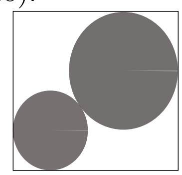
Olimpiadi di Matematica al Castelnuovo 2024 - Gara individuale

Nome: *Cognome:* *Scuola:* *Anno scolastico:*

Regole: Tempo: 90 minuti. Le risposte non date valgono 1 punto, le risposte errate valgono 0 punti. Risposte esatte: Esercizi 1-5 = 2 punti. Esercizi 6-9 = 4 punti. Esercizo 10 = 4 punti + 2 punti per lo svolgimento (assegnabili solo se la risposta è corretta). J = Jolly! Raddoppia il punteggio. Se ne possono usare al più due (dove si vuole; se usato per l'esercizio 10 raddoppia anche gli eventuali punti per lo svolgimento).

Esercizio 1 Sono dati due cerchi tangenti tra di loro e tangenti ognuno a due lati diversi di un quadrato come in figura. Sapendo che la somma dei raggi dei due cerchi è 1, determinare l'area del quadrato



Risposte: A) $\frac{3}{2}+\sqrt{2}$; B) 2; C) $2\sqrt{2}$; D) 2π ; E) 1. A B C D E **J**

Esercizio 2 Carlo posiziona dei dischi di raggio 1 cm orizzontalmente dentro una scatola a base quadrata di lato 10 cm. Tali dischi non si sovrappongono e Carlo non potrebbe aggiungerne un altro senza farlo sovrapporre a quelli già posizionati. Carlo conta i dischi posizionati e constata che sono N. Quale tra questi valori può coincidere con N?

Risposte: A) 4; B) 6; C) 0; D) 20; E) 34. A B C D E **J**

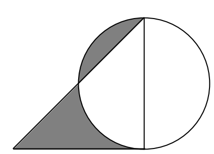
Esercizio 3 Nina e Ben fanno un gioco su una normale scacchiera quadrata, di lato 8. Nina ha una pedina nera e Ben una bianca. Le 2 pedine partono da due vertici opposti della scacchiera. A turno i giocatori muovono la propria pedina verticalmente o orizzontalmente, in una casella adiacente. Vince il giocatore che con la propria pedina "mangia" quella dell'altro (cioè capita nella sua casella). Comincia Nina. Chiamiamo "strategia vincente" un modo di giocare che conduce a vittoria certa, qualunque siano le mosse dell'avversario, e "strategia di pareggio" un modo di giocare che fa durare la partita all'infinito. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

Risposte: A) per Nina esiste una "strategia vincente"; B) per Ben esiste una "strategia vincente";
C) per Nina non esiste alcuna "strategia vincente" ma ne esiste una "di pareggio";
D) per Ben non esiste alcuna "strategia vincente" ma ne esiste una "di pareggio";
E) per nessuno dei due esistono "strategie vincenti" o "di pareggio". A B C D E **J**

Esercizio 4 Si considerino tutti i possibili numeri della forma $x_1 \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$ dove x_i sono naturali, $1 \leq x_i \leq 6$ e $x_i \neq x_j$ per $i \neq j$. Quanti di questi numeri sono dispari?

Risposte: A) 0; B) 1; C) 6 ; D) 11 ; E) 15. A B C D E **J**

Esercizio 5 Un triangolo isoscele rettangolo ha un cateto che coincide con il diametro di un cerchio di raggio r. Si dica quanto vale l'area grigia.



Risposte: A) $\sqrt{2}\,r$; B) r^2; C) $2\pi r$; D) $\frac{\pi}{4}\,r^2$, E) $(\sqrt{2}-1)\,r^2$.

A B C D E **J**

Esercizio 6 Il numero di 5 cifre $A679B$ è divisibile per 72. Qual è il minimo valore del prodotto $A \cdot B$?

J

Esercizio 7 Mario vuole acquistare piastrelle larghe 6 cm e lunghe 7 cm, e con queste, adagiandole una adiacente all'altra in modo opportuno, e senza sovrapporle, vuole comporre una piastrella quadrata. Qual è il numero minimo di piastrelle 6x7 che Mario deve comprare?

J

Esercizio 8 Sono dati 10 rettangoli con base lunga 1 cm e altezze $1, 2, \ldots, 10$ cm rispettivamente. Determinare qual è il perimetro minimo tra le figure che si ottengono disponendo i rettangoli uno adiacente all'altro, in modo che le loro basi ricoprano un segmento di lunghezza 10 cm.

J

Esercizio 9 Date tre cifre differenti, si possono formare 6 numeri differenti. Qual è il fattore primo più grande della somma di questi sei numeri?

J

Esercizio 10 Sia ABC un triangolo equilatero di lato 4 cm. Dato un punto P nel lato BC, si considerino i punti S e T ottenuti riflettendo simmetricamente P rispetto alle rette passanti per AB e AC, rispettivamente. Si determini l'area minima tra tutti i triangoli AST così ottenuti.

J

Svolgimento: