

PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI.

CORSI DI LAUREA IN FISICA E FISICA E ASTROFISICA

SAPIENZA - 2011-2012

1 Introduzione ai numeri reali e alle funzioni

- 1.1. Notazioni, insiemi numerici \mathbf{N} , \mathbf{Q} , \mathbf{R} , e relative proprietà. Ordinamento. Modulo e distanza. Postulato degli intervalli incapsulati e assioma di Archimede.
- 1.2. Funzioni: dominio, insieme immagine, monotonia, simmetrie, funzioni composte.
- 1.3. Funzioni elementari e funzioni inverse (in particolare x^n , $\exp(x)$, $\ln(x)$, $[x]$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $|x|$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$ e, per quelle invertibili, relazione tra il grafico della funzione e quello dell'inversa).
- 1.4. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore di insiemi e di funzioni. Esistenza dell'estremo superiore e inferiore di insiemi limitati non vuoti (dimostrazione facoltativa, utilizzando il postulato degli intervalli incapsulati e l'assioma di Archimede).

2 Limiti e continuità

- 2.1. Successioni, limiti di successioni, limitatezza delle successioni convergenti. Successioni monotone e loro regolarità. Proprietà dei limiti. Limiti notevoli. Convergenza e divergenza, somma di una serie, serie geometrica e teorema del confronto per serie a termini positivi o nulli (non sono state trattate in generale quelle a termini di segno variabile), convergenza assoluta.
- 2.2. Limiti di funzioni (anche limite destro e sinistro).
- 2.3. Funzioni continue. Esempi di discontinuità.
- 2.4. Teoremi sulle funzioni continue su intervalli chiusi e limitati: teoremi di esistenza dei valori intermedi e degli zeri, esistenza del massimo e del minimo su intervalli chiusi e limitati (Teorema di Weierstrass).

3 Derivate

- 3.1. Definizione di derivata, suo significato geometrico.
- 3.2. Derivate delle funzioni elementari, regole di derivazione, in particolare derivate delle funzioni composte e inverse.
- 3.3. Teoremi di Rolle, Lagrange e applicazioni (monotonia e determinazione di massimi e minimi relativi interni).
- 3.4. Massimi e minimi assoluti.
- 3.5. Derivate successive (cenni sulla concavità e convessità e punti di flesso).

4 Ordini di infinitesimo e infinito. Formula di Taylor

- 4.1. Ordini di infinitesimo e di infinito.
- 4.2. Teorema di l'Hospital.
- 4.3. Formula di Taylor e calcolo di tale formula per le funzioni elementari.
- 4.4. Espressioni del resto (secondo Lagrange e Peano) e applicazioni al calcolo di valori approssimati o di limiti.

5 Integrale di Riemann e sue proprietà

- 5.1. Somme integrali di funzioni limitate su intervalli chiusi e limitati. Le funzioni integrabili secondo Riemann. Integrabilità delle funzioni monotone e di quelle Lipschitziane
- 5.2. Proprietà dell'integrale e Teorema della media. Funzioni integrali.
- 5.3. Funzioni primitive. Teorema fondamentale del calcolo integrale e sue applicazioni.

6 Integrali indefiniti e definiti

- 6.1. Integrali elementari.
- 6.2. Integrazione per sostituzione e per parti.
- 6.3. Integrazione di funzioni razionali.
- 6.4. Calcolo di aree.

7 Numeri complessi

- 7.1 Proprietà dei numeri complessi. Modulo di un numero complesso, significato geometrico di somma e prodotto di numeri complessi.
- 7.2 Limiti nei complessi.
- 7.3 Esponenziale complesso e formula di Eulero (rappresentazione trigonometrica).

8 Equazioni differenziali lineari

- 8.1. Equazioni differenziali lineari del I ordine omogenee e non omogenee.
- 8.2. Equazioni differenziali lineari del II ordine a coefficienti costanti omogenee e non omogenee (per termini noti di tipo particolare).

9 \mathbb{R}^d , funzioni di piú variabili, curve

9.1. Metrica in \mathbb{R}^d . Sottinsiemi di \mathbb{R}^d , definizione e proprietà di insiemi aperti e chiusi.

9.2. Curve in \mathbb{R}^d regolari a tratti. Lunghezza di una curva, integrali curvilinei.

9.3. Funzioni di piú variabili, curve di livello, continuità. Derivate direzionali e parziali.