

Matematica II

Prof. Birindelli, Grossi

1. Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$y' - y \cos x = \sin 2x, \quad y' = \frac{x}{y}$$

$$\frac{yy'}{x} = \frac{2y^2 + 1}{x + 1}, \quad y' = 8x^3 - 3y.$$

2. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x \log x} \\ y\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \end{cases}$$

3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 3y = 5e^{2x} - 6, \quad x \in \mathbb{R} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

4. Determinare la soluzione del problema di Cauchy e stabilire quale è il massimo intervallo in cui la soluzione è definita.

$$\begin{cases} y' = -\frac{1}{x}y + \ln x \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

5. a) Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2 - 2y \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

b) Determinare per quali valori del parametro reale $\alpha \geq 0$ la soluzione risulta infinitesima per $x \rightarrow +\infty$.

6. Per ogni numero naturale n trovare l'integrale generale di

$$y'(x) = \frac{n}{x}y + e^x x^n \quad \text{e di} \quad y'(x) = -\frac{n}{x}y + \frac{3}{x^n}$$

7. Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione $y' = (x^2 + 1)(y + 3)$. Trovare la soluzione che verifica $y(0) = 1$ e quella che verifica $y(0) = -3$.

8. Verificare se $y(x) = \frac{x^2(x-3)}{x-2} + \frac{4}{x-2}$ è soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{x-2} = 3x, \quad x \in (2, +\infty) \\ y(3) = 4. \end{cases}$$