

Quarto foglio di Esercizi di Matematica, 01/02

I. Birindelli

1) Risolvere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ 2x - \alpha y + z = 3 \end{cases}$$

2) Al variare di $a \in \mathbb{R}$ determinare il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & a & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ a & 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

3) Determinare il rango della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

4) Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - z + t = 0 \\ 2x + 2y - 2z - t = 1 \\ x - y + z + 2t = 2 \\ x + y - z - 2t = 1 \\ 2y - 2z - t = -2 \end{cases}$$

5) Siano dati i vettori $\vec{u} = (1, 2)$ e $\vec{v} = (2, 1)$. Sia \vec{w} un vettore tale che $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{v} \cdot \vec{w}$. Determinare l'equazione della retta r passante per il punto $(1, 0)$ e parallela al vettore \vec{w} .

6) Sia Π_1 il piano passante per il punto $P_1 = (0, 1, 0)$ e avente come giacitura $\vec{u} = (1, 1, 0)$ $\vec{v} = (-1, 2, 1)$, sia Π_2 il piano determinato dall'equazione $2x + 2y - z = 1$ e sia Π_3 il piano per il punto $(1, 2, 0)$ ortogonale al vettore $(-1, 1, 2)$. Trovare i punti di intersezione di questi tre piani.