

Terzo foglio di esercizi, Prof. I. Birindelli. Matematica I

1. Nel piano euclideo siano dati i vettori $\vec{u} = (1, 2)$ e $\vec{v} = (2, 1)$. Sia \vec{w} un vettore tale che $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{v} \cdot \vec{w}$. Determinare l'equazione della retta r passante per il punto $(1, 0)$ e parallela al vettore \vec{w} .
2. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che i tre vettori $\vec{u} = (1, a, 3)$, $\vec{v} = (-1, 1, a)$ e $\vec{w} = (1, 2, 1)$ siano linearmente dipendenti.
3. Disegnare e determinare l'equazione del piano parallelo ai vettori $\vec{u} = (1, 1, 1)$ e $\vec{v} = (0, -1, 2)$ passante per l'origine. Determinare tutti i piani paralleli a \vec{u} e \vec{v} .
4. Determinare l'equazione del piano ortogonale al vettore $\vec{w} = (1, -1, 0)$ passante per il punto $P = (0, 1, 2)$.
5. Sia r la retta passante per i punti $P_o = (1, -1, 2)$ e $P_1 = (0, 1, 3)$. Disegnare r e determinarne un'equazione parametrica.
6. Determinare l'equazione del piano Π passante per $P_2 = (1, 1, 1)$, $P_3 = (-1, 0, 0)$ e parallelo alla retta r trovata nell'esercizio precedente.
7. Determinare delle equazioni parametriche della retta ortogonale al piano di equazione $2x + 3y - 4z = 0$ e passante per il punto $P_o = (1, 1, 3)$.
8. Trovare l'equazione cartesiana del piano passante per il punto di coordinate $(0, 1, 1)$ e contenente la retta di equazione

$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ -x + y = 2 \end{cases}$$

9. Determinare l'equazione del piano contenente i tre punti $P_o = (0, 0, 1)$, $P_1 = (1, 1, 0)$, $P_2 = (1, -1, 1)$.
10. Determinare l'equazione del piano Π passante per i punti $P_o = (0, 2, 3)$, $P_1 = (1, 0, 1)$ e tale che il vettore $\vec{w} = (2, -1, 1)$ sia parallelo a Π . Determinare inoltre un versore ortogonale a Π .
11. Date le equazioni della retta r :

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

i) Trovare un vettore direttore di r . ii) Dimostrare che r è contenuta nel piano di equazione $3x + 4y = 1$

12. Sia r la retta di equazione

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

e sia π il piano di equazione $x + ay + 2z = 1$. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che $r \cap \pi = \emptyset$.