

Settimo foglio di Esercizi di Matematica, 01/02
I. Birindelli

1) Se esiste, determinare il massimo e il minimo delle seguenti funzioni

$$f(x) = \sin x^3, g(x) = |x|+2, h(x) = |x+2|, k(x) = \sin 3x, f_1(x) = x^2+x+1$$

$$f_2(x) = \frac{x^2+2}{x^2-1}, f_3(x) = \cos \frac{x+2}{x-1}, f_4(x) = x^3+x$$

2) Determinare la derivata della funzione $f(x) = \operatorname{arctg} x^2$ e determinare l'equazione della retta tangente in $x = 0$, $x = 1$ e $x = -1$.

3) Si consideri la funzione f definita, per $x \in (0, \pi)$, da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-|\tan x|} & x \neq \frac{\pi}{2} \\ 0 & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Determinare se f è continua in $\frac{\pi}{2}$ e se è derivabile.

4) Sia $f(x) = \begin{cases} \sin 2x & x > \frac{\pi}{2} \\ ax + b & x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$.

Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$ la funzione è continua e per quali valori è anche derivabile.

5) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = x^3 + 3x$. Determinare se $f(x)$ è invertibile, in caso affermativo calcolare $(f^{-1})'(4)$.

6) Calcolare la derivata di $f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{arctg} 2x)$.

7) Dimostrare che il polinomio $P(x) = x^5 + 7x^3 - 4$ ha una sola radice reale.

8) Dovendo costruire un parallelepipedo di sezione quadrata fatto con due materiali: M_1 sulle 4 facciate verticali e M_2 sulle 2 facciate orizzontali, supponendo che C_1 il costo per centimetri quadri di M_1 è doppio rispetto a C_2 costo per centimetri quadri di M_2 e che il parallelepipedo debba avere un volume di 800 centimetri cubi, trovare il parallelepipedo più economico. Ripetere l'esercizio nel caso in cui $C_1 = 4C_2$. Che rapporto ci deve essere tra C_1 e C_2 affinché il parallelepipedo ottimale sia un cubo?