

ESERCIZI DI GEOMETRIA (Per FISICI)
CORSO DEL PROF. RENZO MAZZOCCO
A.A. 2012-2013
Foglio N. 7

1. Spazio vettoriale euclideo numerico $V=R^3$. Sia assegnato l'endomorfismo $F:V \rightarrow V$ definito da

$$F(v)=(x_1-x_2-x_3, -x_1+x_2-x_3, -x_1-x_2+x_3),$$

essendo $v=(x_1, x_2, x_3)$.

- (a) Determinare la matrice A associata ad F rispetto alla base canonica di V .
- (b) Verificare che F è simmetrico.
- (c) Determinare una base ortonormale B' di V costituita da autovettori rispetto ad F .
- (d) Detta A' la matrice associata ad F rispetto alla base B' , determinare una matrice ortogonale C tale che $A'=C^{-1}AC$.
- (e) Scrivere l'espressione di $F(v)$ rispetto alla base B' .

2. Spazio vettoriale euclideo numerico $V=R^4$. Sia assegnato l'endomorfismo $F:V \rightarrow V$ definito da

$$F(v)=(x_2-x_4, x_1-x_3, -x_2-x_4, -x_1-x_3),$$

essendo $v=(x_1, x_2, x_3, x_4)$.

- (a) Determinare la matrice A associata ad F rispetto alla base canonica di V .
- (b) Verificare che F è simmetrico.
- (c) Determinare una base ortonormale B' di V costituita da autovettori rispetto ad F .
- (d) Detta A' la matrice associata ad F rispetto alla base B' , determinare una matrice ortogonale C tale che $A'=C^{-1}AC$.
- (e) Scrivere l'espressione di $F(v)$ rispetto alla base B' .

3. Spazio vettoriale euclideo $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ di dimensione tre. Base ortonormale $B=(v_1, v_2, v_3)$. Sia assegnato l'endomorfismo $F:V \rightarrow V$, definito da

$$F(v)=v-\langle v, u \rangle u,$$

essendo $v=x_1v_1+x_2v_2+x_3v_3$, $u=v_1+v_2+v_3$.

- (a) Verificare che l'endomorfismo F è simmetrico.
- (b) Determinare una base ortonormale B' di V , costituita da autovettori rispetto ad F .
- (c) Scrivere l'espressione di $F(v)$ rispetto a B' .