INCONTRO N. 1: INFORMAZIONE

LICEO MATEMATICO   CLASSI 3Q E 4 Q   A.S. 2019/20

GRUPPI FISSI DA 3 ALUNNI

- Gruppo 1:
- Gruppo 2:
- Gruppo 3:
- Gruppo 4:
- Gruppo 5:
- Gruppo 6:

PENSA UN NUMERO TRA ….

Regole del gioco:

- A turno uno di voi sceglie un numero in un intervallo assegnato (estremi inclusi) e lo scrive, senza farsi vedere, sulla scheda o sul suo quaderno. Gli altri studenti cercano di indovinare il numero ponendo delle domande a cui si possa rispondere **solamente** con un **si** o **no**, <u>senza ulteriori commenti o suggerimenti.</u>
- Dovete tutti **tenere il conto** di **quante domande** fate per scoprire il numero misterioso.

DISCUSSIONE ALL'INTERNO DEL PROPRIO GRUPPO

- Qual è il **numero massimo** di domande necessarie per scoprire il numero?
- Qual è il **numero minimo** di domande necessarie per indovinare il numero?
- Quale relazione si può immaginare fra il numero di elementi dell'insieme A = $\{n, 1, 2, 3, 4, \ldots, n + 63\}$ e il numero minimo (che indicheremo con l(A)) di domande che servono per indovinare il numero?

DISCUSSIONE CONDIVISA

- Qual è il **<u>numero massimo</u>** di domande necessarie per scoprire il numero?
- Qual è il **numero minimo** di domande necessarie per indovinare il numero?
- Quale relazione si può immaginare fra il numero di elementi dell'insieme A = $\{n, 1, 2, 3, 4, \ldots, n + 63\}$ e il numero minimo (che indicheremo con l(A)) di domande che servono per indovinare il numero?

CONCLUSIONI DEGLI STUDENTI IN SEGUITO ALLA DISCUSSIONE CONDIVISA

- Hanno capito che conveniva dimezzare ogni volta le possibilità ma hanno trovato solo un primo passaggio pari/dispari
- Dopo lunga discussione hanno capito che bisognava chiedere ogni volta >= della metà del nuovo intervallo ma è stato difficile per loro applicare tale regola negli esempi.
- La scheda con modulo ha creato perplessità, abbiamo dovuto riprendere, la lezione dopo, l'argomento teorico e usare una nuova scheda.

RIPROVIAMO, ORA PENSO IO

- **Ho pensato un numero**, per fare prima nell'intervallo [0;31] di ampiezza metà dei vostri.
  - 22
- **Discutete** all'interno del vostro gruppo per stimare il numero di domande necessario per indovinare (con sicurezza)
- **Un capogruppo** per banco alla volta **espone** la conclusione a cui è pervenuto il suo gruppo
- CONCLUSIONE: Pensate di aver compreso il metodo?

INCONTRO N. 2: INFORMAZIONE

LICEO MATEMATICO   CLASSI 3Q E 4 Q   A.S. 2019/20

STRATEGIA PER MINIMIZZARE LE DOMANDE

- scelgo un numero fra 0 e 63 (estremi inclusi).
- Gli studenti devono cercare di indovinare il numero ponendo delle semplici

domande a cui si possa rispondere con un si o con un no senza ulteriori commenti.

- Qual è il **numero massimo di domande** che si possono fare per **essere certi di** indovinare?
- Qual è il **numero minimo di domande** che si devono fare per **essere certi di** indovinare?
- Quale relazione si può immaginare fra il numero di elementi dell'insieme A [0;63] e il numero minimo, che indicheremo con I (A), di domande necessarie?

STRATEGIA PER MINIMIZZARE LE DOMANDE

- La richiesta di domande binarie (sì no) suggerisce di usare le relazioni d'ordine $\leq$ (o $\geq$) e cercare di avvicinarsi al numero nascosto con un procedimento per eccesso e per difetto.
- Si può per esempio dividere il numero di elementi in A in 2 intervalli con la stessa cardinalità (o quasi) e chiedere se $x \geq \frac{|A|}{2} = 32$.
- Se la risposta è positiva significa che x ∈ [32; 63]
- Se la risposta è risposta significa che x ∈ [0; 31]
- La procedura potrà essere reiterata nel nuovo intervallo ottenuto, trovando il valor medio.

CLASSE DEI RESTI MODULO N

- Posto x ∈ [0; 63], ecco un'altra possibile strategia:
- $x \geq 32 \bmod 64$ **se s**i il numero è almeno **32**, altrimenti no
- $x \geq 16 \bmod 32$ **se si** il numero è almeno **16 in più** della limitazione precedente, altrimenti no
- $x \geq 8 \bmod 16$ **se si** il numero è almeno **8** in più della limitazione precedente, altrimenti no
- $x \geq 4 \bmod 8$ **se si** il numero è almeno **4** in più della limitazione precedente, altrimenti no
- $x \geq 2 \bmod 4$ **se si** il numero è almeno **2** in più della limitazione precedente, altrimenti no
- $x \geq 1 \bmod 2$ **se si** il numero è almeno **1** in più della limitazione precedente, altrimenti no

IL NUMERO DI DOMANDE I(A) BINARIE
È SEMPRE **6?**

- Qual è la relazione fra il numero di elementi in A ed il numero di domande sì/no?
- Se ad ogni risposta sì assegniamo 1 e ad ogni risposta no assegniamo 0, a cosa corrisponde la sequenza di 1 e 0 così ottenuta?
- Ora usate la scheda fornita martedì scorso.

COMPLICHIAMO UN PO' LE COSE

- Consideriamo adesso due insiemi

$$B = \{0, 1,2, 3, 4, 5, 6, 7\} \text{ e } C = \{0, 1,2, 3\}$$

- si può fare lo stesso tipo di gioco sia con B che con C e determinare I(B) e I(C).
- Si può poi costruire

l'insieme prodotto B X C i cui elementi sono 32.

- Se io scelgo un elemento di BXC, che domande vi conviene porre per indovinarlo? In quanti passi lo si può determinare?
- Discutetene nel vostro gruppo.

DISCUSSIONE CONDIVISA

- Cosa ha concluso ciascun gruppo?
- Se io scelgo un elemento di BXC, **<u>che domande</u>** vi conviene porre per indovinarlo?
- **<u>In quanti passi</u>** lo si può determinare?
- Che relazione si può immaginare fra I(B); I(C) e I(B X C)?
- Quale funzione conosci che soddisfa una relazione del tipo:

$$I(B \times C) = I(B) + I(C)\ ?$$

Scrivete le vostre conclusioni sul quaderno adesso.

INCONTRO N. 3: INFORMAZIONE

LICEO MATEMATICO   CLASSI 3Q E 4 Q   A.S. 2019/20

COSA ABBIAMO SCOPERTO

- Se scelgo un numero $x \epsilon A$ con $|\mathcal{A}|$=64, lo si può determinare con certezza ponendo $\log_2 64$= 6 domande.
- Se scelgo un numero $x_1 \epsilon B$ con $|\mathcal{B}|$ = 4, lo si può determinare con certezza ponendo $\log_2 4$= 2 domande.
- Se scelgo un numero $x_2 \epsilon C$ con $|\mathcal{C}|$ = 8, lo si può determinare con certezza ponendo $\log_2 8$= 3 domande.
- Se scelgo un elemento di BXC, con $|\mathcal{B}\mathbf{XC}|$ = 4x8=32, abbiamo visto che lo si può determinare con certezza ponendo $\log_2 32$= 5 domande.
- Ciò equivale a porre $(\log_2 4 + \log_2 8)$ domande.

CONTENUTO DI INFORMAZIONE SECONDO SHANNON

- La funzione $\mathcal{I}$(x) misura la **quantità d'$\mathcal{I}$nformazione** contenuta nella elemento x dell'insieme $\mathcal{A}$.
- La funzione $\mathcal{I}$(x) soddisfa le proprietà della funzione logaritmo.
- Gli eventi certi non danno informazione ($\mathcal{I}$=0)
- Gli eventi poco probabili danno molta informazione
- **Shannon** definisce il Contenuto di informazione (binaria) come:

$$\mathcal{I}(X=x) = \log_2\left(\frac{1}{p(x)}\right)$$

EVENTI EQUIPROBABILI, MA NON SEMPRE

- Nel caso di eventi equiprobabili (esempio moneta o dado non truccati) la probabilità di ciascun evento semplice (elemento di A) ha probabilità p=$\frac{1}{|\mathcal{A}|}$

ESEMPI

- Quanto vale $\mathcal{I}$(x) nei casi
- $\mathcal{A} = \{T, C\}$ moneta non truccata, le probabilità sono $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$
- $\mathcal{A} = \{T, C\}$ moneta **truccata**, le probabilità sono $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right\}$
- $\mathcal{A} = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$ **stringhe binarie**, con probabilità …

  proviamo alcuni esempi. Cosa proponete?
- Un altro esempio … micro e macro stati.