Secondo foglio di Esercizi di Matematica, 01/02

I. Birindelli

0) Determinare se i seguenti insiemi sono limitati e quali sono i loro estremi superiori e inferiori $A = \{\frac{n+2}{2n+3},\ n \in \mathbb{N},\ B = \{\frac{x+2}{x-3}, x \in \mathbb{R}, x > 4\}$

1) Sia $\vec{v}$ il vettore $\vec{v} = (3, a)$ con $a \in \mathbb{R}$. Determinare a affinchè $|\vec{v}| = 6$. Determinare l'angolo tra $\vec{v}$ e l'asse delle x.

2) Siano i vettori $\vec{u} = (1, -2)$ e $\vec{v} = (2, 3)$. Determinare l'angolo compreso tra i due vettori. Calcolare $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

3) Determinare $\vec{w}$ tale che $|\vec{w}| = 2$ e l'angolo tra w e l'asse delle x è $2\pi/3$.

4) Trovare la retta del piano cartesiano passante per i punti $P_1 = (2, -1)$ e $P_2 = (1, 3)$.

5) Determinare l'equazione della retta passante per $P_3 = (0, 1)$ e ortogonale al vettore $\vec{v} = (2, 3)$. Determinare un vettore direttore di questa retta.

6)Determinare l'angolo $\alpha < \pi/2$ tra la retta di equazione $x - y = 2$ e $2x + y = 1$.

7) Sia $\vec{v}_1 = (1, -1, 2)$, $\vec{v}_2 = (0, 1, 1)$, $\vec{v}_3 = (1, 2, 2)$. Determinare se $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ sono linearmente dipendenti.

8) Trovare un vettore $\vec{w}$ di lunghezza 1 e ortogonale al piano Π di equazione $2x + 3y - z = 0$.

9) Sia $\vec{v} = 2\vec{u} + 3\vec{w}$. Dire se $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ sono linearmente dipendenti. Trovare un vettore ortogonale a tutti e tre questi vettori. Dati tre vettori dello spazio è sempre possibile trovare un vettore ortogonale a tutti e tre i vettori?