

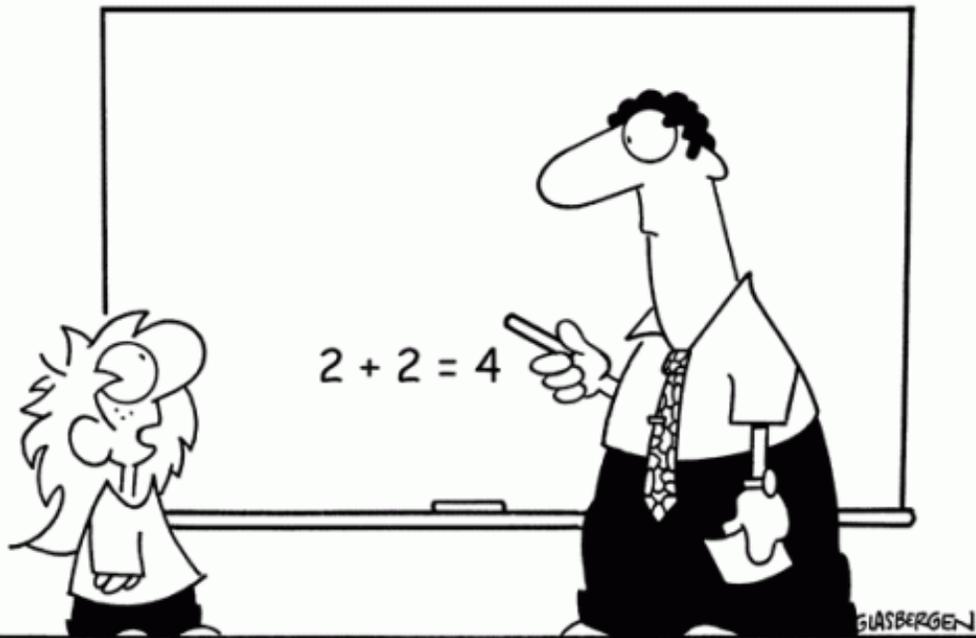


LICEO MATEMATICO

IIS Gregorio da Catino - Poggio Mirteto (RI)

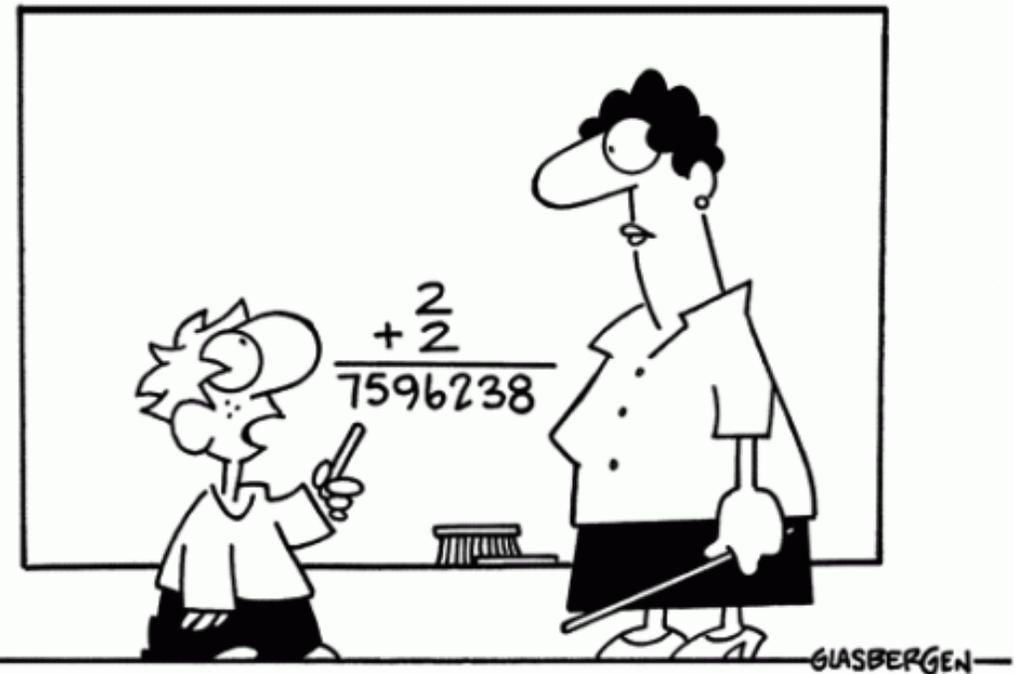
CALCOLI

© 2007 by Randy Glasbergen. www.glasbergen.com



Come posso crederla, dato che usa una tecnologia così antiquata?

Copyright 2005 by Randy Glasbergen. www.glasbergen.com

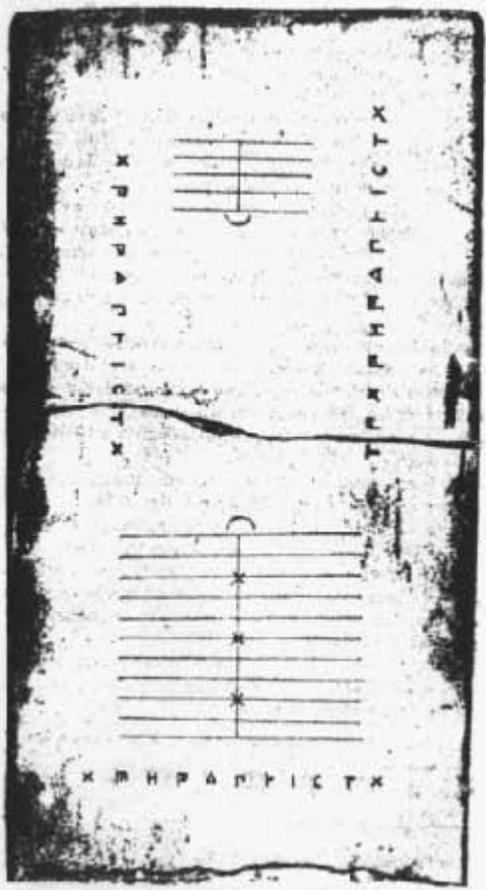


In un mondo sempre più complesso, a volte le vecchie domande hanno bisogno di nuove risposte!

L'ABACO

L'abaco, è il più semplice e il più antico strumento di calcolo, inventato dall'uomo per semplificare le complicazioni di calcoli lunghi e laboriosi. Si usa ancora oggi, come pallottoliere.





算
suan

Gli abachi più antichi erano tavoli ricoperti da un sottile strato di sabbia sui quali con uno stilo si segnavano i calcoli. Abaco deriva dal latino *abacus* e questa dalla parola greca *abaks* che significa “tavolo” e che deriva probabilmente, a sua volta, dalla parola semitica *abaq* che vuol dire proprio “sabbia” o “polvere”. Uno degli abachi più antichi, ritenuto erroneamente, all’inizio, un tavolo da gioco, è quello ritrovato nell’isola di **Salamina**, simile a quelli usati successivamente anche dai romani e fino al medioevo.

Nell’antica Cina si usavano abachi di bacchette di bambù, successivamente prevalsero le tavole o tavolette sulle quali erano segnate linee e colonne di divisione che indicavano i diversi ordini di unità del sistema di numerazione in uso, Su queste linee venivano poi collocati dei gettoni che rappresentavano i numeri e, muovendoli in modo opportuno, come vedremo, si poteva eseguire ogni tipo di calcolo.

Il modello di abaco più diffuso è quello cinese, chiamato Suan Pan. Prevede una serie di asticcioline che indicano, andando da destra verso sinistra, i diversi ordini delle unità, cioè le unità del primo ordine, le decine, le centinaia, le migliaia e così via.

Il carattere cinese *Suan* significa “calcolare” e rappresenta un antico abaco di bacchette bambù tenuto da due mani.

Su ogni asticciola sono sistemate sette palline con una barra che ne separa cinque equivalenti all’unità da una parte e due equivalenti a cinque unità. dall’altra.

L'abaco rimase per migliaia di anni l'unico tipo di macchina da calcolo disponibile. Per arrivare a un nuovo tipo di calcolatrice, c'era un problema molto complesso da superare: il “riporto” da un'unità all'altra, problema che nell'abaco, viene risolto manualmente.

Per i calcoli più complicati venivano usati grandi tavoli da calcolo, simili a quelli del Vaso di Dario o dell'Isola di Salamina, sui quali i numeri erano segnati da gettoni, spostando i quali si eseguivano i calcoli. Le cifre arabe, introdotte nel Duecento da Fibonacci con il suo *Liber Abaci* (In questo caso per *abaco* non si intende lo “strumento per contare”, ma “l'arte del contare”, infatti una parte del libro è dedicata alle regole pratiche dell'aritmetica) e da altri, venivano usate esclusivamente dai matematici, mentre in pratica fino al Cinquecento continuò l'uso dei tavoli da calcolo, come dimostra l'incisione che riportiamo della *Margarita Philosophica*.





Incisione da *Margarita Philosophica* di Gregor Reisch, 1503, un libro di introduzione all'aritmetica tedesco.

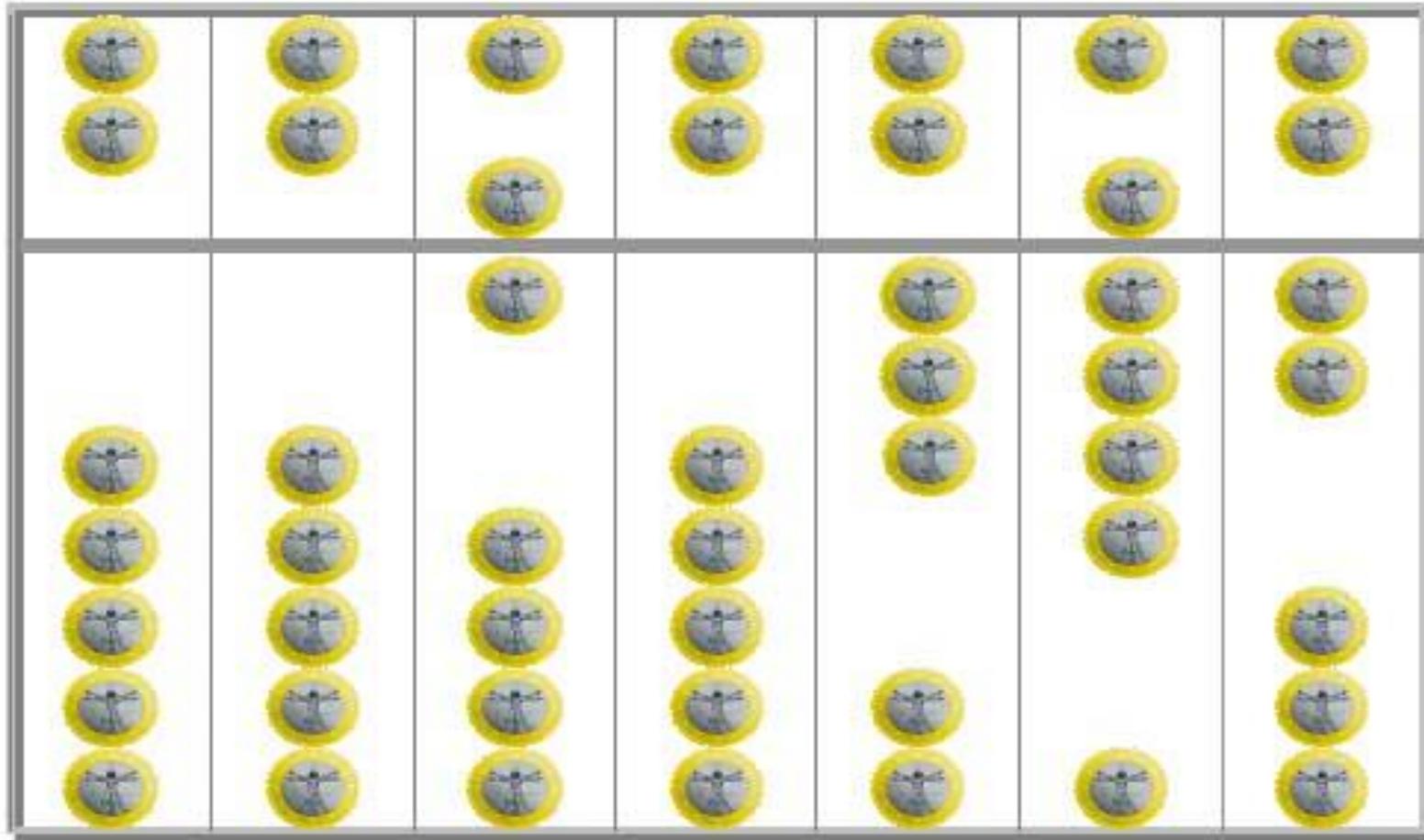
Rappresenta il contrasto fra i due modi di calcolare entrambi ancora usati in quel periodo.

L'Arithmetica, una donna, tiene due libri nelle sue mani con i due diversi tipi di calcolo. A sinistra, **Pitagora** calcola con gettoni su un tavolo da calcolo, mentre a destra **Boezio** usa le cifre arabe per i suoi calcoli.

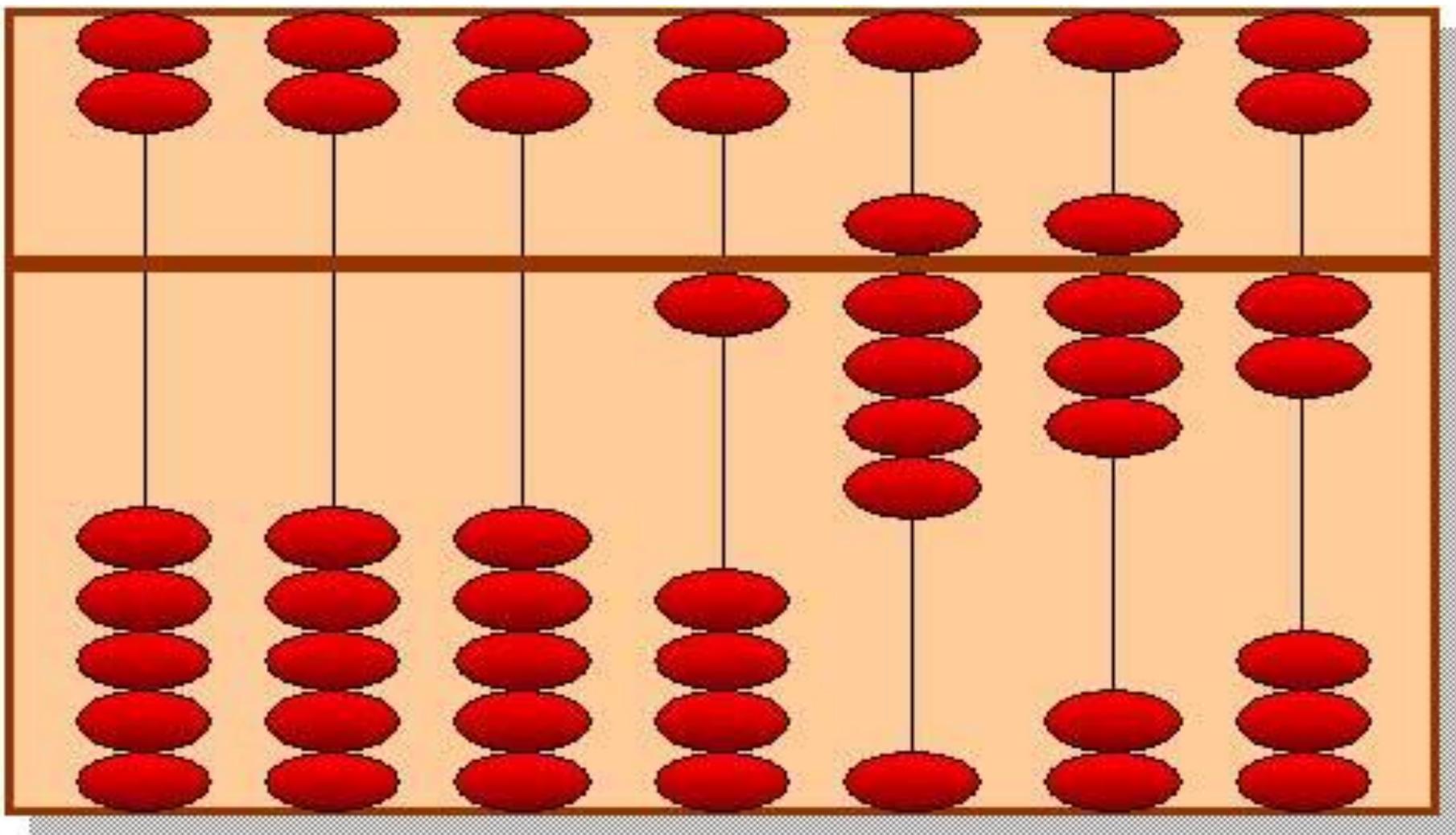
Scrive Martin Gardner, “Il difetto principale del calcolo con l’abaco è il fatto che questo strumento non permette di fermare le operazioni passate; se viene fatto un errore, è necessario ripetere da capo tutta l’operazione. Le aziende giapponesi spesso ovviano a questo difetto facendo eseguire la stessa operazione da tre abacisti contemporaneamente. Se le tre soluzioni concordano, seguendo la regola data dal banditore nel libro di Lewis Carroll *The Hunting of the Snark*, si deduce che *quello che ti ripeto tre volte è vero*”.



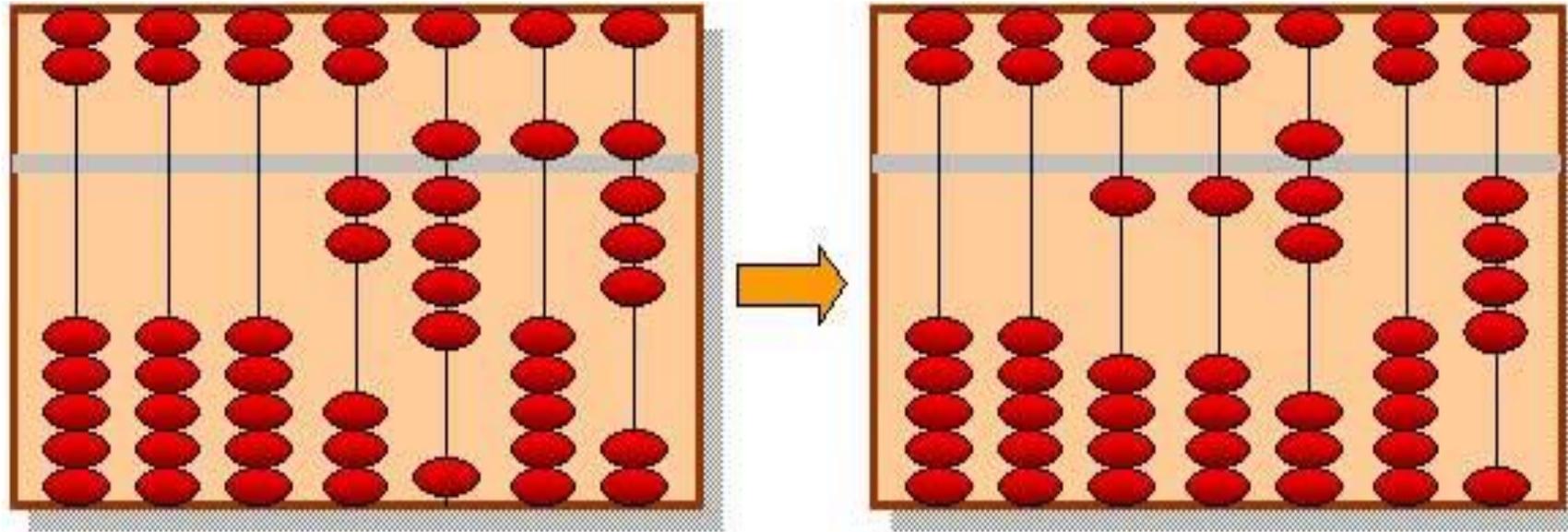
Per illustrare il modo di utilizzare l'abaco, scegliamo il modello cinese, *Suan Pan*. Lo potremmo però sostituire facilmente con un foglio di carta sul quale dobbiamo tracciare le linee corrispondenti allo schema di un abaco "da tavolo", simile a quelli che erano in uso nel medioevo, nei quali le palline venivano sostituite da monete o gettoni.



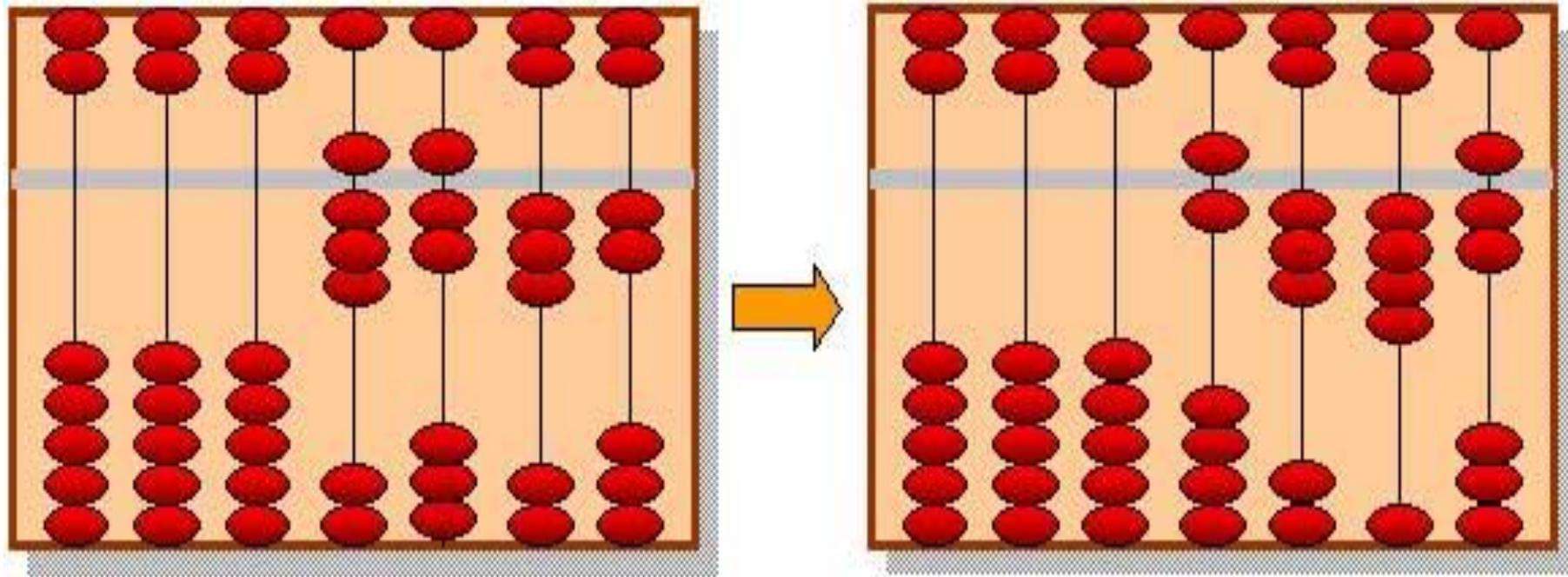
Per rappresentare un numero si spostano le palline corrispondenti verso la barra orizzontale. Sull'abaco di figura, ad esempio, è impostato il numero 1.982.



Per eseguire un'addizione si imposta il primo numero sull'abaco e si aggiungono poi le palline corrispondenti al secondo numero, andando da destra verso sinistra e tenendo conto dei riporti da un'unità all'altra. Calcoliamo, ad esempio, $2\,958 + 8\,746$. Dopo aver impostato il primo numero $2\,958$, aggiungiamo a 8 altre 6 unità: $8 + 6 = 14$.



Per eseguire una sottrazione si procede allo stesso modo impostando dapprima il minuendo e togliendo poi a questo le palline corrispondenti al sottraendo



Calcoliamo, ad esempio, $8\ 732 - 2\ 385$. Si procede, al contrario dell'addizione, da sinistra verso destra. Incominciamo quindi a togliere due palline da un'unità sull'asticciola delle migliaia. Successivamente togliamo 3 centinaia (cioè ne togliamo 5 e ne aggiungiamo 2) a 7 centinaia. Per togliere poi 8 decine a 3 decine, prendiamo in prestito 10 decine dalla fila delle centinaia, togliendo ancora una pallina e abbassando le due palline da 5 nella fila delle decine. Infine, per le unità, prendiamo in prestito allo stesso modo una decina, togliendo una pallina nella fila corrispondente e arriviamo così al risultato, 6 347.

Le moltiplicazioni o le divisioni si eseguono sull'abaco sotto forma rispettivamente di addizioni o di sottrazioni ripetute, secondo una tecnica che ricorda quella dei moderni calcolatori.

In pratica, per la moltiplicazione, si calcola una serie di addizioni.

Ad esempio, per calcolare 28×4 si calcola:

$$28 + 28 + 28 + 28$$

Se la moltiplicazione è complicata si applica la proprietà distributiva:

$$\begin{aligned} 3452 \times 256 &= 3452 \times 200 + 3452 \times 50 + 3452 \times 6 = \\ &= 345\ 200 \times 2 + 34\ 520 \times 5 + 3\ 452 \times 6 \end{aligned}$$

In questo caso sommiamo quindi sull'abaco, secondo la tecnica che abbiamo appena visto, 2 volte 345 200 con 5 volte 34 520 ed infine con 6 volte 3 452.

Vediamo, come esempio della divisione, l'operazione $140 : 20$.

Possiamo togliere 7 volte 20 da 140 e 7 è quindi il quoziente:

$$140 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 = 0$$

In pratica dobbiamo impostare il dividendo sull'abaco e togliere a questo tante volte il divisore quanto è possibile, segnando su un'asticciola libera il numero delle sottrazioni eseguite. Il numero che alla fine risulta segnato sull'asticciola è il quoziente.

Calcoli in base10.

Conosciamo gli algoritmi che ci permettono di calcolare somme, sottrazioni, divisioni e prodotti.

Questi procedimenti, però, non sono unici.

Per esempio vediamo come calcolano la moltiplicazione gli arabi, detta moltiplicazione per gelosia (griglia):

LA MOLTIPLICAZIONE ARABA

Per la moltiplicazione musulmana si utilizza uno schema simile a quello maya. la posizione delle cifre ne indica la significatività, secondo lo schema seguente.

più significativa meno significativa

diagonale secondaria

diagonale principale

10.000 1000 100 10 1

La diagonale principale indica la significatività, più si è in alto sulla diagonale, maggiore è il valore.

ESEMPIO

	1	2	3	
4	4	8	1	2
0	0	0	0	0
5	1	0	1	5

④

1 +
8 +
0 =
⑨

2 +
0 +
1 +
5 =
⑧

1 +
0 +
0 =
①

⑤

123 x 405 =
49815

Elenco operazioni:

3 x 4 = 12
 3 x 0 = 0
 3 x 5 = 15
 2 x 4 = 8
 2 x 0 = 0
 2 x 5 = 10
 1 x 4 = 4
 1 x 0 = 0
 1 x 5 = 5

schema operazione

3

d

1	2
3	4

4

u

3 x 4 = 12

Ovviamente questo procedimento è del tutto equivalente al nostro.

$$\begin{array}{r} 363 \times \\ 215 = \\ \hline 1815 \\ 363 - \\ 726 - - \\ \hline 78045 \end{array}$$

Dalla necessità di sveltire i conti e renderli accessibili a molte persone sono nati molte procedure di calcolo.

Moltiplicazione russa

Calcoli in base due

<http://rudimatematici-lescienze.blogautore.espresso.repubblica.it/2014/11/10/come-far-impazzire-la-maestra/>

I bastoncini di Nepero

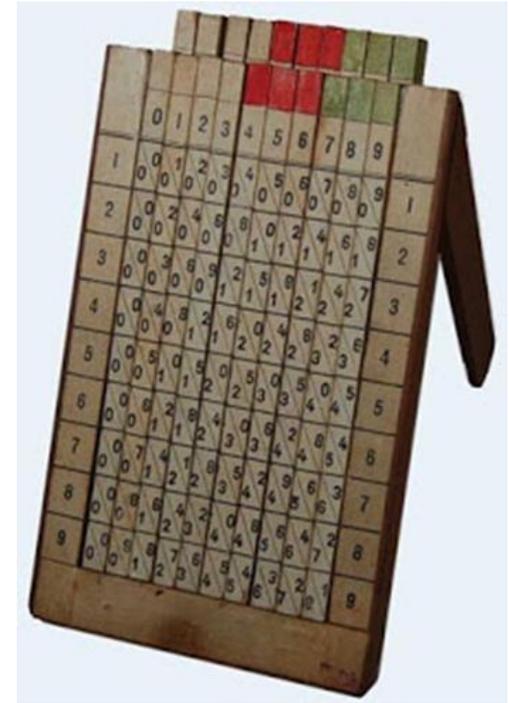
Questi strumenti di calcolo furono presentati dal matematico scozzese **Giovanni Nepero** (1550-1617) in un volume intitolato **Rabdologie**, pubblicato a Edimburgo nel 1617.

Sono una serie di dieci bastoncini di legno con una faccia divisa in dieci quadrati nei quali, eccetto il primo, è tracciata la diagonale che va dall'alto a destra in basso a sinistra.

Nel regolo base è stampata una delle cifre decimali da 1 a 9 (base 10) mentre negli altri quadratini in ogni bastoncino sono riportati i multipli del numero che sta in testa: le decine nel triangolo superiore e le unità nel triangolo inferiore.

Questi strumenti sono considerati, insieme ad altre invenzioni analoghe, moderni antenati del computer, per via del fatto che utilizzano un sistema di calcolo.

I bastoncini, chiamati anche *virgulae numeratrices*, sono costituiti da 10 moduli verticali nei quali vengono riportate le tabelline dei numeri da 0 a 9. Ogni risultato viene scritto in un quadrato diviso a metà dalla diagonale principale; si scrive una sola cifra per ogni parte, una per le unità e una per le decine.



Questi sono i bastoncini mobili, perchè come si vedrà possono essere spostati per fare le operazioni. Oltre a questi “bastoncini” se ne prepara un altro che è fisso, esso è costituito dalla sequenza di cifre da 1 a 9. Come si può vedere sotto, messi in questa posizione i bastoncini formano una normale tavola pitagorica:

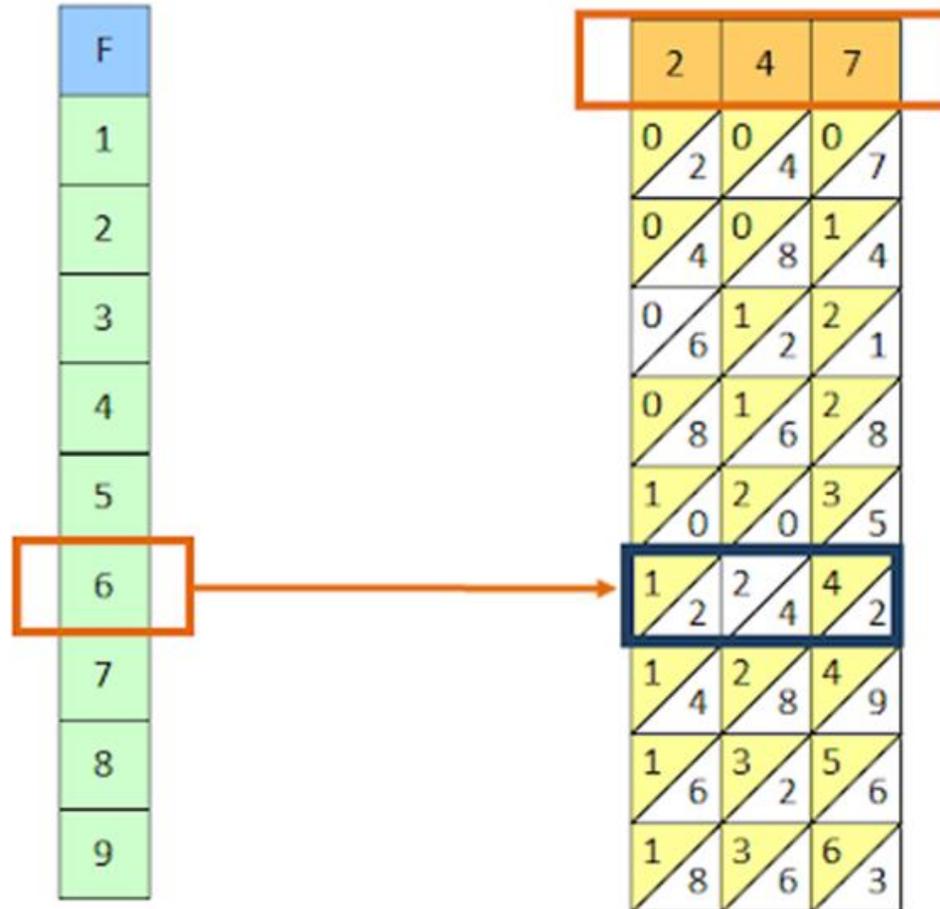
F
1
2
3
4
5
6
7
8
9

Regolo fisso

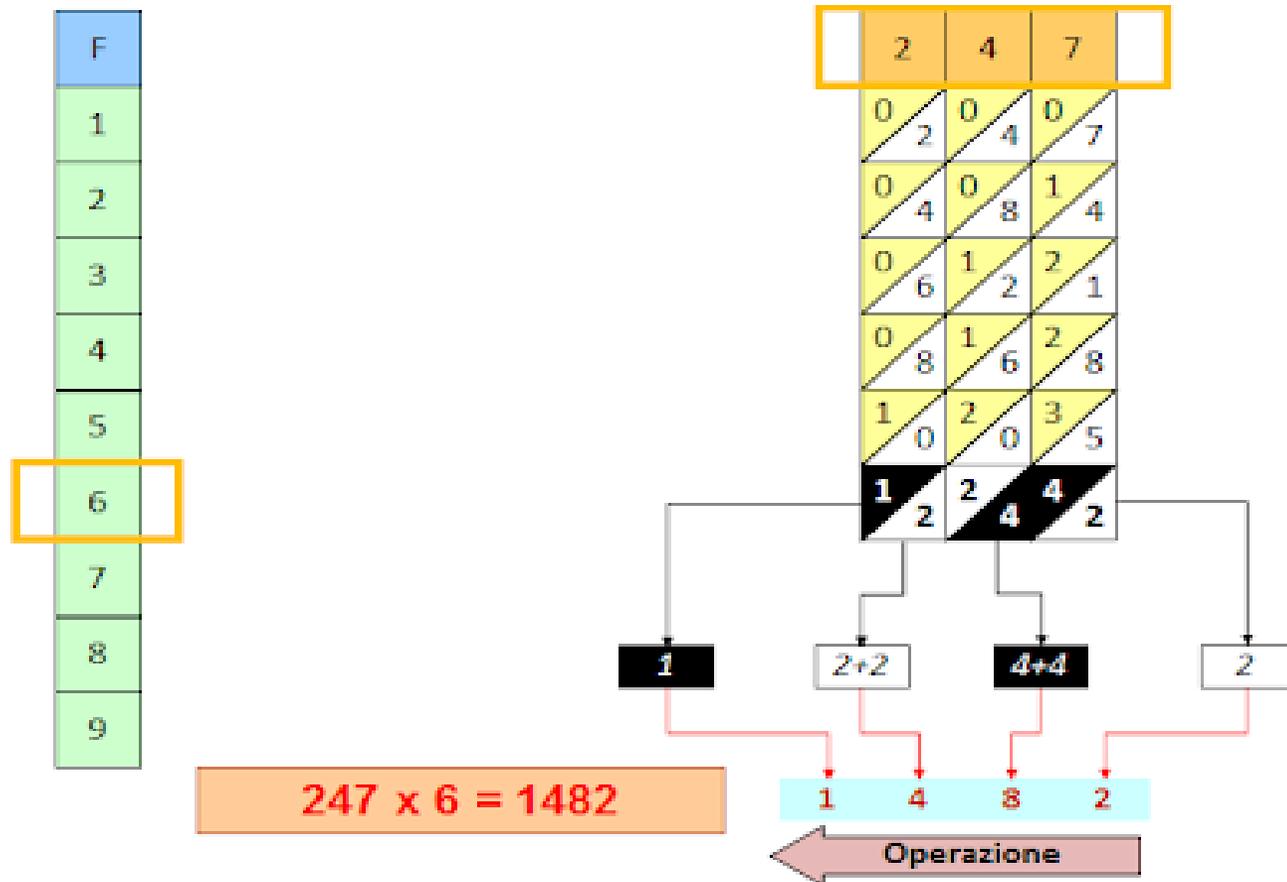
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8
0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7
0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6
0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5
0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4
0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3
0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2
0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1

Regoli mobili

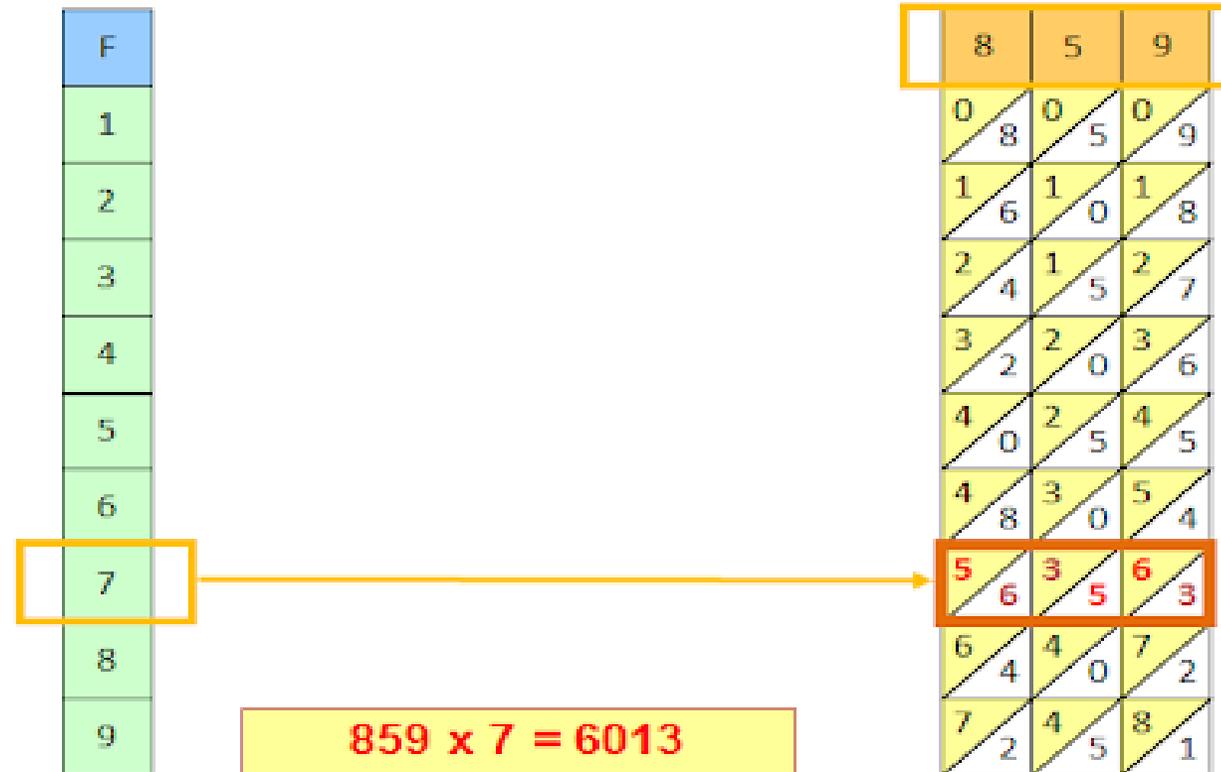
Ipotizziamo di moltiplicare 6×247 . Lasciamo il regolo fisso da una parte e preleviamo solo i bastoncini 2, 4 e 7, affiancandoli come sotto:



Per ogni fila abbiamo ottenuto il risultato corrispondente. Le cifre della combinazione devono venire considerate in diagonale e quelle della stessa diagonale vanno sommate. Nel nostro esempio, l'uno rimane solo, i due si sommano in quanto appartenenti alla stessa diagonale, i quattro si sommano per lo stesso motivo, il due rimane solo perchè è nella quarta diagonale, si otterrà il numero 1482, che infatti è il risultato di 6 per 247.



Da non dimenticare il calcolo del riporto come si può osservare sotto, prendiamo ancora il bastoncino fisso e l'8, il 5 e il 9 di quelli mobili, affiancandoli, moltiplichiamo per 7:



Come nelle normali operazioni si tiene a mente il riporto sommandolo alle cifre successive: in pratica partendo dal 3, $5+6$ fanno 11, si scrive l'1 si riporta uno, si aggiunge a $6+3$ che dà 10, si scrive lo 0 e si aggiunge l'uno al cinque che è solo nella diagonale.

Naturalmente con i bastoncini di Nepero è possibile eseguire anche le divisioni e negli anni numerose altre varianti hanno consentito di estrarre perfino le radici quadrate.

Nepero non ritenne di aver inventato qualcosa di nuovo, in quanto aveva rielaborato uno strumento preesistente chiamato Gelosia, che si sviluppò probabilmente in India e si diffuse nel medioevo in Arabia, Persia, Cina, venne introdotto in Italia nel 1300 e prese il nome dalle griglie delle finestre a cui graficamente assomigliava. Anticamente la finestra era infatti chiamata gelosia. Gli ossi di Nepero vennero conosciuti solamente nel 1617, anno della sua morte, attraverso la pubblicazione di un piccolo volume dal titolo *Rabdologia*, fu così che da quel momento e nel giro di pochi anni l'uso dei bastoncini, si diffuse in Europa e fino alla Cina.

John Napier

- I bastoncini di Nepero furono presentati per la prima volta nel 1614 dal matematico scozzese John Napier (Giovanni Nepero).
- Nepero è noto come **l'inventore dei logaritmi**.
- E' nato nel 1550 ad Edimburgo in Scozia ed è morto nel 1617.

