

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA – SEZIONE DI
ROMA

GARA A SQUADRE 2022

Dipartimento di Matematica Guido Castelnuovo, Sapienza Università di Roma
Dipartimento di Matematica, Università degli Studi Roma Tor Vergata
Dipartimento di Matematica e Fisica, Università degli Studi Roma Tre

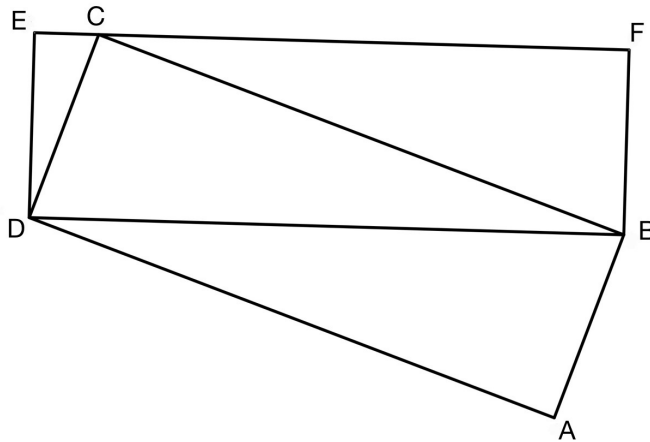
con il sostegno di:

Fondazione Roma Sapienza, Piano Lauree Scientifiche e Unione Matematica Italiana

Quesito 1. In un triangolo acutangolo, l'angolo più piccolo è un quarto dell'angolo più grande. Qual è l'insieme formato da tutte e sole le misure in gradi dell'angolo minore α ?

- (A) $23^\circ \leq \alpha \leq 24^\circ$
- (B) $16^\circ < \alpha < 21^\circ$
- (C) $20^\circ \leq \alpha < 22,5^\circ$
- (D) $18^\circ < \alpha \leq 20,5^\circ$
- (E) $20^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$

Quesito 2. Dati i rettangoli ABCD e DBFE, come in Figura. Siano S_1 , P_1 rispettivamente area e perimetro di ABCD e S_2 , P_2 rispettivamente area e perimetro di DBFE. Quale delle seguenti affermazioni è vera?



- (A) $S_1 = S_2$ e $P_1 = P_2$
- (B) $S_1 > S_2$ e $P_1 \neq P_2$
- (C) $S_1 < S_2$ e $P_1 \neq P_2$
- (D) $S_1 \neq S_2$ e $P_1 = P_2$
- (E) $S_1 = S_2$ e $P_1 \neq P_2$

Quesito 3. In una lontana isola vivono i cavalieri, che dicono sempre la verità, i furfanti, che talvolta dicono la verità e talvolta mentono. Un turista incontra 11 nativi e chiede loro informazioni. Ottiene le risposte seguenti.

Il primo dice “Fra di noi c’è almeno un furfante”,
il secondo dice “Fra di noi ci sono almeno 2 furfanti”,
il terzo dice “Fra di noi ci sono almeno 3 furfanti”,
e così via, fino all’undicesimo che dice “Fra di noi ci sono almeno 11 furfanti”.
Qual è il minimo numero dei furfanti presenti fra gli 11 nativi?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 5
- (D) 6
- (E) 10

Quesito 4. Cinque amici organizzano un torneo di beach volley. Sapendo che ogni squadra è formata da due giocatori, qual è il numero minimo di partite che si devono disputare affinché tutti giochino lo stesso numero di partite, con tutti i compagni possibili e contro tutti gli avversari possibili?

- (A) 15
- (B) 5
- (C) 12
- (D) 20
- (E) 30

Quesito 5. Gino parte da casa con la sua mountain bike e percorre una strada assolutamente dritta. Ad un tratto scorge in lontananza davanti a sé un lago, abbandona la strada e in 50' di faticoso percorso rettilineo fuori strada lo raggiunge. È mezzogiorno e Gino, stanco, decide di tornare a casa andando in linea retta verso il punto della strada a lui più vicino, che raggiunge alle 12:30. Quindi percorre la strada dritta verso casa, dove arriva, stremato, alle 15:30. Sapendo che la velocità di Gino fuori strada è la metà di quella sulla strada, a che ora era partito da casa?

- (A) 8:00
- (B) 8:15
- (C) 8:22
- (D) 8:30
- (E) 8:37

Quesito 6. Claudia gioca alla lunga campana raffigurata nel disegno (lo schema delle caselle è quello dalla 1 alla 7 ripetuto, fino ad arrivare alla casella 2021) lanciando un sasso su ognuna delle 2022 caselle:

Dopo aver lanciato il sasso su una casella, lo raggiunge saltando su un piede sulle caselle singole e su due piedi sulle caselle in coppia (un piede per casella).

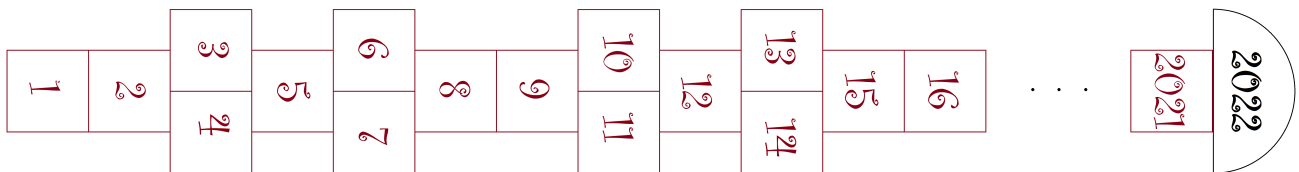
Claudia procede nel modo seguente:

- quando il sasso da raggiungere è su una casella singola, Claudia si ferma sulla casella singola precedente o sulle caselle in coppia precedenti;
- quando il sasso da raggiungere è sulla casella di sinistra di una coppia di caselle, Claudia si ferma sulla casella singola precedente;
- quando il sasso da raggiungere è sulla casella di destra di una coppia di caselle, Claudia salta su un piede sulla casella di sinistra, che ha il numero precedente, e si ferma.

Dopo essersi fermata, Claudia raccoglie il sasso che è sulla casella successiva, si volta (senza saltare) e ritorna alla casella 1 con la stessa modalità dell'andata. Quindi lancia il sasso nella casella successiva a quella da cui lo aveva raccolto, e riparte.

Alla fine del gioco, quando Claudia ha lanciato il sasso su tutte le caselle della campana ed è tornata al punto di partenza, quanti salti ha fatto su un piede solo?

Nota bene: la casella 2022 conta come casella singola.



- (A) 1753362
 (B) 3141592
 (C) 4044
 (D) 27182818
 (E) 4088484

Quesito 7. Quanti sono i numeri naturali n per cui $|n^2 - 22n + 117|$ è un numero primo?

- (A) 0
 (B) 1
 (C) 2
 (D) 3
 (E) 4

Quesito 8. Si consieri l'espressione $(2 - x - 2x^2)^{1011}$. Una volta scritta come polinomio $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$, quanto vale la somma dei suoi coefficienti $(a_0 + a_1 + a_2 + \dots)$?

- (A) una potenza di 2
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1011
- (E) 2022

Quesito 9. Un'urna contiene nove palline, contrassegnate rispettivamente dai numeri 1, 2, 3, \dots 9. Ti viene proposto il seguente gioco. Per vincere, devi avere tre palline tali che il minimo comune multiplo dei corrispondenti numeri sia maggiore di 100. Estrai casualmente tre palline; dopo averle guardate, se vuoi puoi scartare una oppure due di queste palline ed estrarne altrettante fra le sei rimaste. A questo punto si calcola il minimo comune multiplo delle tre palline che hai. Alla prima estrazione trovi le palline con i numeri 5, 6, 9. Se usi la migliore strategia, qual è la tua probabilità di vittoria?

- (A) $1/4$
- (B) maggiore di $1/4$ ma minore di $1/3$
- (C) $1/3$
- (D) maggiore di $1/3$ ma minore di $1/2$
- (E) $1/2$

Quesito 10. Kane ha deciso di mettere in fila, da sinistra verso destra, infiniti bastoncini via via sempre più piccoli. Decide poi di numerare con i numeri interi gli spazi tra di essi, indicando con n lo spazio immediatamente a sinistra dell' n -mo bastoncino. Si accorge a questo punto che una pallina che cade su un bastoncino ha sempre il 50% di probabilità di cadere nello spazio alla sua sinistra e il 50% di probabilità di cadere sul bastoncino alla sua destra. Qual è la probabilità che, lasciando due palline sul primo bastoncino, la somma dei numeri degli spazi in cui cadono sia un numero pari?

Dare come risposta la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

Quesito 11. Qual è il numero minimo di dischi, con diametro uguale a 1, necessari a ricoprire il quadrato unitario?

Quesito 12. Tra tutte le espressioni del tipo $(a + b + c + d) * (e + f + g + h)$ dove compaiono una e una sola volta i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, qual è il risultato più grande che si può ottenere?