

Matematica I, I. Birindelli/A. Garroni

1. Determinare il rango delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 0 & 6 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Dimostrare che

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (y-x)(z-x)(z-y)$$

3. Risolvere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ x - \alpha y + 2z = 3 \end{cases}$$

4. Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - z + t = 0 \\ 2x + 2y - 2z - t = 1 \\ x - y + z + 2t = 2 \\ x + y - z - 2t = 1 \\ 2y - 2z - t = -2 \end{cases}$$

5. Al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, determinare il rango della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & \lambda & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & \lambda & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Risolvere il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 1 \\ x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

7. Siano a, b e c tre numeri reali e sia

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2b \\ 0 & 1 & 2a \\ 2b & 2a & c \end{pmatrix}$$

Determinare c tale che il rango di A sia 2. Calcolare A^2 .

8. Determinare le soluzioni del sistema di equazioni

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y - 2z = 2 \end{cases}$$

9. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare le soluzioni del sistema di equazioni

$$\begin{cases} \alpha x + 9y + z = 1 \\ x + \alpha y - z = 2 \end{cases}$$