

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, BIRINDELLI

Cognome	Nome	Crediti
---------	------	---------

REGOLE D'ESAME

**i) IL COMPITO DEVE ESSERE SVOLTO SU QUESTI FOGLI,
CHE SONO GLI UNICI AD ESSERE CONSEGNATI AL DOCENTE
PER LA CORREZIONE**

Esercizio 1 Sia l'equazione differenziale (eq1) $y'(x) = 2xy - x^3$

a) Determinare se la funzione $y(x) = \frac{x}{2}$ è soluzione di (eq1)

b) Determinare l'insieme delle soluzioni di $y'(x) = 2xy$

c) Determinare l'insieme delle soluzioni di (eq1) e l'insieme di esistenza delle soluzioni

d) Determinare se esiste una soluzione che verifica $y(0) = 1$

2

e) Determinare se esiste una soluzione di (eq1) che sia limitata

f) Determinare se tutte le soluzioni di (eq1) soddisfano: $y(1) = 2$ e $y'(1) = 3$.

Esercizio 2 Sia l'equazione differenziale (eq2) $y'(x) = (x - 1)\frac{(y^2-9)}{2y}$.

a) Determinare se esistono soluzioni costanti.

b) Determinare l'insieme delle soluzioni di (eq2)

c) Determinare la soluzione che verifica $y(1) = 1$ e determinare l'intervallo di esistenza della soluzione.

d) Determinare se nell'intervallo $(0, 3)$ esistono delle soluzioni limitate

e) Determinare se nell'intervallo $(4, +\infty)$ esistono delle soluzioni limitate.

4

Esercizio 3 Sia l'equazione differenziale (eq3) $y'' + y' - 6y = f(x)$

a) Determinare se $y(x) \equiv 2$ è soluzione di (eq3) per $f(x) \equiv -12$

b) Determinare l'insieme delle soluzioni per $f(x) \equiv 0$

c) Determinare l'insieme delle soluzioni per $f(x) = e^{2x}$

d) Determinare la soluzione di (eq3) con $f(x) \equiv 0$ che verifica $y(0) = 0$ e $y'(0) = -1$.

e) Determinare se nell'intervallo $(0, +\infty)$ esistono delle soluzioni limitate di (eq3) con $f(x) \equiv 0$.

Esercizio 4 Sia l'equazione differenziale (eq4) $y'' + 6y' + 10y = f(x)$

a) Determinare se $y(x) = 2x$ è soluzione di (eq4) per $f(x) = 20x + 12$

b) Determinare l'insieme delle soluzioni per $f(x) \equiv 0$

c) Determinare l'insieme delle soluzioni per $f(x) = 3$

d) Determinare la soluzione di (eq4) con $f(x) \equiv 0$ che verifica $y(0) = 2$ e $y'(0) = 0$.

e) Determinare se nell'intervallo $(0, +\infty)$ esistono delle soluzioni limitate di (eq4) con $f(x) \equiv 0$.

6

Esercizio 5 Sia il campo vettoriale $F(x, y) = (3x^2y + \cos x, x^3 + e^y)$

a) Calcolare $F(0, 0)$ e determinare l'insieme di definizione di F

b) Determinare se F è irrotazionale e se è conservativo.

c) Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (2 \cos t, 3 \sin t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.

d) Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma_1(t) = (2t^2, 3t^3)$ per $t \in [0, 1]$

e) Trovare una curva γ_2 tale che il lavoro di F lungo γ_2 sia pari a 3.

f) Sia $G(x, y) = (3x^2y + \cos x + y, x^3 + e^y)$. Determinare il lavoro di G lungo γ .