Calcolo differenziale - Informatica
Prof. L. Martinazzi
Esercizi 1

- Determinare massimo e minimo dei seguenti insiemi: seguenti insiemi:

  1. $$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x = (-1)^n + 4, \quad n \in \mathbb{N}\}.$$

  2. $$E = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2 + (-1)^n \left(\frac{1}{n+1}\right), \quad n \in \mathbb{N}\right\}.$$

- Risolvere le seguenti disequazioni (alcune sono difficili:):

1. $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+4} \leq 6$

   Soluzione:
   $$\begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x + 4 \geq 0 \\ (\sqrt{2-x} + \sqrt{x+4})^2 \leq 36 \end{cases}$$

   Si noti che si può elevare al quadrato poichè tutto è maggiore o uguale a zero.
   $$\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -4 \\ \sqrt{(2-x)(x+4)} \leq 15. \end{cases}$$

   Si noti che il dominio della radice rimane lo stesso, che di nuovo si può elevare al quadrato, ottenendo:
   $$\begin{cases} -4 \leq x \leq 2 \\ x^2 + 2x + 217 \geq 0 \end{cases}$$

   Si verifica che la seconda disequazione è sempre verificata (il discriminante è negativo), quindi si ha solo
   $$-4 \leq x \leq 2.$$

2. $\sqrt{\frac{9-x}{x+1}} > x - 3$

3. $|x+3| \leq \alpha$, con $\alpha \in \mathbb{R}$

   - Se $\alpha < 0$ non ci sono soluzioni.
   - Se $\alpha = 0$ si ha $|x+3| = 0$ se e solo se $x = -3$.
   - Se $\alpha > 0$ si ha $-\alpha \leq x + 3 \leq \alpha$, cioè $-(\alpha + 3) \leq x \leq \alpha - 3$.

4. $\log_2(x+2) > 1$

5. $\sqrt{|x+1| - 1} \geq x$

Altri esercizi:

1. Risolvere la disequazione
$$\sqrt{2x - x^2} < x.$$

2. Risolvere la disequazione
$$|x - 5| > 9.$$

3. Risolvere la disequazione
$$2 - |x + 8| \leq 2x - 1.$$