

Pb 1) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = x^3 + 4x$ .  
Dimostrare che  $f(x)$  è invertibile, calcolare  $f^{-1}(0)$ ,  $f^{-1}(5)$  e  $(f^{-1})'(5)$

**Risposta :** \_\_\_\_\_

Pb.2) Studiare al variare di  $a \in \mathbb{R}$  e  $b \in \mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità in 1 di  
 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2+1} & x < 1 \\ 2ax + b & x \geq 1 \end{cases}$ , determinare l'equazione della retta tangente in  $x=2$ .

**Risposta:** \_\_\_\_\_

Pb.3) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3x}}{x-2}$ .

In particolare determinare: insieme di definizione, intervalli di monotonia, eventuali massimi e minimi locali e asintoti, **disegnare il grafico**.

Risposta:

Esonero I, Matematica I, 18 gennaio 2002  
I. Birindelli

Pb. 1) Dimostrare che il polinomio  $P(x) = x^5 + 7x^3 - 4$  ha una sola radice reale.

**Risposta :** \_\_\_\_\_

Pb.2) Calcolare l'integrale  $\int_0^2 \frac{|x-1|}{x+3} dx$

**Risposta :** \_\_\_\_\_

Pb.3) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{2x+3}{|x^2-1|+1}$

In particolare determinare: insieme di definizione, studiare la monotonia, la convessita' per  $x \leq -1$ , eventuali massimi e minimi locali, asintoti e punti angolosi, **disegnare il grafico.**

**Risposta :**

Esonero I, Matematica I, 18/01/2002

I. Birindelli

Pb.1) Dimostrare che  $x^4 + 5x - 10 = 0$  ha due radici reali distinte  
facoltativo: dimostrare che le radici reali sono solo due.

**Risposta :** \_\_\_\_\_

Pb.2) Calcolare il seguente integrale:  $\int_0^1 x \arctan x dx$

**Risposta :** \_\_\_\_\_

Pb.3) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{x}{|x|}(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

In particolare determinare: insieme di definizione, intervalli di monotonia, eventuali massimi e minimi locali, asintoti e punti angolosi, **disegnare il grafico.**

**Risposta :**

Pb. 1) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = x^3 + 4x$ .  
Dimostrare che  $f(x)$  è invertibile, calcolare  $f^{-1}(0)$ ,  $f^{-1}(5)$  e  $(f^{-1})'(5)$ .

**Risposta :** \_\_\_\_\_

Pb. 2) Calcolare l'integrale  $\int_0^2 \frac{|x-1|}{x+3} dx$

**Risposta :** \_\_\_\_\_

Pb. 3) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = \log|2x + 1| + \frac{|2x|}{x}$   
In particolare determinare: insieme di definizione, intervalli di monotonia, convessità  
eventuali massimi e minimi locali, asintoti, punti angolosi e punti di discontinuità,  
**disegnare il grafico.**

**Risposta :**