

Primo foglio di Esercizi di Matematica, 06/07  
prof. I. Birindelli

1. Sia  $\gamma(t) = (2 \cos t, 3 \sin t)$  per  $t \in [0, 2\pi]$ .
  - a) Dimostrare che  $\gamma$  è una curva chiusa, semplice e regolare.
  - b) Disegnare il supporto di  $\gamma$ .
  - c) Determinare una curva  $\lambda$  equivalente a  $\gamma$ , tale che  $|\lambda'(s)| = 1$
2. Sia  $\gamma(t) = (\sin 2t, \cos 3t)$  per  $t \in [0, 6\pi]$ . Dimostrare che la curva è regolare e semplice. Determinare per quali valori di  $t$ ,  $\gamma$  è nel primo quadrante, per quali nel secondo, per quali nel terzo e per quali nel quarto. Disegnare il supporto di  $\gamma$ .
3. Sia  $\gamma(t) = ((1 - t)^4, (1 - t)^3)$  per  $t \in [-2, 2]$ . Dimostrare che  $\gamma$  non è regolare. Disegnare la curva  $\gamma(t)$ .
4. Sia  $\gamma(t) = (t^2 \sin t, t^2 \cos t)$  per  $t \in [0, 2\pi]$ . Dimostrare che  $\gamma$  è regolare, e non è chiusa. Calcolare la lunghezza di  $\gamma$ .
5. Sia  $\gamma(t) = (\sin^2 t, 2 \cos t)$  per  $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ . Dimostrare che  $\gamma$  è regolare. Calcolare la lunghezza di  $\gamma$ .
6. Sia  $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$  per  $t \in [0, 2\pi]$ . Determinare una curva  $\lambda$  equivalente a  $\gamma$  tale che all'istante  $s$  la curva  $\lambda(s)$  abbia percorso una lunghezza pari a  $s$  (si pensi all'esercizio 1).
7. Sia  $\gamma(t) = ((2t - 1)(t^2 - t), t^2 - t)$  per  $t \in \mathbb{R}$ . Dimostrare che  $\gamma$  è regolare ma non è semplice.
8. Sia  $\gamma : [a, b] \mapsto \mathbb{R}^3$  tale che  $\gamma(t) = (t^2, t^3, t)$ . Disegnare il supporto di  $\gamma$ . Determinare il versore tangente in ogni punto di  $\gamma$ .