Sesto foglio di Esercizi di Matematica, 01/02

I. Birindelli

1)Determinare quali delle seguenti funzioni sono pari, quali sono dispari, quali sono periodiche e in quel caso dire qual'è il periodo minimo

$f(x) = \sin x^3$, $g(x) = |x|+2$, $h(x) = |x+2|$, $k(x) = \sin 3x$, $f_1(x) = x^2+x+1$

$$f_2(x) = \frac{x^2+2}{x^2-1},\ f_3(x) = \cos\frac{x+2}{x-1}, f_4(x) = x^3+x$$

2) Il grafico della funzione f è dato nel foglio allegato. Disegnare il grafico di $g(x) = f(x+3)$, $h(x) = f(x-1)$, $k(x) = |f(x)-1|$, $f_1 = -f(-x)$, $f_2(x) = f(|x|)$.

3) Sia $a_n = \frac{2n+3}{n+2}$, e $b_n = \frac{2n-3}{n}$, determinare il limite di a_n e b_n. Sia $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$. Determinare il limite delle successioni $f(a_n)$ e $f(b_n)$. Cosa se ne deduce sulla funzione f.

4) Determinare il dominio di definizione delle funzioni $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-1}}$, $g(x) = \tan(2x+\frac{\pi}{4})$, $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

5) Determinare l'insieme I delle $x \in \mathbb{R}$ tali che

$$|\cos 2x| < \frac{1}{2}$$

(suggerimento: usare le proprieta' qualitative della funzione $|\cos 2x|$.)

6) Studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ la continuità in 1 della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2x^2+1} & x > 1 \\ 2ax+3 & x \leq 1 \end{cases}$$

7) Si consideri la funzione f definita, per $x \in (0,\pi)$, da

$$f(x) = \begin{cases} e^{-|\tan x|} & x \neq \frac{\pi}{2} \\ 0 & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Determinare se f è continua in $\frac{\pi}{2}$.