

**2.1 Esercizio**

Disegnare il grafico delle funzioni

$$f(x) = -x^4, \quad g(x) = x^3, \quad r(x) = \min(0, x^3), \quad s(x) = 3^{|x|}$$

**2.2 Esercizio**

Detta  $m(x)$  una qualsiasi delle funzioni dell'esercizio precedente disegnare il grafico delle funzioni seguenti:

$$-m(x), \quad |m(x)|, \quad \min(0, m(x)), \quad \max(0, m(x))$$

**2.3 Esercizio**

Disegnare il grafico delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{|x| - x}{2}, \quad g(x) = \max(0, \cos(x)), \quad h(x) = \min(0, \sin(x))$$

**2.4 Esercizio**

Assegnata la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

- determinare il dominio di  $f(x)$
- determinare il dominio di  $g(x) = \log(x+1) - \log(x-1)$ ,
- esaminare che relazione intercorra tra  $f(x)$  e  $g(x)$ .

**2.5 Esercizio**

Sia

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{se } x \geq 2 \\ x+2 & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

- disegnare il grafico di  $f(x)$ ,
- disegnare il grafico di  $f(x-2)$  e di  $f(x)+4$ ,
- dimostrare che  $f$  è invertibile,
- determinare la funzione inversa  $f^{-1}$ .

## 2.6 Esercizio

Sia

$$f(x) = |3^x - 1|$$

definita su tutto  $\mathbb{R}$ ,

- disegnare il grafico di  $f(x)$ ,
- indicare quante soluzioni possiedono le equazioni

$$f(x) = -\frac{1}{2}, \quad f(x) = \frac{1}{2}$$

- esaminare se la funzione  $f$  è invertibile,
- determinare  $\sup_{x \in \mathbb{R}} f$ ,  $\inf_{x \in \mathbb{R}} f$ .

## 2.7 Esercizio

Assegnato il polinomio  $P(x) = x(x+1)(x-1)$

- esaminare se  $P(x)$  rappresenta una funzioni iniettiva,
- disegnare il grafico di  $P(x) + k$  in corrispondenza ai valori  $k = -1, 0, 1$ ,
- disegnare il grafico di  $P(x+1)$

## 2.8 Esercizio

Indicata con  $R(x) = \frac{x}{1+x^2}$

- esaminare se  $R(x)$  è limitata,
- determinare il grafico di  $R(x)$
- determinare i grafici di  $kR(x-k)$ ,  $k = -2, -1, 2$

## 2.9 Esercizio

Verificare che  $R(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$  si possa esprimere come  $R(x) = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2}$

## 2.10 Esercizio

Siano  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  due funzioni. Dimostrare che

- $f$  e  $g$  crescenti  $\Rightarrow f \circ g$  crescente;
- $f$  e  $g$  decrescente  $\Rightarrow f \circ g$  crescente;
- $f$  crescente,  $g$  decrescente  $\Rightarrow f \circ g$  e  $g \circ f$  decrescenti.

Quali condizioni bisogna aggiungere su  $f$  e  $g$  perchè  $f \circ g$  e  $g \circ f$  risultino strettamente monotone?