

Ottavo foglio di Esercizi di Matematica, 01/02

I. Birindelli

1) Sia  $f(x) = x \sin x$ . Determinare l'equazione del cerchio tangente a  $f$  in  $(0, 0)$  e tale che la curvatura di  $f$  in  $(0, 0)$  coincida con la curvatura del disco .

2) Studiare la concavità della funzione  $f(x) = \operatorname{tg} x$ . Determinare l'equazione della retta tangente in  $(\frac{\pi}{4}, 1)$ .

3) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = e^{3x+2|x^2-1|}$ . In particolare determinare: insieme di definizione, intervalli di monotonia della funzione  $f$ , eventuali massimi/minimi locali, punti angolosi, determinare l'equazione della retta tangente in  $x = -2$ ; disegnare il grafico della funzione e della retta tangente.

4) Dimostrare che la seguente equazione ha due radici reali distinte

$$x^4 + 5x - 10 = 0$$

5) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3x}}{x-2}$ . In particolare determinare: insieme di definizione, intervalli di monotonia della funzione  $f$ , eventuali massimi e minimi locali e asintoti, disegnare il grafico.

Inoltre determinare l'equazione della retta tangente in  $x = 1$ .

6) Dimostrare che per ogni coppia di numeri reali  $a$  e  $b$

$$|\sin a - \sin b| \leq |a - b|$$

(Usare il Teorema della media).

7) Studiare il grafico della funzione  $f(x) = \frac{ax^2+x}{x+2}$ , al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .