

Matematica II

Prof. Birindelli

1. Determinare e disegnare nel piano gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni: $f(x, y) = \log(4-x^2) + \log(x+3y-6)$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{9-(x-3)^2-(y-4)^2}}{\log(x^2-y^2)}$, $f(x, y) = \arcsin(x^2 - y^2)$.
2. Disegnare gli alcuni insiemi di livello della funzione: $f(x, y) = \frac{x+y}{2x-3y}$. Dedurre che non esiste $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$.
3. Disegnare gli insiemi di livello ai livelli: $-2, -1, 0, 1$ e 2 delle seguenti funzioni: $f(x, y) = (x + y)^2$, $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}$, $f(x, y) = \log(xy)$.
4. Dimostrare che i seguenti limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + 3y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + y^2}}$$

non esiste.

5. Calcolare le derivate parziali prime delle funzioni:
 $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}$, $f(x, y) = \log(xy)$, $f(x, y) = \log_x(y)$ $f(x, y) = x^3 e^{x^2-y^3}$.
6. Determinare l'equazione cartesiana del piano tangente nel punto P delle funzioni:
 - a) $f(x, y) = x^2 + 3xy^2$, $P = (1, -1, f(1, -1))$
 - b) $f(x, y) = 3x - 2y + 3$, $P = (2, 1, f(2, 1))$
 - c) $f(x, y) = e^{xy}$, $P = (1, 1, f(1, 1))$Inoltre negli stessi punti calcolare la derivata direzionale nella direzione $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ e nella direzione $v = (-1, 0)$.
7. Sia $f(x, y) = 4x^2 - y^2$. Disegnare il grafico di questa funzione usando: segno della funzione, curve di livello e piano tangente in $(0, 0)$.
8. Sia $f(x, y) = x^2 - y$. Disegnare il grafico di questa funzione usando: segno della funzione, curve di livello.