Primo foglio di Esercizi di Matematica, 06/07

prof. I. Birindelli

1. Al variare di $a \in \mathbb{R}$, determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti disequazioni

$$i)\ \frac{x-2}{x+1} \leq \frac{2x+1}{x-3},\ ii)\ ax+4 > x+1$$

$$iii)\ \sqrt{x-2} \geq -1 \quad \text{(attenzione!)},\ iv)\ -\frac{1}{2} < \sin(2x+\frac{\pi}{2}) < \frac{1}{2}$$

2. Risolvere le sequenti equazioni:

$$|2x-1| = x+1, \qquad |x+2| + |x-1| = |x-2|.$$

3. Siano A,B,C, D i vertici di un parallelogramma. Sia $\vec{u} = \vec{AD}$ e $\vec{v} = \vec{AB}$. Determinare il vettore $\vec{BD}$ in termini dei vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$

4. Sia $\vec{v} = (1, -4)$. Determinare $\vec{w}$ di lunghezza 2, parallelo a $\vec{v}$ di verso opposto a $\vec{v}$.

5. Determinare i vettori ortogonali a $\vec{w} = (1, -3)$ di lunghezza 1.

6. Se $\vec{v}_1 = (-1, 2)$ e $\vec{v}_2 = (3, -1)$ Determinare le coordinate di $u = (\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)\vec{v}_2 - 3\vec{v}_1$

7. Determinare per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ i vettori $\vec{u} = (\lambda, 3)$ e $\vec{v} = (1, 4)$ sono ortogonali.

8. Determinare l'angolo compreso tra i vettori $\vec{u} = (1, -2)$ e $\vec{v} = (2, 1)$.

9. Sia $\vec{v}_1 = (3, 1)$ e $\vec{v}_2 = (1, -1)$. Determinare un vettore unitario $\vec{u}$ tale che l'angolo tra $\vec{u}$ e $\vec{v}_1$ e l'angolo tra $\vec{u}$ e $\vec{v}_2$ siano uguali.

10. Se $\vec{v}_1 = (1, 2)$ e $\vec{v}_2 = (2, -1)$ allora scomporre $\vec{w} = (4, 5)$ in termini di $\vec{v}_1$ e di $\vec{v}_2$ cioè determinare $a \in \mathbb{R}$ e $b \in |R$ tale che $\vec{w} = a\vec{v}_1 + b\vec{v}_2$.

11. Sia T il triangolo di lati a, b e c con angoli opposti α, β e γ. Se $a = 2$ e $\beta = \frac{\pi}{4}$ e $\gamma = \frac{\pi}{3}$. Determinare l'angolo α e la lunghezza degli altri due lati b e c.

12. Sia T un triangolo che ha un lato coincidente con il diametro di un cerchio e avente un vertice A sul cerchio. Dimostrare che T è un triangolo rettangolo.

    (Suggerimento: Disegnare la figura, dividere il triangolo in due triangoli tracciando il raggio dal centro del cerchio ad A. Dimostrare prima che questi due triangoli sono isosceli. Ricordarsi dunque che la somma degli angoli di un triangolo è π e che l'angolo piatto è π.)