Foglio di esercizi su applicazioni lineari, autovettori e autovalori.

In tutto gli esercizi $Q$ è il poligono di vertici $(2,1)$, $(2,-1)$, $(-2,1)$, $(-1,-1)$ e le stesse lettere corrispondono alle stesse matrici.

1. SIa $A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

   Disegnare $Q_1$ il trasformato di $Q$ tramite $A_1$. Gli autovalori e autovettori di $A_1$.

2. Sia $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

   Disegnare $Q_2$ il trasformato di $Q_1$ tramite $A_2$. Gli autovalori e autovettori di $A_2$.

3. Sia $A_3 = A_2 A_1$. Disegnare il trasformato di $Q$ tramite $A_3$. Determinare gli autovalori e autovettori di $A_3$.

4. Determinare la matrice inversa di $A_1$.

5. Sia $A_4 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$. Disegnare il trasformato di $Q_1$ tramite $A_4$. Dimostrare che $A_4$ non ha autovalori. Disegnareil trasformato del cerchio di centro l'origine e raggio 1 tramite $A_4$. Descrivere l'applicazione lineare associata ad $A_4$.

6. Sia $A_5 = A_4 A_1$. Disegnare il trasformato di $Q$ tramite $A_5$. Determinare gli autovalori e autovettori di $A_5$. Disegnareil trasformato del cerchio di centro l'origine e raggio 1 tramite $A_5$.

7. Sia $P = (2, 3)$. Determinare le coordinate polari di $P$.

8. Siano $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ e $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Sia $P = (2, 3)$ nella base $\vec{i}$ e $\vec{j}$. Determinare le coordinate di $P$ nella base generata dal sistema di riferimento $\vec{u}$ e $\vec{v}$.