

Matematica 2, prof. E. Beretta, I. Birindelli
Quinto foglio di esercizi

1) Disegnare $D = \{(x, y) : 1 < x < 2, 2x < y < x^2 + 1\}$ e calcolare $\int_D xy dx dy$.

2) Disegnare $D = \{(x, y) : -1 < y < 1, 2y + 4 > x > e^{y^2 - 1}\}$ e calcolare $\int_D 2x + 3y dx dy$.

3) Sia la porzione di superficie A data da $A = \{(x, y); x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 2y^2\}$ e avente come densità $d = 2x$.

a) Disegnare A

b) Determinare la massa di A

4) Disegnare

$$D = \{(x, y) \text{ t.c. } x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 6, y \geq x\}$$

Calcolare $\int_D x dx dy$.

5) Sia T il triangolo del piano x - y che ha per vertici $(0, 0)$, $(1, 3)$, $(2, 1)$. Determinare $\int_T x^2 y dx dy$.

6) Determinare il baricentro del triangolo del esercizio precedente supponendo che abbia densità costante.

7) Determinare il volume del solido $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1, -x^2 \leq z \leq 2x + 3y + 6\}$.

8) Determinare il volume del solido posto sotto il piano $z = 3 - 2y$ e sopra il paraboloido $z = x^2 + y^2$.

9) Disegnare $V = \{(x, y, z) : x, y, z \geq 0, x + y + z \leq \pi\}$ e calcolare $\int \int \int_V \cos x \cos y \cos z dx dy dz$.

10) Disegnare la regione V delimitata dai 6 piani $z = 1$, $z = 2$, $y = z$, $x = 0$ e $x = y + z$ e calcolare $\int \int \int_V \frac{1}{(x+y+z)^3} dx dy dz$.

11) Disegnare la regione $V = \{(x, y, z) : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 3\}$ e calcolare $\int \int \int_V z(x^2 + y^2) dx dy dz$.

12) Disegnare la regione $D = \{(x, y) : |y| \leq x, \pi/2 \leq x^2 + y^2 \leq \pi\}$ e calcolare $\int \int_D \sin^3(x^2 + y^2) dx dy$.

13) Classificare i punti critici delle funzioni sottoindicate

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy, f(x, y) = \cos x + \cos y, f(x, y) = xe^{-x^3 + y^2}.$$