Matematica 2

1. Sia $\gamma : [-1, 1] \to \mathbb{R}^2$ $\gamma(t) = (2t^2, 3t)$. a) Stabilire se la curva è semplice o chiusa. Determinare se è una curva regolare.

   b) Trovare tre punti della curva.

   c) Determinare l'intersezione della curva con la retta $x + y = 1$ e con gli assi coordinati.

   d) Disegnare γ.

   e) Dimostrare che la curva è equivalente alla curva $\phi : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$ $\phi(t) = (2\cos^2 t, 3\cos t)$.

2. Sia $\phi : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$ $\phi(t) = (2\cos t, 3\sin t)$.

   a) Determinare se $P_o = (1, -2)$ appartiene al supporto di ϕ.

   b) Determinare se la curva è chiusa

   c) Disegnare la curva ϕ.

   d) Dimostrare che la curva ϕ è equivalente alla curva $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\gamma(t) = (2\cos\frac{t}{2}, 3\sin\frac{t}{2})$.

3. Sia $\phi : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\phi(t) = ((1 + \cos t)\cos t, (1 + \cos t)\sin t)$.

   a) Determinare i punti $\phi(0)$, $\phi(\frac{\pi}{4})$, $\phi(\frac{\pi}{2})$, $\phi(\pi)$, $\phi(\frac{3\pi}{2})$, $\phi(2pi)$

   b) Determinare se la curva è semplice e se è chiusa

   c) Determinare l'intersezione della curva ϕ con la bisettrice $y = x$

   d) Disegnare ϕ.

   e) Calcolare la lunghezza di ϕ.

4. Trovare la parametrizzazione di una curva che passa per i quattro vertici di un quadrato di lato 2 e centrato nell'origine.

5. Dimostrare che la curva $\phi : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$ $\phi(t) = (\cos 2t, \sin 6t)$ è chiusa e non è semplice (si ricorda che se $a \in (0, 2\pi)$ e $b \in (0, 2\pi)$ e $\cos a = \cos b$ allora $a = b$ oppure $a = 2\pi - b$).