

Matematica II

Prof. Birindelli, Beretta

1) Determinare e disegnare nel piano gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni: $f(x, y) = \log(4 - x^2) + \log(x + 3y - 6)$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{9 - (x-3)^2 - (y-4)^2}}{\log(x^2 - y^2)}$, $f(x, y) = \arcsin(x^2 - y^2)$.

2) Disegnare gli alcuni insiemi di livello della funzione: $f(x, y) = \frac{x+y}{2x-3y}$.
Dedurre che non esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y).$$

3) Disegnare gli insiemi di livello ai livelli: $-2, -1, 0, 1$ e 2 delle seguenti funzioni:

$$f(x, y) = (x + y)^2, f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}, f(x, y) = \log(xy).$$

4) Calcolare le derivate parziali prime delle funzioni:

$$f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}, f(x, y) = \log(xy), f(x, y) = \log_x(y) f(x, y) = x^3 e^{x^2 - y^3}.$$

5) Determinare l'equazione cartesiana del piano tangente nel punto P delle funzioni:

a) $f(x, y) = x^2 + 3xy^2$, $P = (1, -1, f(1, -1))$

b) $f(x, y) = 3x - 2y + 3$, $P = (2, 1, f(2, 1))$

c) $f(x, y) = e^{xy}$, $P = (1, 1, f(1, 1))$

Inoltre negli stessi punti calcolare la derivata direzionale nella direzione $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ e nella direzione $v = (-1, 0)$.

6) Sia $f(x, y) = 4x^2 - y^2$. Disegnare il grafico di questa funzione usando: segno della funzione, curve di livello e piano tangente in $(0, 0)$.