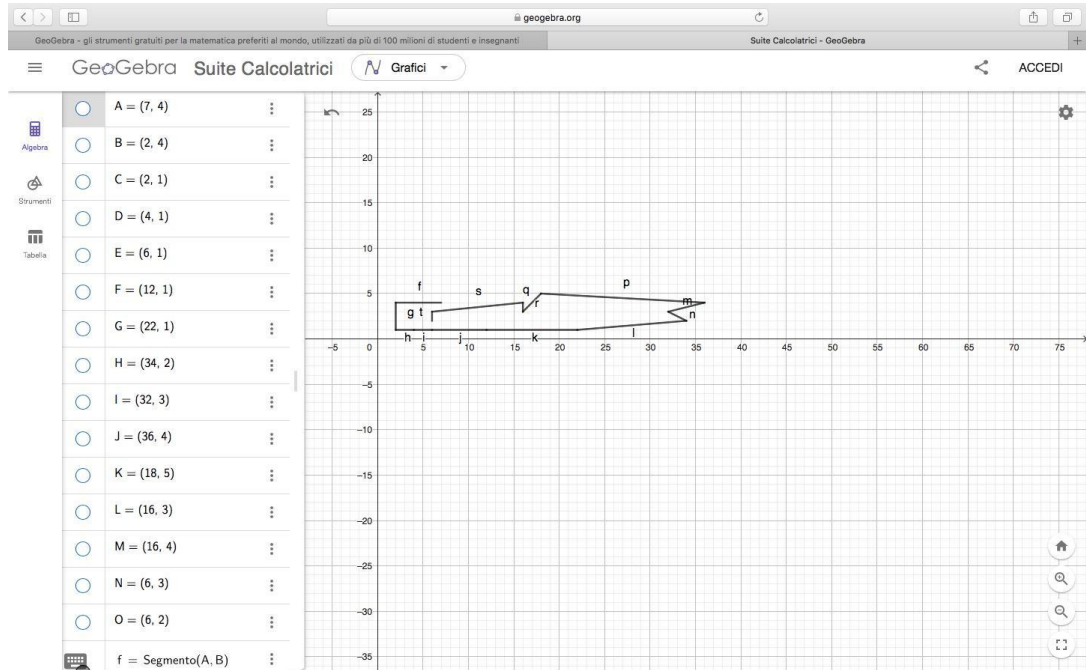
fig. 3 Grafico (rosso- lupi; verde - galline)



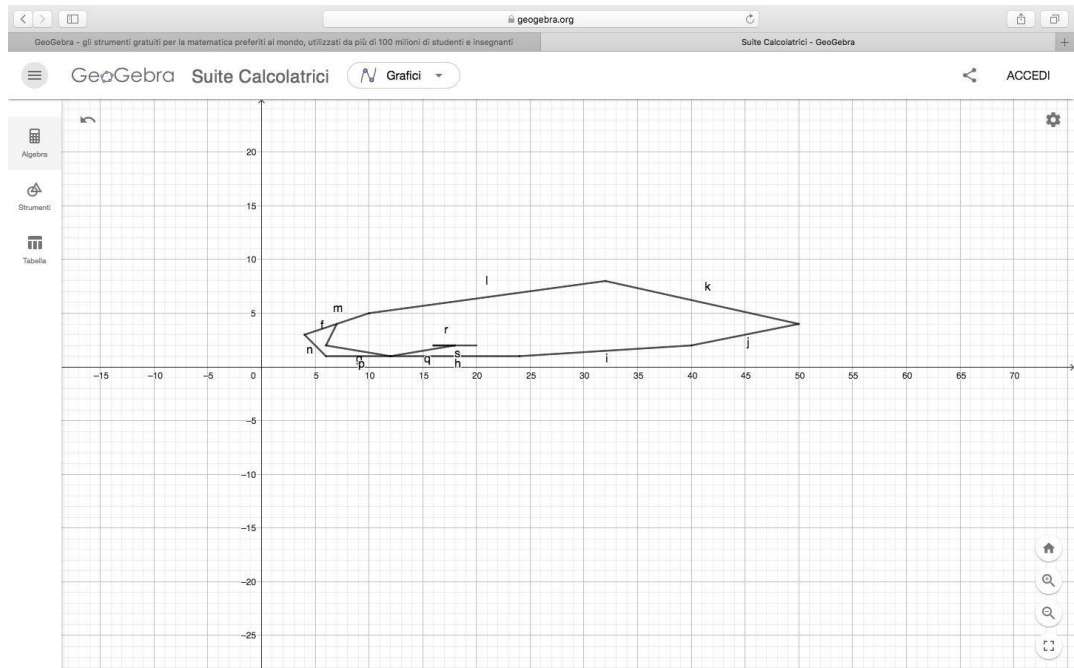
Asse x: Prede
 Asse y: Predatori
 Quindi un punto ha come coordinate (numero prede; numero predatori) al tempo t.



P	G	L
1	7	4
2	2	4
3	2	1
4	4	1
5	6	1
6	12	1
7	22	1
8	36	2
9	32	3
10	36	4
11	18	5
12	16	3
13	16	4
14	6	3
15	6	2



P	G	L
1	7	4
2	6	2
3	6	2
4	2	1
5	2h	1
6	40	2
7	50	4
8	32	8
9	10	5
10	4	3
11	6	1
12	12	4
13	18	2
14	6	2
15	20	2



Dal Grafico si osserva che:

Se aumentano le prede aumentano i predatori fino ad un certo punto quando il numero delle prede diminuisce (perché i predatori le mangiano e i predatori sono tanti).

Diminuendo le prede diminuiscono i predatori perché muoiono di fame.

Diminuendo i predatori le prede riescono di nuovo ad aumentare.

Si ricomincia il ciclo.

Visualizzazione e discussione del ritratto di fase.

Dalle slides della prof.ssa Annalisa Malusa ...

Quindi la dinamica viene descritta dal sistema

$$\begin{cases} G_{n+1} = G_n + a G_n - b G_n L_n \\ L_{n+1} = L_n - c L_n + d G_n L_n \end{cases}$$

dove tutte le costanti a, b, c, d sono strettamente positive.

Osservazioni

Il numero delle Galline dipende dalle Galline della stagione precedente precedenti e dal numero di Lupi.

Lo stesso per i Lupi: dipendono dagli incontri con le galline.

Il Grafico Galline- Lupi che ha spiegato la prof.ssa Malusa è stato per noi oggetto di grande studio.

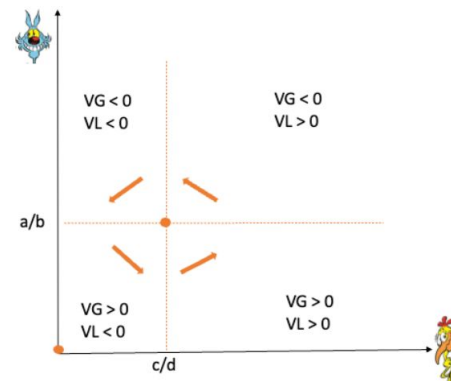
Se il numero di galline è maggiore di c/d abbiamo una variazione positiva lupi.

Se il numero di lupi è minore di a/b abbiamo una variazione positiva delle galline.

Dove a, b, c, d sono coefficienti strettamente positivi, nello specifico $a > 0$ e $0 < c < 1$.

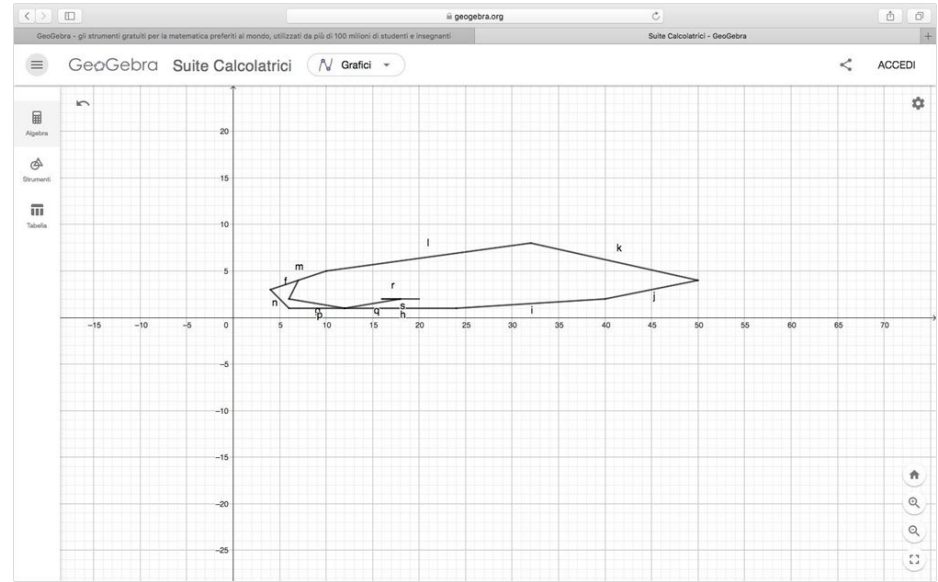
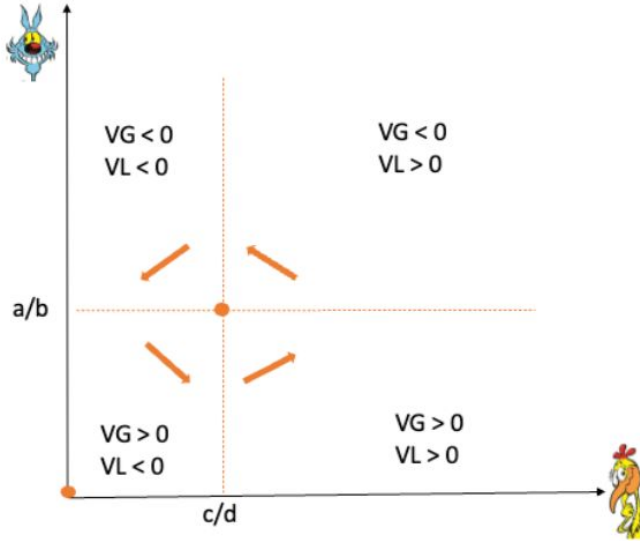
a e c sono i tassi di crescita delle popolazioni, mentre b e d sono la quantità di morti/riprodotti per incontro.

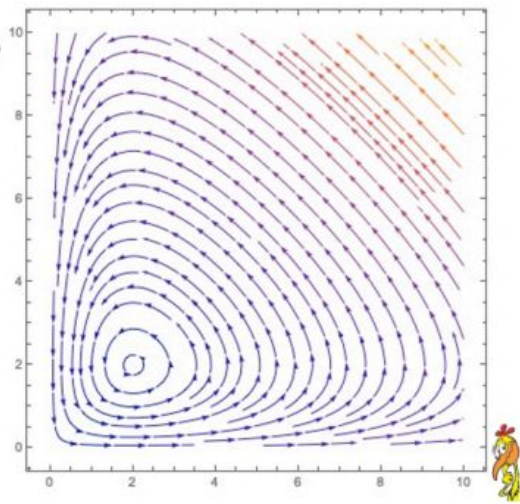
$$G_{n+1} = G_n + \overbrace{G_n(a - bL_n)}^{VG} \quad L_{n+1} = L_n + \underbrace{L_n(dG_n - c)}_{VL}$$



*Un'ulteriore conferma è stata ottenuta passando da una scacchiera $8*8$ ad una $16*16$; in questo genere di partite siamo riusciti, mantenendo i coefficienti a e c , a raggiungere il risultato desiderato.*

$$G_{n+1} = G_n + \overbrace{G_n(a - b L_n)}^{VG} \quad L_{n+1} = L_n + \underbrace{L_n(d G_n - c)}_{VL}$$





blue = prede, $x(0) = 6$; red = predatori, $y(0) = 2$

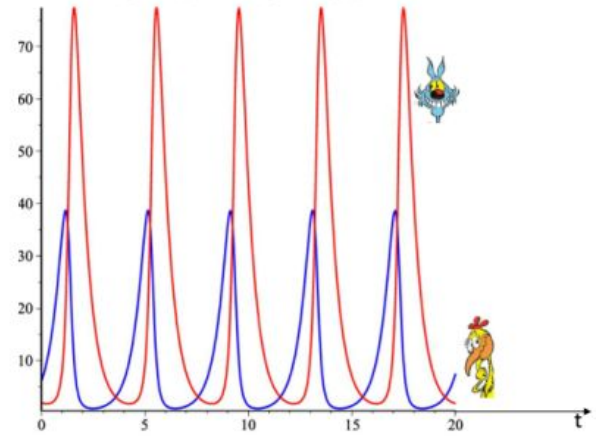
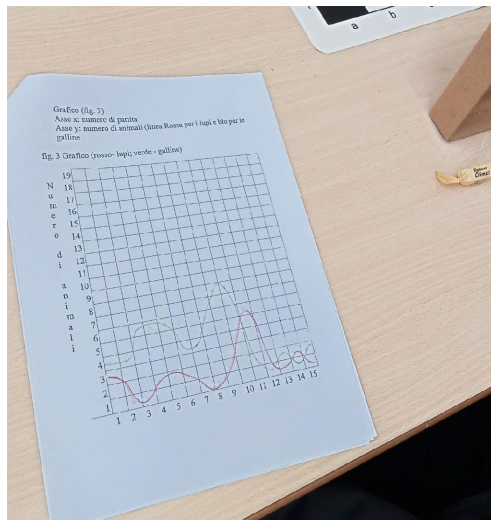


Grafico (fig. 3)
 Asse x: numero di partita
 Asse y: numero di animali (linea Rossa per i lupi e Verde per le galline)

fig. 3 Grafico (rosso - lupi; verde - galline)



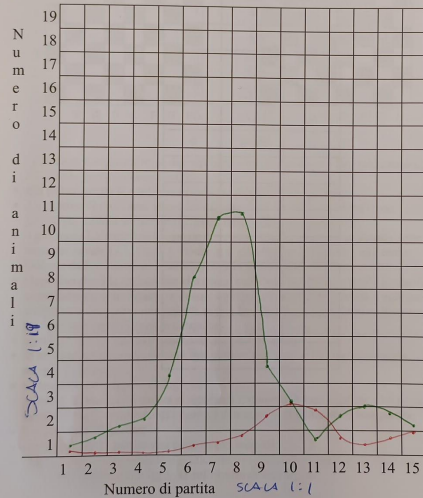
Abbiamo modificato le regole!

La ricerca continua!

Grafico (fig. 3)

Asse x: numero di partita
Asse y: numero di animali (linea Rossa per i lupi e Verde per le galline)

fig. 3 Grafico (rosso - lupi; verde - galline)



Modifichiamo la scacchiera: da 8x8 a 16x16

Tabella fig.2

Numero partita	Numero dei lupi	Numero delle galline
1	4	7
2	1	12
3	1	24
4	1	46
5	2	80
6	4	164
7	8	210
8	16	212
9	32	90
10	20	42
11	36	12
12	16	30
13	10	38
14	16	34
15	18	26

Funziona!!!

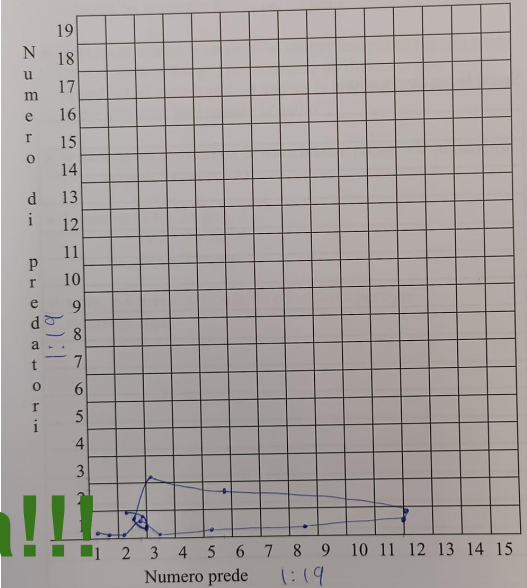
Ora rappresenta sul grafico successivo la tabella della fig.2

Asse x: Prede

Asse y: Predatori

Quindi un punto ha come coordinate (numero prede; numero predatori) al tempo t.

Ritratto di fase (fig. 4)





Grazie!