

ESERCIZI DI GEOMETRIA (Per FISICI)
CORSO DEL PROF. RENZO MAZZOCCO
A.A. 2009-2010
Foglio N. 6

1. Piano euclideo ordinario. $RC(O;i,j)$. Siano assegnati i punti $P_1(1,0)$, $P_2(3,2)$ ed il punto P variabile sull'asse y .
 - (a) Calcolare l'area A del triangolo P_1P_2P .
 - (b) Determinare P in modo tale che il triangolo sia isoscele di base P_1P_2 e calcolare l'altezza relativa a tale base.

2. Piano euclideo ordinario. $RC(O;i,j)$.
 - (a) Determinare l'equazione cartesiana della retta r asse del del segmento di estremi $P_1(1,2)$ e $P_2(3,-2)$.
 - (b) Si orienti la retta r secondo le y decrescenti e, detta r' la bisettrice del secondo e quarto quadrante orientata secondo le x decrescenti, calcolare il coseno dell'angolo convesso tra r ed r' .

3. Piano euclideo ordinario. $RC(O;i,j)$. Assegnati i punti $A(1,3)$ e $C(3,-1)$, determinare i punti B e D in modo tale che il quadrilatero $ABCD$ sia un rombo di vertici opposti A e C e di area $A=20$.

4. Spazio euclideo ordinario. $RC(O;i,j,k)$. Sia assegnato il piano $p:\sqrt{2}x-y-z+2=0$.
 - (a) Determinare equazioni cartesiane della retta r passante per O e perpendicolare a p .
 - (b) Calcolare l'angolo acuto φ che la retta r forma col piano $p':z=0$.
 - (c) Calcolare i coseni direttori ed il versore della retta r orientata secondo le x crescenti.

5. Spazio euclideo ordinario. $RC(O;i,j,k)$. Assegnati il piano $p:x+y+z-1=0$ ed i suoi punti $A(1,0,0)$, $C(0,1,0)$, determinare il quadrato $ABCD$ contenuto nel piano p ed avente A,C come punti diametralmente opposti.

6. Spazio euclideo ordinario. $RC(O;i,j,k)$. Assegnati i punti $A(1,1,0)$, $C(2,0,-1)$ del piano $p:x-y+2z=0$, determinare altri due punti B e D di p tali che $ABCD$ sia un rombo di area $A=\sqrt{3}/\sqrt{2}$.

7. Spazio euclideo ordinario. $RC(O;i,j,k)$. Determinare la distanza del punto $P(1,-1,1)$ dalla retta r di equazioni cartesiane $x+y+z-2=0$, $x+3y-z-2=0$.

8. Spazio euclideo ordinario. $RC(O;i,j,k)$. Siano assegnati il piano $p:x-y+z=0$ e la retta $r:x+y-z=0$, $2x+y=0$.
 - (a) Determinare la retta r' passante per il punto $P_0'(3,1,2)$ parallela al piano p e perpendicolare alla retta r .
 - (b) Determinare la distanza tra le rette r ed r' .

9. Spazio euclideo ordinario. $RC(O;i,j,k)$. Siano assegnate le rette $r_1:x=0, y=0$ ed $r_2:x-y+3, x+y-2z=0$.

- (a) Verificare che le rette r_1 ed r_2 sono sghembe.
- (b) Determinare la retta r incidente e perpendicolare ad r_1 ed r_2 .
- (c) Determinare i punti d'incidenza $N_1=r\cap r_1$ ed $N_2=r\cap r_2$ e dedurne la distanza tra r_1 ed r_2 .

10. Spazio euclideo ordinario. $RC(O;i,j,k)$. Siano assegnati i punti $P_1(1,1,1)$, $P_2(1,2,1)$ ed il piano $p:x-z-1=0$.

- (a) Calcolare il volume V del parallelepipedo avente un vertice in O e come spigoli, uscenti da tale vertice, OP_1 , OP_2 e OP , essendo P un punto variabile sul piano p .
- (b) Verificare che V è costante al variare di P in p e giustificare geometricamente tale risultato.

11. Piano euclideo ordinario E_2 . $RC(O;i,j)$. Sia assegnata l'applicazione $f:E_2\rightarrow E_2$ di equazioni

$$x'=(\sqrt{3}/2)x-(1/2)y+1/2, \quad y'=(1/2)y+(\sqrt{3}/2)y-\sqrt{3}/2.$$

- (a) Verificare che f è una rotazione e determinarne il suo punto fisso C , centro di rotazione.
- (b) Determinare l'angolo θ , $0\leq\theta<2\pi$, della rotazione.
- (c) Considerata la retta $r:y-1=0$, scrivere l'equazione cartesiana della retta $r'=f(r)$.

12. Piano euclideo ordinario E_2 . $RC(O;i,j)$. Sia assegnata l'applicazione $f:E_2\rightarrow E_2$ di equazioni

$$x'=(1/2)x+(\sqrt{3}/2)y-1/2, \quad y'=(\sqrt{3}/2)x-(1/2)y+\sqrt{3}/2.$$

- (a) Verificare che f è una riflessione.
- (b) Determinare l'asse r della riflessione.
- (c) Considerata la retta s passante per l'origine O e parallela ad r , scrivere l'equazione cartesiana della retta s' simmetrica di s rispetto ad r .